

Apêndice 1

Assumindo a mistura de dois componentes, A e B, em diferentes proporções, especificada por um parâmetro f , temos:

$$f = \frac{A}{A+B} \quad (1)$$

A concentração de um elemento X na mistura é:

$$X_M = X_A f + X_B (1-f) = X_A f + X_B - X_B f = f(X_A - X_B) + X_B \quad (2)$$

onde X_A e X_B são as concentrações do elemento X nas componentes A e B, respectivamente, expressados em unidades de massa, desde que X_A e X_B sejam constantes formadas por A e B em diferentes proporções.

Considerando as concentrações de dois elementos X e Y, em mistura de componentes A e B, a equação relacionando as concentrações de X e Y nas misturas é similar à equação (2):

$$X_M = X_A f + X_B (1 - f)$$

$$Y_M = Y_A f + Y_B (1 - f)$$

$$X_M - X_B = f (X_A - X_B) \Rightarrow f = \frac{X_M - X_B}{X_A - X_B}$$

$$e: f = \frac{Y_M - Y_B}{Y_A - Y_B}$$

$$\frac{X_M - X_B}{X_A - X_B} = \frac{Y_M - Y_B}{Y_A - Y_B} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{X_M - X_B}{Y_M - Y_B} = \frac{X_A - X_B}{Y_A - Y_B} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow X_M Y_A - X_M Y_B - X_B Y_A + Y_B X_B = Y_M X_A - Y_M X_B - Y_B X_A + Y_B X_B \Rightarrow$$

$$\Rightarrow X_M (Y_A - Y_B) - Y_M (X_A - X_B) = -Y_B X_A + X_B Y_A \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Y_M (X_A - X_B) = X_M (Y_A - Y_B) + Y_B X_A - X_B Y_A \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Y_M = \frac{X_M (Y_A - Y_B)}{X_A - X_B} + \frac{Y_B X_A - X_B Y_A}{X_A - X_B} \quad (3)$$

Vamos agora considerar misturas de dois componentes A e B, tendo não só diferentes concentrações de urânio, mas também diferentes razões $^{234}\text{U}/^{238}\text{U}$. O número total de átomos de ^{238}U em uma mistura é:

$$^{238}\text{U}_M = \frac{U_A Ab_A^{238} N f}{W_A} + \frac{U_B Ab_B^{238} N (1 - f)}{W_B} \quad (4)$$

onde U_A e U_B são as concentrações de U, Ab_A^{238} e Ab_B^{238} são as abundâncias isotópicas de ^{238}U , e W_A e W_B são as massas atômicas de U em componentes A e B, respectivamente. N é o número de Avogadro e f é o parâmetro de mistura, definido pela equação (1). Podemos escrever equação similar para o número total de átomos de ^{234}U :

$${}^{234}\text{U}_M = N \left[\frac{U_A \text{Ab}_A^{234} f}{W_A} + \frac{U_B \text{Ab}_B^{234} (1-f)}{W_B} \right]$$

$$\left(\frac{{}^{234}\text{U}}{{}^{238}\text{U}} \right) = \frac{U_A \text{Ab}_A^{238} f W_B + U_B \text{Ab}_A^{238} (1-f) W_A}{U_A \text{Ab}_A^{234} f W_B + U_B \text{Ab}_A^{234} (1-f) W_A} \quad (5)$$

Introduzindo as aproximações das massas atômicas e a abundância do ${}^{238}\text{U}$ em componentes A e B:

$$W_A = W_B \quad e \quad \text{Ab}_A^{238} = \text{Ab}^{238}$$

$$\left(\frac{{}^{234}\text{U}}{{}^{238}\text{U}} \right)_M = \frac{U_A \text{Ab}_A^{234} f + U_B \text{Ab}_B^{234} (1-f)}{\text{Ab}^{238} [U_A f + U_B (1-f)]}$$

$$\frac{\text{Ab}_A^{234}}{\text{Ab}^{238}} = \left(\frac{{}^{234}\text{U}}{{}^{238}\text{U}} \right)_A$$

$$\frac{\text{Ab}_B^{234}}{\text{Ab}^{238}} = \left(\frac{{}^{234}\text{U}}{{}^{238}\text{U}} \right)_B$$

Usando $X_M = X_A f + X_B (1-f)$, temos:

$$\left(\frac{{}^{234}\text{U}}{{}^{238}\text{U}} \right)_M = \left(\frac{{}^{234}\text{U}}{{}^{238}\text{U}} \right)_A \left(\frac{U_A f}{U_M} \right) + \left(\frac{{}^{234}\text{U}}{{}^{238}\text{U}} \right)_B \left(\frac{U_B (1-f)}{U_M} \right) \quad (6)$$

onde U_M é o número total de U na mistura.

$$\left(\frac{{}^{234}\text{U}}{{}^{238}\text{U}} \right)_M = \left(\frac{{}^{234}\text{U}}{{}^{238}\text{U}} \right)_A \left(\frac{U_A f}{U_M} \right) + \left(\frac{{}^{234}\text{U}}{{}^{238}\text{U}} \right)_B \frac{U_B}{U_M} - \frac{U_B f}{U_M} \left(\frac{{}^{234}\text{U}}{{}^{238}\text{U}} \right)_B$$

como:

$$X_A = \left(\frac{{}^{234}\text{U}}{{}^{238}\text{U}} \right)_A \left(\frac{U_A}{U_M} \right) \quad e \quad X_B = \left(\frac{{}^{234}\text{U}}{{}^{238}\text{U}} \right)_B \left(\frac{U_B}{U_M} \right)$$

$$\left(\frac{{}^{234}\text{U}}{{}^{238}\text{U}} \right)_M = \frac{U_A U_B \left[\left(\frac{{}^{234}\text{U}}{{}^{238}\text{U}} \right)_B - \left(\frac{{}^{234}\text{U}}{{}^{238}\text{U}} \right)_A \right]}{U_M (U_A - U_B)} + \frac{U_A \left(\frac{{}^{234}\text{U}}{{}^{238}\text{U}} \right)_A - U_B \left(\frac{{}^{234}\text{U}}{{}^{238}\text{U}} \right)_B}{U_A - U_B} \quad (7)$$

Portanto:

$$\left(\frac{{}^{234}\text{U}}{{}^{238}\text{U}} \right)_M = \frac{a}{U_M} + b \quad (8)$$