

CAPÍTULO 4

MODELAGENS NUMÉRICAS GPR 2 D

Neste capítulo são descritos brevemente os princípios físicos e matemáticos envolvidos no método das diferenças finitas no domínio do tempo, o qual é utilizado no software Reflexw. Também são mostrados os resultados das modelagens para as duas linhas do SCGR, a de manilhas de concreto e a de tubulações de PVC.

4.1. O método FDTD e características do software Reflexw

O método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD - *Finite Difference Time Domain*), é um dos vários métodos computacionais que visam resolver numericamente as equações diferenciais de Maxwell que descrevem a propagação, transmissão e espalhamento das ondas eletromagnéticas em um meio qualquer e que na maioria dos casos estão submetidos a condições de contorno (WEXLER, 1969).

O FDTD, criado em 1966 por Yee (YEE, 1966), foi baseado em um método de resolução numérica de equações, já existente, conhecido como método das diferenças finitas (FDM – *Finite Difference Method*) criado por Thom (THOM, 1920 in LIMA, 2006). O

método FDM consiste em uma técnica de aproximações sucessivas que transforma as equações diferenciais em equações discretizadas ou finitas, através do conceito da aproximação da derivada central de um ponto, representado pela (Figura 4.1) e Equação 4.1. A diferença entre este método e o FDTD é que este último é acrescido do incremento temporal Δt (Equação 4.2) e expandido em série de Taylor até atingir um erro estipulado pelo truncamento, após um dado número de interações.

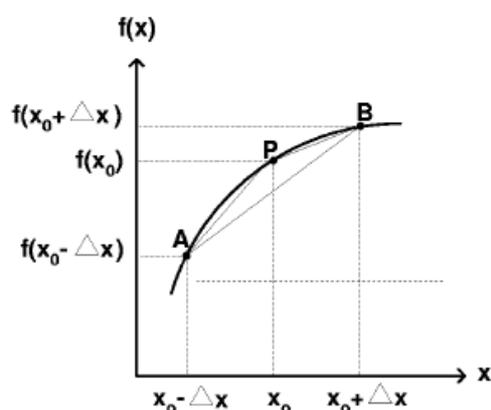


Figura 4.1– Gráfico para definição genérica de derivada central de um ponto para uma função $f(x)$ em um ponto P qualquer.

$$\frac{\partial f(x_0)}{\partial x} \approx \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{2\Delta x} \quad (4.1)$$

$$F^n(i, j, k) = F(i\Delta, j\Delta, k\Delta, n\Delta t) \quad (4.2)$$

Portanto, a derivada da equação acima, Equação. 4.2, é dada por:

$$\frac{\partial F^n(i, j, k)}{\partial x} = \frac{F^n(i + 1/2, j, k) - F^n(i - 1/2, j, k)}{\Delta} + \text{Er}(\Delta^2) \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial F^n(i, j, k)}{\partial t} = \frac{F^{n+1/2}(i, j, k) - F^{n-1/2}(i, j, k)}{\Delta t} + \text{Er}(\Delta t^2) \quad (4.4)$$

onde $\Delta = \Delta x = \Delta y = \Delta z$, são os incrementos espaciais.

O trabalho de Yee está representado nas equações 4.2, 4.3 e 4.4, as quais mostram que todas as componentes dos campos elétrico \vec{E} e \vec{H} , ou seja, E_x, E_y, E_z e H_x, H_y, H_z , são tratadas diretamente no domínio do tempo, através do parâmetro Δt e são discretizadas através do número de iterações n , que corresponde ao número de ciclos no tempo Δt . Tal discretização é realizada através de uma malha geométrica, conhecida como célula de Yee (Figura. 4.2), que no caso da modelagem empregada restringiu-se ao aspecto bidimensional.

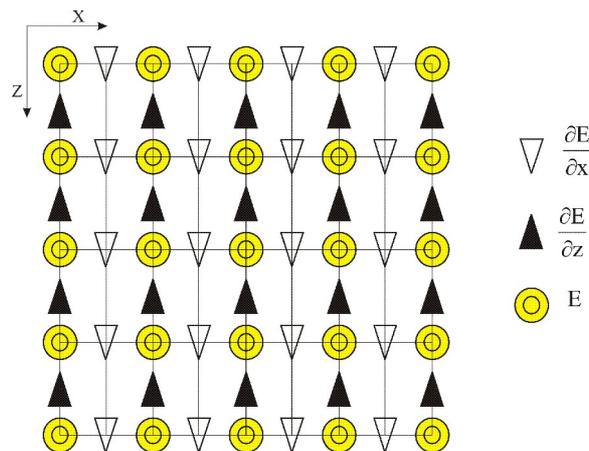


Figura 4.2 – Malha geométrica implementada no software Reflexw, conhecida como célula bidimensional de Yee.

Para que seja garantida a estabilidade do método o incremento temporal Δt deve respeitar a seguinte relação:

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{\sqrt{V_{\text{MÁX}} \cdot N}} \quad (4.5)$$

onde, Δt depende do incremento espacial Δx , da velocidade de fase máxima da onda eletromagnética no meio dada por $V_{\text{MÁX}}$ e do parâmetro N que corresponde à dimensão espacial utilizada no modelo, no caso, N utilizado foi igual a 2.

É importante salientar que o incremento espacial Δx está intimamente ligado ao comprimento de onda mínimo presente no meio e segundo (TAFLOVE et al, 1989), esse incremento deve ser no mínimo 10 vezes menor que o menor comprimento de onda existente no sistema. Erros na escolha dos parâmetros, espacial e temporal podem ocasionar dispersão numérica (SANDMEIER, 2004).

Outro fator importante para a utilização eficiente do programa Reflexw é o uso das condições de contorno absorventes. Embora, em muitas situações reais a área de estudo possua extensão infinita em algumas direções, quando o algoritmo computacional FDTD é implementado é necessário limitar o domínio do cálculo, visando diminuir a memória computacional requerida. Para isso, são utilizadas condições nos limites da malha as quais simulam propagações no infinito, evitando dessa maneira reflexões espúrias das ondas que incidam nas paredes absorventes, tais condições são chamadas de condições de contorno absorventes (TAFLOVE, 1980).

Nas modelagens com o software Reflexw essa condição foi estabelecida pelo parâmetro *linear absorbing range*, o qual, segundo Sandmeier (2004) seu calculo é estipulado pela expressão (4.6):

$$\sigma_{\text{end}} = \text{fac} \omega \epsilon_{\text{act}} \epsilon_0 \quad (4.6)$$

onde,

σ_{end} é a condutividade final com relação ao ϵ_{act} ;

ω é a frequência angular;

ϵ_{act} é o valor atual de ϵ do último ponto do modelo antes do limite;

ϵ_0 é a permissividade dielétrica do vácuo;

$\text{fac} = \frac{\text{Size}}{50}$, onde Size é o número de pontos do grid.

Para as duas linhas em estudo, linha de manilhas de concreto e linha de tubos de pvc, as modelagens GPR 2D foram realizadas utilizando duas frequências de antenas, 100 MHz e 200 MHz. Os arranjos de antenas utilizados nas modelagens foram configurados simulando o deslocamento do par, transmissor-receptor na direção x, primeiramente utilizando a fonte transmissora com a componente dominante Ey e o registro do sinal com a mesma polarização Ey (Ey-Ey), em seguida a fonte empregada foi a componente Ex com o registro também em Ex (Ex-Ex).

Para simular as reflexões da onda eletromagnética (Ex-Ex e Ey-Ey) pela superfície do refletor foi empregada como fonte eletromagnética o modo, *exploding reflector*, que se caracteriza pela emissão da frente de onda espalhada diretamente pelo alvo em direção a superfície. Esta fonte equivale à etapa de migração dos dados (YILMAZ, 1987). Esse tipo de fonte permite simular uma seção 2D zero offset o que significa, que iniciado o tempo em $t = 0$ todos os pontos originários de um refletor são os pontos iniciais de uma onda elementar de Huygens com uma amplitude proporcional ao coeficiente de reflexão para o caso de uma incidência normal (SANDMEIER, 2004).

As modelagens geradas para as linhas de manilhas de concreto e tubos de pvc foram realizadas inserindo cada um de seus alvos dentro de um meio geológico composto de aterro caracterizado por uma espessura de argila inferior a 3m de profundidade (PORSANI et al., 2004). Um modelo 2D foi construído inserindo-se os alvos e a geologia onde eles estão

contidos, através de suas propriedades físicas, tais como, condutividade elétrica (σ), permissividade dielétrica (ϵ) e permeabilidade magnética (μ), bem como suas respectivas geometrias e dimensões. A seguir, são apresentadas as propriedades físicas dos alvos utilizados nas construções dos modelos. As Tabelas 4.1 e 4.2 mostram, respectivamente, as propriedades físicas das linhas de tubos de pvc e manilhas de concreto utilizadas nas construções dos modelos. Todos os alvos localizados nas linhas de manilhas de concreto e tubos de pvc estão dispostos horizontalmente com exceção de um único alvo, localizado na linha de manilhas, na posição 9m e profundidade de 1m que está disposto verticalmente.

As propriedades físicas utilizadas foram extraídas da literatura (ANNAN, 1992; DANIELS, 1996; ZENG & MCMECHAN, 1987).

Tabela 4.1 – Propriedades físicas dos materiais que constituem a linha de tubos de pvc.

Material	ϵ_r	μ_r	σ (S/m)
Solo	20	1	10^{-2}
Pvc	3,3	1	0
Ar	1	1	0
Água de torneira	81	1	0,0005
Cano metálico guia	300	100	10^{10}

Tabela 4.2 – Propriedades físicas dos materiais que compõem a linha de manilhas de concreto.

Material	ϵ_r	μ_r	σ (S/m)
Solo	20	1	10^{-2}
Manilha de Concreto	5	1	0
Manilha de concreto com armação de ferro	5	1	10^{-3}
Ar	1	1	0
Cano metálico guia	300	100	10^{10}

As posições e profundidades dos alvos das linhas de manilhas de concreto e tubos de pvc introduzidas no modelo foram retiradas das Tabelas 2.1 e 2.2. A Tabela 4.3 apresenta as dimensões dos alvos, introduzidos nos modelos.

Tabela 4.3 – Dimensões dos alvos instalados nas linhas de tubos de pvc e manilhas de concreto.

Objeto	Diâmetro externo (m)	Diâmetro interno (m)	Espessura (m)
Tubo de pvc	0,136	0,120	0,008
Manilha de concreto	0,70	0,60	0,05
Manilha de concreto	0,48	0,40	0,04
Manilha de concreto	0,26	0,20	0,03
Cano metálico guia	0,038	0,0354	0,0013

Os parâmetros utilizados para as modelagens foram: frequência de 100 MHz e 200 MHz para a fonte de ondas eletromagnéticas, arranjos de antenas Ey-Ey e Ex-Ex e espaçamento entre traços iguais a 0,2m, 0,1m e 0,01m a partir destes foram gerados valores de Δt iguais à 0,3333ns, 0,1667ns e 0,01667ns, respectivamente. Esses valores são independentes das frequências empregadas, variando apenas com os parâmetros que constam na inequação (4.5).

4.2. Resultados das modelagens

4.2.1. Linha de tubos de pvc

A Figura 4.3 mostra o modelo GPR 2D construído a partir da posição real dos alvos instalados na linha de tubos de pvc do SCGR. Através, deste modelo de entrada foram modeladas várias aquisições com deslocamentos de antenas na direção x, visando estudar e

estabelecer os melhores padrões de refletores, através da mudança dos seguintes parâmetros, espaçamento entre traços, a frequência de operação e arranjos de antenas Ey-Ey e Ex-Ex com offset constante.

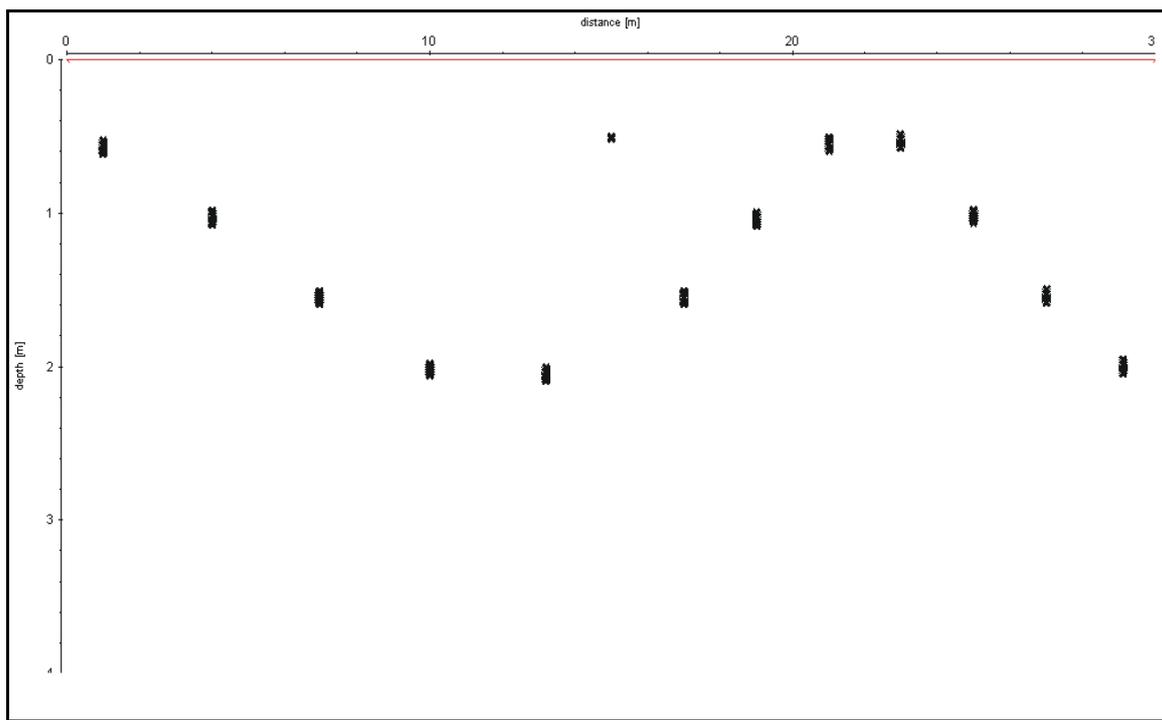


Figura 4.3 - Modelo GPR 2D dos alvos instalados na linha de tubos de PVC.

Nesta linha os quatro primeiros tubos estão totalmente preenchidos por água, os quatro seguintes estão parcialmente preenchidos, ou seja, metade por água e metade vazia e os quatro restantes estão totalmente vazios.

Visando simular aquisições GPR mais rápidas, aliando, profundidade de investigação com a resolução dos alvos, primeiramente foram simuladas as aquisições utilizando, espaçamento entre traços de 0,2m e frequência de operação de 100MHz. Sendo que, para esta frequência, devido à boa propagação, foi utilizada uma janela de temporal igual a 150ns.

A Figura 4.4 mostra o resultado da modelagem feita com arranjo Ey-Ey, frequência de 100MHz e espaçamento entre traços igual a 0,2m.

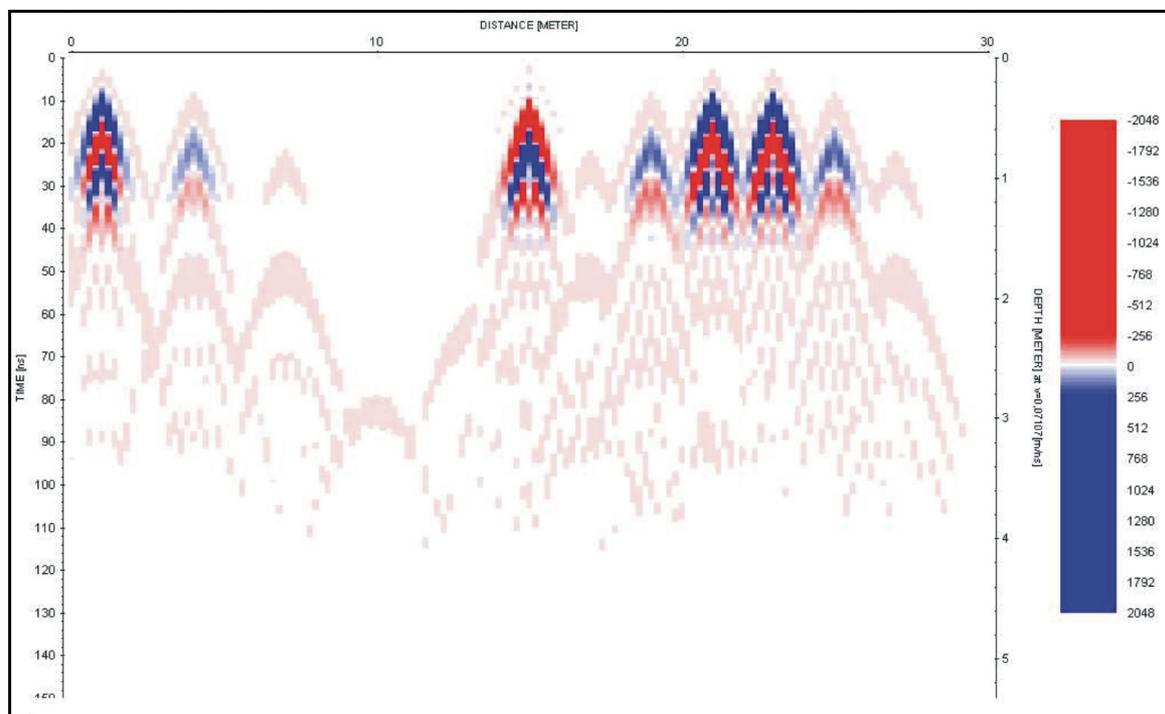


Figura 4.4 - Modelagem da linha de tubos de pvc utilizando arranjo de antenas Ey-Ey, espaçamento entre traços de 0,2m e frequência de 100 MHz.

Como pode ser notada, a modelagem executada com os parâmetros descritos não proporcionou uma boa qualidade da imagem, apenas os refletores mais superficiais foram possíveis de serem visualizados, mesmo assim, de maneira não nítida.

Para melhorar o imageamento das estruturas, a modelagem apresentada a seguir, (Figura 4.5) foi realizada com os mesmos parâmetros usados anteriormente, com a diferença que o espaçamento entre traços agora utilizado foi igual a 0,1m.

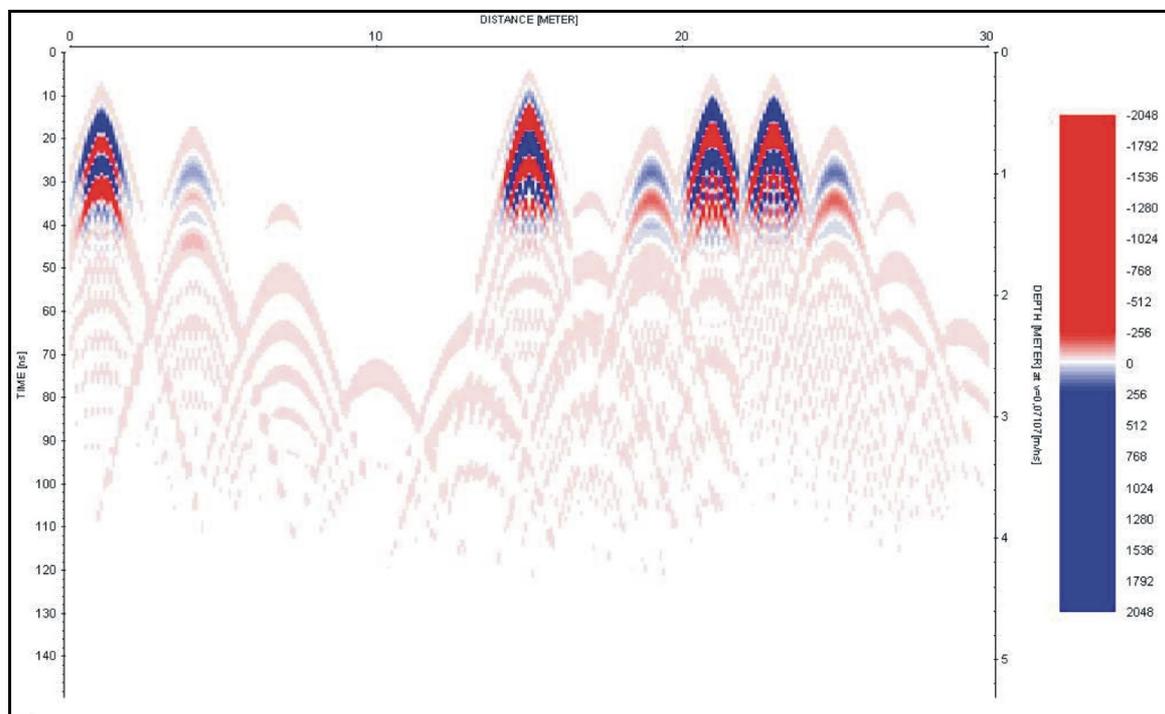


Figura 4.5 - Modelagem com arranjo antenas Ey-Ey, espaçamento entre traços de 0,1m e frequência de 100 MHz.

Com a alteração do espaçamento entre traços de 0,2m para 0,1m houve uma razoável melhoria na qualidade da imagem, ou seja, os alvos que anteriormente foram vistos na Figura 4.4 são vistos agora com maior delineamento das hipérbolas.

Os parâmetros empregados nas duas modelagens apresentadas anteriormente podem ser utilizados tanto em aquisições no modo passo a passo, quanto, em aquisições no modo contínuo. A Figura 4.6 mostra a modelagem com espaçamentos entre os traços de 0,01m, arranjos de antenas Ey-Ey e frequência de 100MHz.

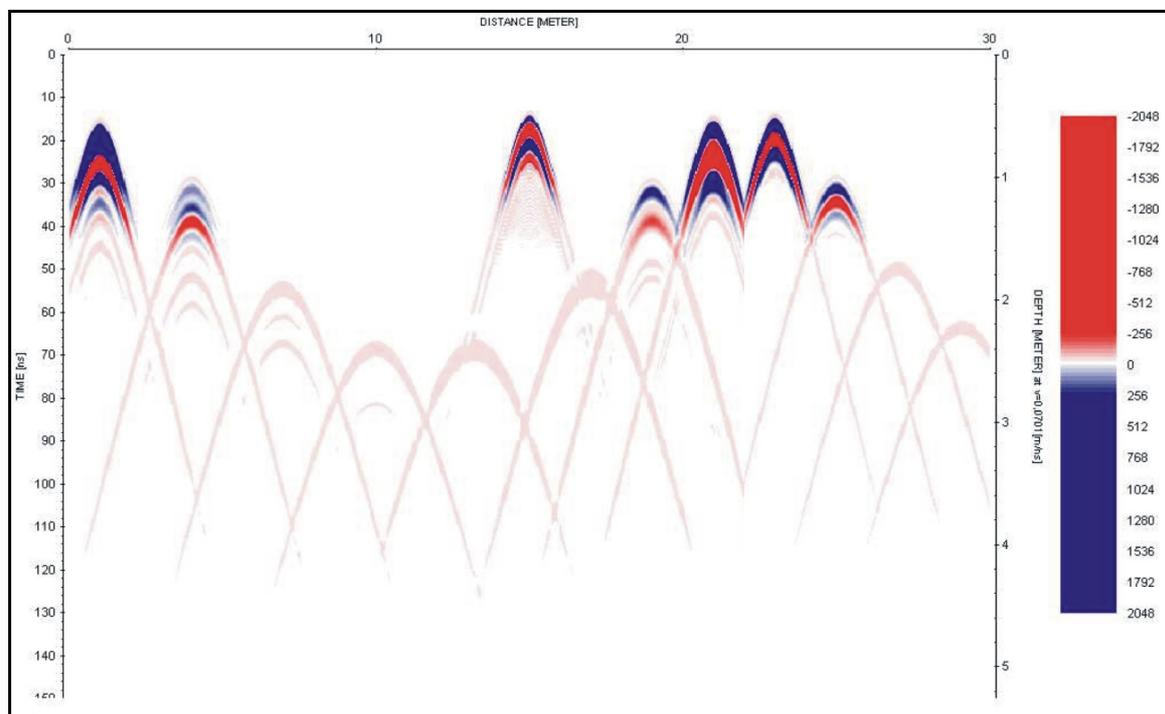


Figura 4.6 - Modelagem com arranjo de antenas Ey-Ey, espaçamento entre traços de 0,01m e frequência de 100 MHz.

Com a aplicação do espaçamento entre traços igual a 0,01m ocorreu uma grande melhoria na imagem dos objetos quando comparada às imagens das modelagens feitas com espaçamento entre traços maiores. Nota-se também que os alvos que são melhores imageados são aqueles presentes mais superficialmente, devido à atenuação da onda eletromagnética ser dependente da profundidade, mas nem por isso os alvos mais profundos deixaram de serem mostrados. Sendo assim, o parâmetro ótimo para o espaçamento entre traços está definido como 0,01m.

Até o presente momento foram realizadas modelagens apenas no modo Ey-Ey. Agora, com o parâmetro ótimo de espaçamento entre traços determinado é apresentada a modelagem Figura 4.7, na qual foi utilizado o arranjo de antenas Ex-Ex com frequência de 100MHz e espaçamento entre traços igual a 0,01m.

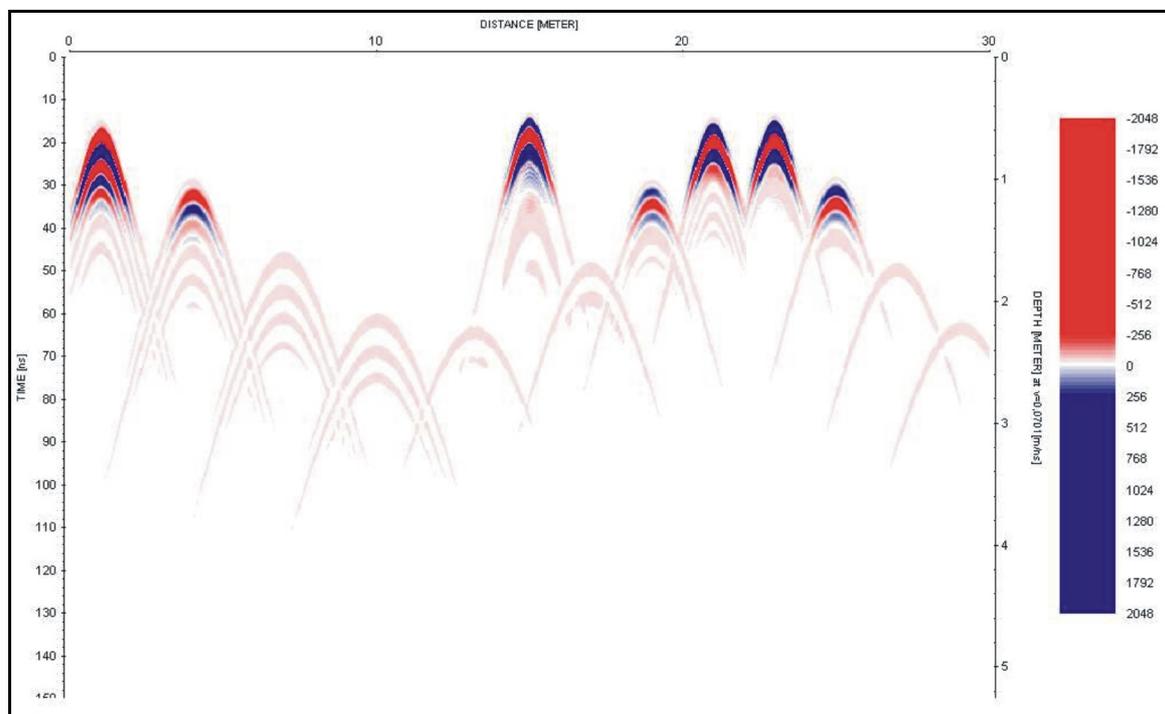


Figura 4.7 - Modelagem com arranjo de antenas Ex-Ex, espaçamento entre traços de 0,01m e frequência de 100 MHz.

Esta modelagem obteve padrões de reflexões similares à da Figura 4.6, com exceção dos alvos A e B, os quais são preenchidos com água de torneira. Estes alvos mostraram polaridades invertidas, quando comparadas às demais reflexões. Esse fenômeno pode ser uma ótima ferramenta para distinguir tubos preenchidos por água de tubos parcialmente preenchidos e vazios.

Até o momento, foram determinadas informações provenientes apenas do topo dos alvos e nenhuma informação a respeito da possível identificação da base desses objetos. Sendo assim, para investigar a possibilidade de se obter imagens com maior resolução e possível identificação da base desses objetos é que é apresentada na Figura 4.8 a modelagem realizada com frequência de 200MHz, visando aumentar a resolução dos objetos em estudo.

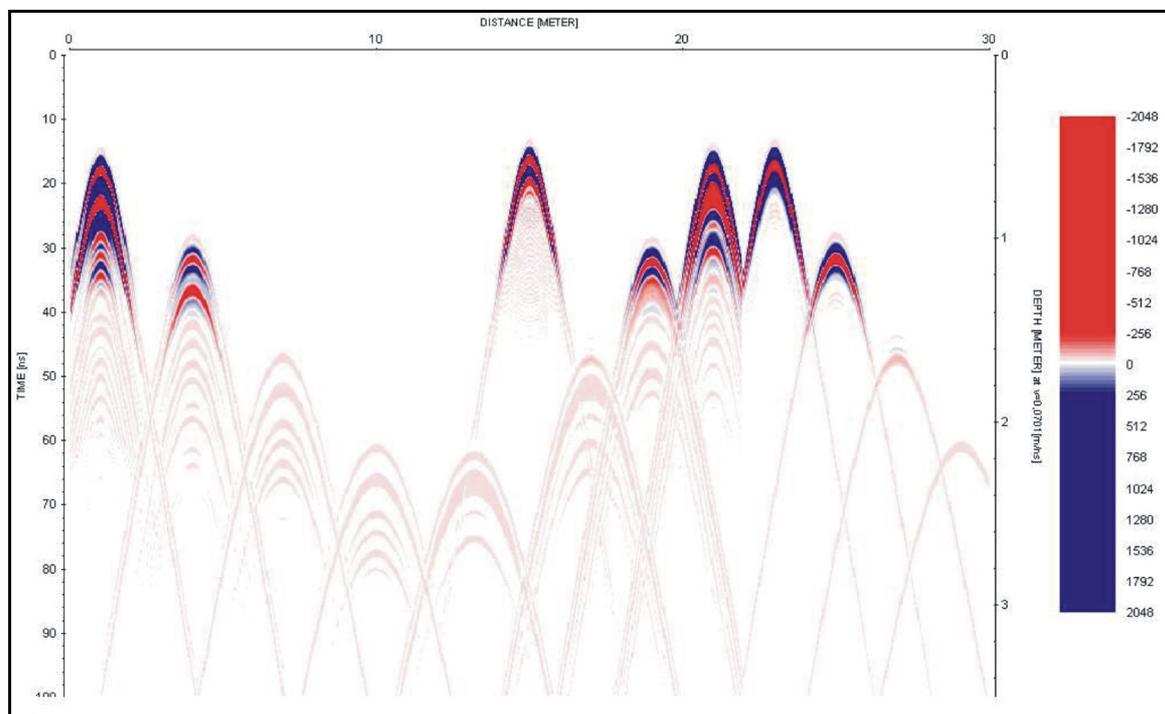


Figura 4.8 - Modelagem com arranjo de antenas Ey-Ey, espaçamento entre traços de 0,01m e frequência de 200 MHz.

Com o emprego da frequência de 200MHz, também houve uma boa identificação dos alvos preservando a hierarquia de que os alvos mais superficiais são melhores mostrados do que os mais profundos. No entanto, nesta modelagem são apresentadas algumas características que anteriormente não foram vistas nas modelagens realizadas com frequências de 100MHz.

Com o uso da frequência de 200 MHz nota-se que os padrões de reflexões desses alvos superficiais estão diferentes entre si. Isso pode ser comprovado, através, da análise dos alvos localizados nas posições 1m, 21m e 23m, os quais são respectivamente, preenchidos por água, parcialmente preenchidos por água e vazio.

Para o alvo localizado na posição 1m existe uma reverberação bem pronunciada, provavelmente causada devido ao forte contraste de impedância elétrica, causado pela grande diferença entre as permissividades dielétricas do tubo de pvc e da água. Fenômeno semelhante

ocorre com o alvo localizado na posição 21m, o qual apresenta uma hipérbole de reflexão bem pronunciada, porém com menor reverberação. Esse fato pode ser também explicado devido à presença de interfaces com diferentes valores de permissividade dielétrica, uma vez que três interfaces compreendem o objeto, sendo que a primeira é a interface pvc-ar, a qual possui permissividades dielétricas próximas, a segunda é a interface ar-água, a qual possui permissividades dielétricas com grande contraste e a terceira compreende a interface água-pvc, que também apresenta grande contraste de permissividade dielétrica. Já o tubo localizado na posição 23m (vazio) apresenta uma hipérbole também nítida, no entanto, “curta”, ou seja, sem reverberação, devido à velocidade com que a onda eletromagnética viaja dentro do objeto, uma vez que a permissividade dielétrica do ar é igual a 1.

Para verificar se o efeito da inversão da polaridade mostrada na modelagem da Figura 4.7 também ocorre em outras frequências, agora é apresentada a modelagem Figura 4.9, realizada com arranjos de antenas Ex-Ex, frequência de 200MHz e espaçamento entre traços igual a 0,01m.

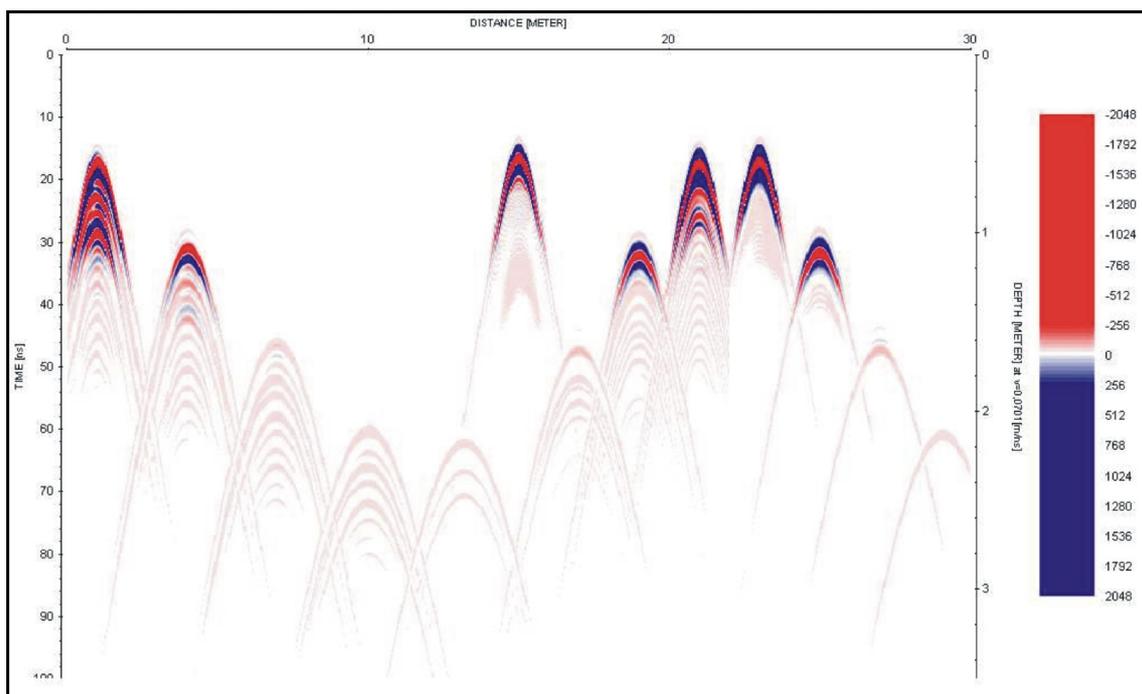


Figura 4.9 - Modelagem com arranjo de antenas no modo Ex-Ex, espaçamento entre traços de 0,01m e frequência de 200 MHz.

Todos os refletores visualizados nas modelagens com espaçamento de 0,01m são observados na modelagem Figura 4.9, inclusive, o fenômeno da diferença de polaridade do pulso, proveniente, dos topos dos tubos preenchidos por água e parcialmente preenchidos, presentes na modelagem Figura 4.7. Devido à mudança do arranjo de antenas de Ey-Ey para Ex-Ex, os refletores correspondentes aos tubos preenchidos por água apresentaram inversão de polaridade em relação aos outros alvos. Esta é mais uma ótima informação, pois se torna possível, através desses resultados identificar e diferenciar com maior segurança objetos, preenchidos, semi preenchidos e vazios.

4.2.2. Linha de manilhas de concreto

A Figura 4.10 mostra o modelo GPR 2D construído a partir do posicionamento real dos alvos de manilhas de concreto em subsuperfície. Neste estudo, assim como o realizado com a linha de tubos de pvc, foram estudados os padrões das reflexões obtidas como respostas dos diversos alvos, em termos da mudança dos seguintes parâmetros, arranjos de antenas e frequência de operação das antenas. No estudo dessa linha não foram empregados todos os espaçamentos entre traços aplicados na linha de tubos de pvc, pois, mediante os testes realizados ficou comprovado que o parâmetro ótimo é 0,01m e por isso, apenas esse será utilizado. Sendo assim, as Figura 4.11 e 4.12, correspondem, respectivamente às modelagens executadas com os arranjos de antenas Ey-Ey e Ex-Ex, ambas com frequências de 100MHz e espaçamento entre traços de 0,01m.

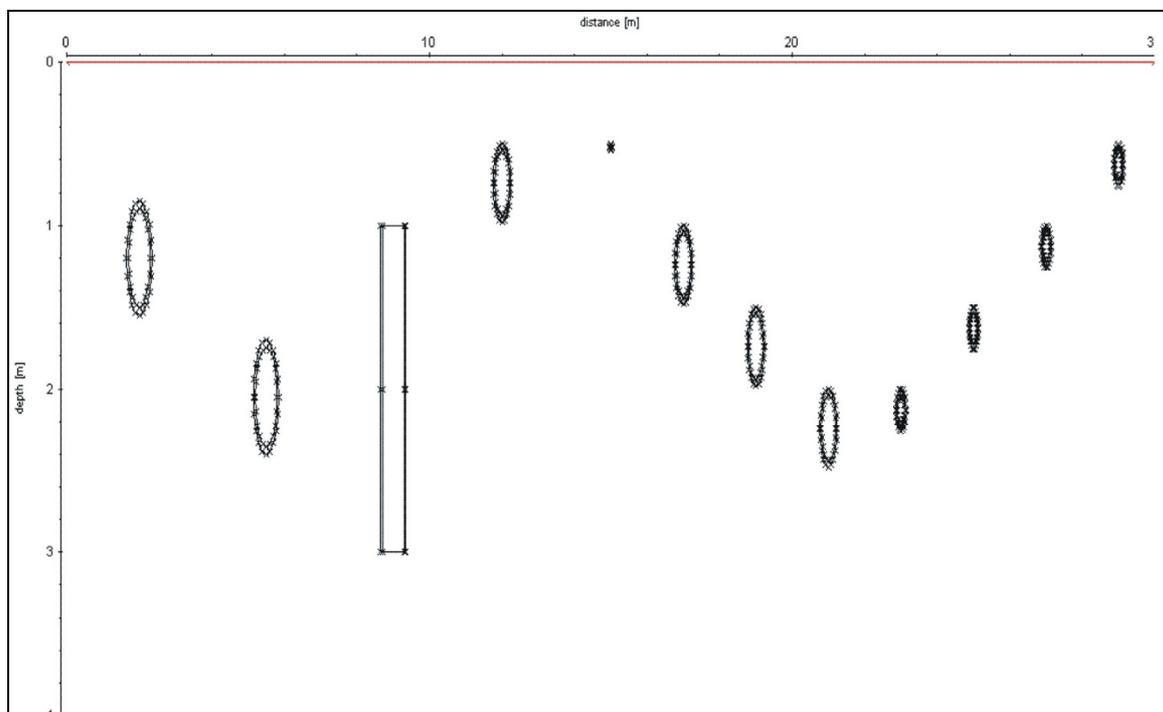


Figura 4.10 – Modelo de entrada dos alvos para a simulação numérica da linha de manilhas de concreto.

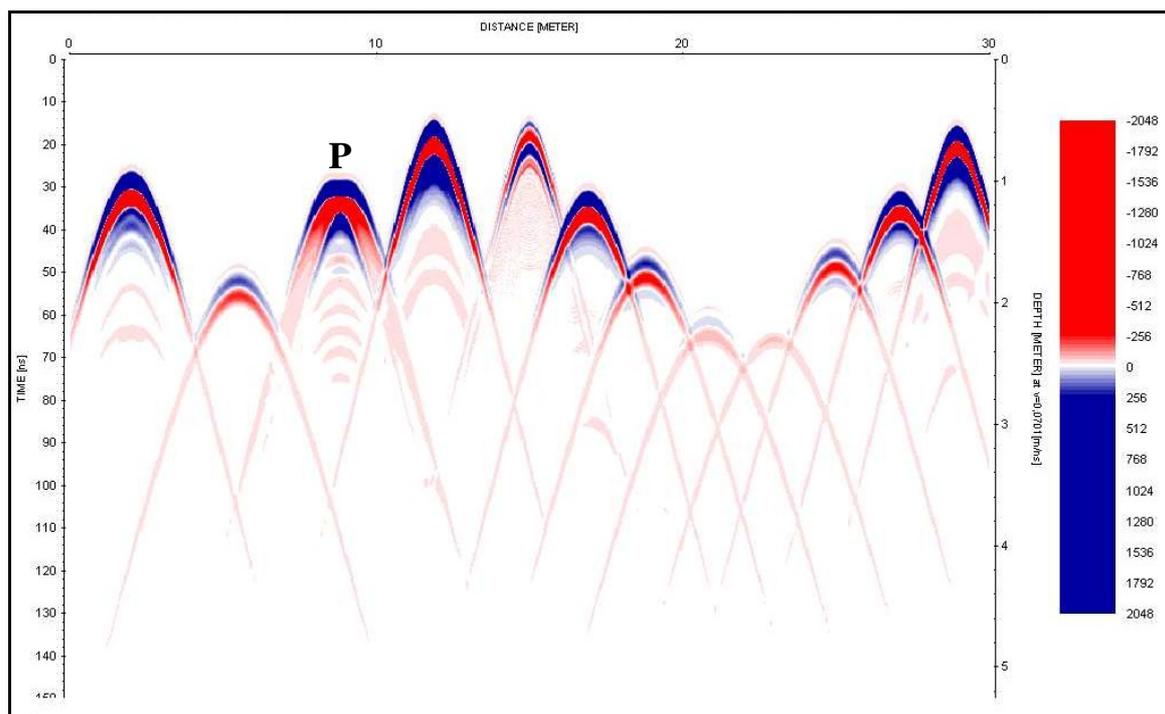


Figura 4.11 - Modelagem com arranjo de antenas Ey-Ey, espaçamento entre traços de 0,01m e frequência de 100 MHz.

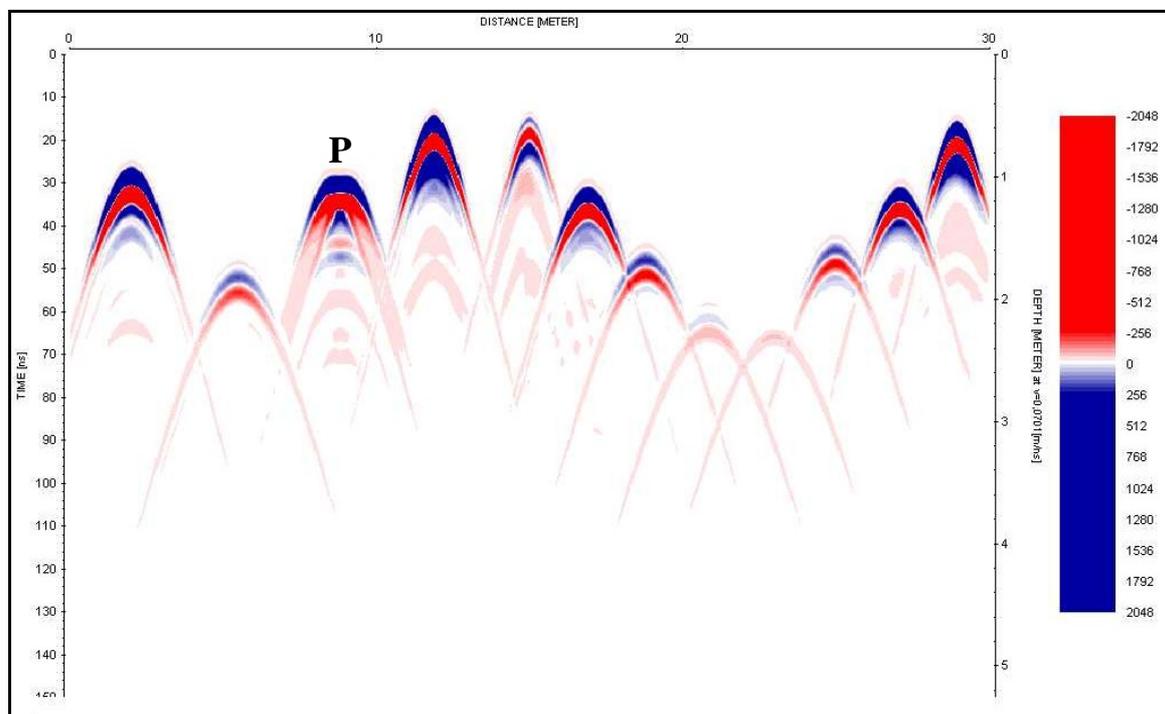


Figura 4.12 - Modelagem com arranjo de antenas Ex-Ex, espaçamento entre traços de 0,01m e frequência de 100 MHz.

Como pode ser notado nas duas modelagens, todas as manilhas de concreto foram detectadas. Embora, as modelagens tenham sido feitas com arranjos de antenas diferentes, os resultados visuais foram praticamente os mesmos, sendo que, a única diferença está associada à identificação da base da manilha P, a qual, está disposta verticalmente. Para esse alvo, o resultado da modelagem Figura 4.12 é melhor do que a modelagem Figura 4.11, ou seja, apresenta maior resolução desta.

As Figuras 4.13 e 4.14, se referem às modelagens realizadas com antenas de 200MHz, com arranjos de antenas Ey-Ey e Ex-Ex, respectivamente, utilizando os mesmos parâmetros das duas anteriores.

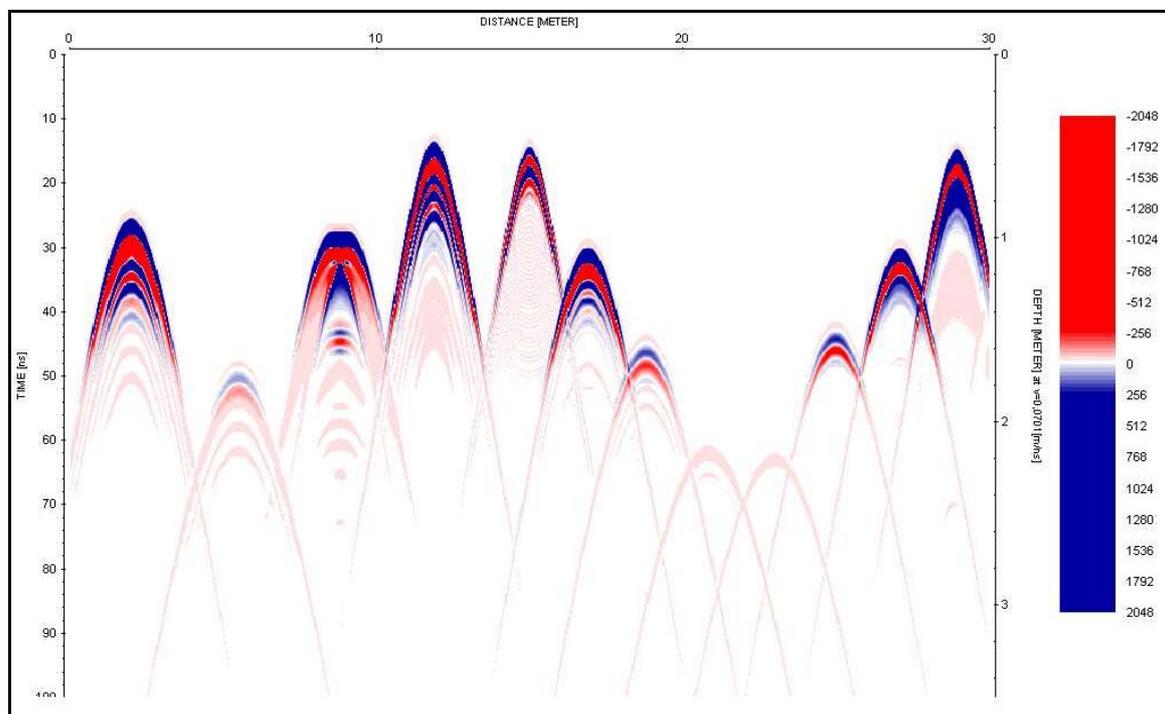


Figura 4.13 - Modelagem com arranjo de antenas Ey-Ey, espaçamento entre traços de 0,01m e frequência de 200 MHz.

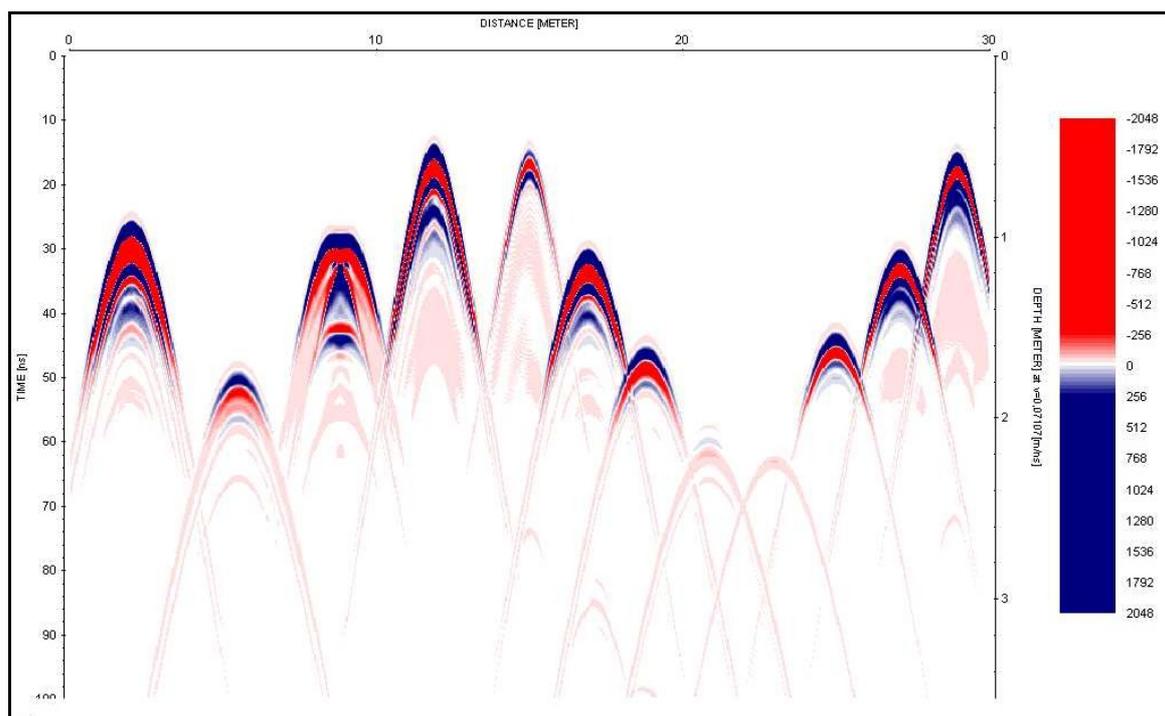


Figura 4.14 - Modelagem com arranjo de antenas Ex-Ex, espaçamento entre traços de 0,01m e frequência de 200 MHz.

As modelagens feitas com frequência de 200MHz obtiveram resultados bastante semelhantes entre si. Mas, quando comparadas às realizadas com 100MHz observa-se uma perda de nitidez para os alvos mais profundos. Isso é explicado devido à intensidade de atenuação da onda eletromagnética no meio ser maior para frequências maiores.

Em aspectos gerais, nota-se em primeiro momento que a identificação dos alvos é altamente dependente da profundidade em que se encontram e isso é explicado pelo fato da atenuação da onda eletromagnética estar intimamente ligado à profundidade. Outra característica que se mostrou muito importante foi o espaçamento entre os traços, o qual definiu a resolução espacial dos alvos, determinando que para espaçamentos menores maior é a resolução espacial dos alvos, pois a imagem é formada com um maior número de traços por unidade de comprimento investigado.

Quanto aos arranjos de antenas empregados pouca diferença foi percebida para a linha de manilhas, com exceção do alvo P disposto verticalmente, no qual o arranjo Ex-Ex apresentou maior detalhamento da base da estrutura. Para os alvos da linha de tubos de pvc, o emprego dos arranjos foi decisivo, pois sem o emprego das duas componentes não seria possível fazer a diferenciação entre os tubos preenchidos por água, parcialmente preenchidos por água e os vazios.

Sendo assim, analisando todos os critérios de detecção dos alvos a configuração com arranjo Ex-Ex, frequência de 200MHz e espaçamento entre traços de 0,01m foi a mais eficiente para a identificação dos tubos de pvc e a configuração que apresentou melhor imageamento para a linha de manilhas de concreto foi o arranjo Ex-Ex com frequência de 100MHz e espaçamento entre traços igual a 0,01m.