

Dissertação de Mestrado

UTILIZAÇÃO DOS DADOS DO  
GRACE PARA A CARACTERIZAÇÃO  
DA VARIABILIDADE DAS MASSAS  
DE ÁGUA DO Aqüífero Guarani

EVERTON PEREIRA BOMFIM<sup>†</sup>

Orientador:

EDER CASSOLA MOLINA

*Dissertação apresentada ao Instituto de Astronomia,  
Geofísica e Ciências Atmosféricas da Universidade de  
São Paulo para a obtenção do título de Mestre em  
Ciências em Geofísica.*

Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas  
Universidade de São Paulo  
IAG – USP

São Paulo

Setembro/2006

<sup>†</sup>Este trabalho contou com apoio financeiro da FAPESP.

Dedico esta dissertação a minha  
mãe e ao meu pai que se  
empenharam em oferecer  
condições para que eu pudesse  
iniciar e desenvolver meus  
estudos. Também, não posso  
deixar de lembrar de minhas  
tias, que me acompanharam  
nessa minha etapa dando todo  
apoio aqui em São Paulo. Dedico  
também a minha irmã que de  
certa forma teve influência nesta  
conquista e que isto sirva de  
incentivo na sua vida  
profissional, caso venha a seguir  
este caminho.

# Agradecimentos

Em especial quero agradecer aos colegas e amigos que me aturaram durante esta etapa da minha vida, onde foram discutidos muitas situações acadêmicas, seja em sala ou mesas de butecos...rsrs. Agradeço aos colegas Ahmed Mohammad Abdel Meguid, Alanna Costa Dutra, Augusto César de Aguiar Barbosa, Sérgio Bezerra Lima Júnior, Danillo Silva de Oliveira, Deborah Valandro de Souza, Emilson Pereira Leite pela disponibilidade do programa de inversão bem como pela ajuda na utilização do mesmo e esclarecimentos prestados, Fábio de Oliveira Lucas, Francisca de Souza, Igor José Chaves de Oliveira, Marcelo Augusto de Vasconcelos Lopes, Taciana Tolete e Welitom Rodrigues Borges. Também gostaria de agradecer ao prof. Tércio Ambrizzi e a Fabiana Victoria Weykamp, ambos do departamento de Ciências Atmosférica do IAG, pelos dados de precipitação utilizados.

Gostaria de agradecer ao meu orientador Eder Cassola Molina pelas orientações e soluções pertinentes ao trabalho realizado; sem essas não seria possível conduzi-lo em conformidade com a dissertação, bem como pelo meu amadurecimento científico. Também gostaria de agradecer a prof<sup>a</sup> Naomi Ussami por acompanhar o relatório acadêmico de mestrado fornecendo contribuições valiosas e pertinentes a este trabalho.

Sou grato a John Wahr e a Matthew Rodell do grupo de ciência do GRACE, a Jiali Chen, Guillaume Ramillien e Richard Gross pelos e-mails esclarecedores, dados e artigos enviados e também ao ISDC (*Information System & Data Center*) da GFZ pelo fornecimento dos dados Level-2 GSM do GRACE, sem os quais não seria possível obter os resultados.

Gostaria também de agradecer a todo o pessoal do futebol de sexta a tarde (que diga-se de passagem, são ruins pra cara...), todo o pessoal da portaria e da secretaria que muito me aturou com a liberação da chave do Laboratório A-205, entre outras

coisas. Ao pessoal da limpeza que na medida do possível manteve o ambiente de trabalho no IAG limpo e em ordem.

Ao departamento de Geofísica pela infra-estrutura e apoio que permitiram a realização deste trabalho.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), processo 04/11503-4, pelo apoio financeiro.

# Resumo

BOMFIM, E. P. **Utilização dos dados do GRACE para caracterização da variabilidade de massas de água do aquífero Guarani.** 2006. 157 p. Dissertação – Instituto de Astronomia, Geofísica e C. Atmosféricas, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

Este trabalho visa estimar a variação da massa de água em um período de dois anos a partir dos dados do GRACE no aquífero Guarani; esta variação engloba todas as mudanças de gravidade que são causadas por variações de massas em uma camada fina da superfície da Terra e pela deformação da Terra sólida em resposta a estas variações de massas, e que, aqui, estão sendo estimadas pelos coeficientes de Stokes fornecidos pela missão GRACE.

Foram utilizados os dados do produto do campo de gravidade calculado pelo GFZ em Potsdam na Alemanha, na forma de coeficientes do geopotencial do campo de gravidade estático, estimados apenas pelos dados dos satélites GRACE. As soluções foram obtidas somente a partir de perturbações de órbita de satélites e independentemente de dados de gravidade na superfície oceânica e continental. Os dados das soluções mensais do geóide fornecidas pelo GRACE, considerando  $l = m = 120$  (abril/2002 a novembro/2003) e  $l = m = 150$  (fevereiro/2003 a julho/2004), foram processados e geraram grades de altura geoidal e anomalia ar-livre para cada conjunto destas soluções mensais, juntamente com os erros associados. Uma inversão linear 3-D da altura geoidal residual do geóide foi realizada para obter a distribuição de densidades tridimensional associada, verificando assim a viabilidade do uso dos dados do GRACE na investigação da variação das massas de água no aquífero Guarani. A partir da anomalia ar-livre e dos dados de um modelo topográfico digital da região obteve-se também a anomalia Bouguer em um perfil representativo do aquífero, a fim de estimar a variação da massa de água na região analisada.

**Palavras-chave:** Aquífero Guarani, geopotencial, geóide, GRACE, harmônicos esféricos **Areas do conhecimento:** Geofísica e hidrologia.

# Abstract

BOMFIM, E. P. **The use of the GRACE data to characterize the variation of the water masses of the Guarani aquifer.** 2006. 157 p. Master's thesis – Instituto de Astronomia, Geofísica e C. Atmosféricas, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

This work estimates the variation of the water mass in a period of two years using the GRACE data in the Guarani aquifer; these changes are the sum of all the gravity changes that are caused by variations of masses in a thin layer of the surface of the Earth and by the deformation of the solid Earth in response to these mass variations. These effects are evaluated by using the Stokes coefficients supplied by the GRACE mission, calculated by the GFZ in Potsdam, Germany, in the form of geopotential coefficients of the static gravity field, estimated only by using the GRACE satellite data. The solutions have been calculated only from the disturbances of the satellite orbits and do not depend on the gravity data available in the oceanic and continental areas. The calculations of the geoid monthly solutions by using the GRACE data, considering  $l = m = 120$  (April/2002 to November/2003) and  $l = m = 150$  (February/2003 to July/2004), have been transformed in geoidal height and free-air anomaly grids, with the respective associated errors. A linear 3-D inversion using the residual geoid height supplied the three-dimensional density distribution, showing that the use of the GRACE data in investigation of the water mass variability in Guarani aquifer is feasible. A Bouguer anomaly profile, calculated by using the GRACE free-air anomaly and a digital topographic model data, was used in order to estimate the water mass variation in the Guarani aquifer region.

**Keywords:** Geoid, geopotential, GRACE (Gravity Recovered and Climate Experiment), Guarani aquifer, spherical harmonic.

# Lista de Figuras

1.1	Mapa esquemático do aquífero Guarani (Fonte: Agência Nacional de Águas, 2003). . . . .	2
3.1	As componentes da força gravitacional. A figura superior mostra a componente $y$ . . . . .	23
3.2	Potencial de um corpo sólido. . . . .	25
3.3	Coordenadas retangular e esférica. . . . .	27
4.1	Fluxograma da metodologia <i>Ramillien et al.</i> (2004). . . . .	43
5.1	Cobertura temporal das soluções do campo de gravidade fornecidas pela GFZ abrangendo um período de abril/2002 a julho/2004 (cada barra pequena corresponde a um período de tempo de aproximadamente 1 mês e as barras maiores correspondem a uma média das soluções do campo de gravidade). . . . .	51
5.2	Localização da área de estudo: região que abrange o Aquífero Guarani, na qual foi gerada a grade para o cálculo dos parâmetros envolvidos neste trabalho. . . . .	52
6.1	Cálculo da média gaussiana com a função de suavização para um raio médio de 650 km. . . . .	60
7.1	Erros de medidas (do instrumento) (em milímetros de equivalente em água) versus a área da região para cálculos da média de períodos mensal, sazonal e anual (modificado de Rodell & Famiglietti (1999)).	67



7.2	Estimativa da raiz quadrada da contribuição à variância inferida da anomalia da distribuição superficial de massa devido ao erro de medida do satélite GRACE, como uma função do grau dos harmônicos esféricos. . . . .	68
7.3	Alturas geoidais residuais para $L = M = 70$ sem aplicação de filtro. .	70
7.4	Alturas geoidais residuais para $L = M = 70$ sem aplicação de filtro. .	71
7.5	Alturas geoidais residuais para $L = M = 70$ sem aplicação de filtro. .	72
7.6	Alturas geoidais residuais para $L = M = 70$ sem aplicação de filtro. .	73
7.7	Alturas geoidais residuais para $L = M = 70$ sem aplicação de filtro. .	74
8.1	Fluxograma do procedimento de inversão 3-D de anomalias do geóide obtido da Figura 2.3 de Leite (2005). . . . .	77
8.2	Área de $6^\circ \times 6^\circ$ utilizada para inversão 3-D dos dados da altura geoidal residual (das diferenças geoidais). . . . .	78
8.3	Anomalia residual do geóide devida a um bloco de água de 250 <i>m</i> . O bloco representa um arenito com porosidade efetiva de 15% e com $\Delta\rho$ intercalado por 150 <i>kg/m</i> <sup>3</sup> e -150 <i>kg/m</i> <sup>3</sup> . As dimensões dessa fonte anômala são as mesmas da grade analisada para inversão ( $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ ) = (695.6676, 645.1306, 0.25) <i>km</i> . . . . .	82
8.4	Modelo de um aquífero, fora de escala, utilizado para gerar dados de entrada da inversão. A camada <i>A</i> representa as formações sedimentares, embasamento, sedimentos e rochas ígneas de 250 <i>m</i> cujo efeito foi removido com o cálculo da anomalia do geóide residual e, portanto tiveram valores fixados em $\Delta\rho = 0$ <i>kg/m</i> <sup>3</sup> . A camada <i>B</i> representa uma camada saturada de água de 250 <i>m</i> de espessura com $\Delta\rho$ intercalado lateralmente entre os blocos com valores de -150 <i>kg/m</i> <sup>3</sup> e 150 <i>kg/m</i> <sup>3</sup> . . . . .	83
8.5	Anomalia residual do geóide gerada pela combinação dos efeitos de cada prisma (blocos vermelhos e azuis) e seus respectivos contrastes de densidades. Estes prismas situam-se entre 250 e 500 <i>m</i> de profundidade. . . . .	84

8.6	Seções transversais de densidade, de 250 m de espessura cada, extraídas do modelo 3-D obtido a partir da inversão da anomalia residual do geóide da Figura 8.3. A inversão foi realizada dentro da área limitada pelas coordenadas $x=\{-347.8338;+347.8338\}$ km, $y=\{-322.5653;+322.5653\}$ km e $z=\{0;2\}$ km . . . . .	85
8.7	Seções transversais de densidade, de 250 m de espessura cada, extraídas do modelo 3-D obtido a partir da inversão da anomalia residual do geóide da Figura 8.3. A inversão foi realizada dentro da área limitada pelas coordenadas $x=\{-347.8338;+347.8338\}$ km, $y=\{-322.5653;+322.5653\}$ km e $z=\{0;2\}$ km . . . . .	86
8.8	(a) Anomalia residual do geóide produzida pelo modelo apresentado na Figura 8.3. (b) Anomalia residual do geóide gerada a partir da inversão do resultado obtido em (a). . . . .	88
8.9	(a) representação da diagonal da matriz de resolução dos parâmetros calculados na inversão (densidades) . (b) representação da diagonal da matriz de covariância da inversão da Figura 8.3. . . . .	89
9.1	Perfil A–A’ analisado para estimativa da variação da Anomalia Bouguer.	91
9.2	Anomalia ar-livre no Perfil A–A’ para cada solução mensal. . . . .	92
9.3	Ampliação no trecho entre 800 e 1000 <i>km</i> no Perfil A–A’ da anomalia ar-livre para cada solução mensal. . . . .	94
9.4	Topografia do Perfil A–A’ sem filtro e com filtros Gaussiano com resolução de 50, 100, 200 e 400 <i>km</i> . . . . .	95
9.5	Comparação da estimativa da anomalia Bouguer dos satélites GRACE com anomalia Bouguer estimada pelo levantamento gravimétrico. . .	96
9.6	Estimativa da anomalia Bouguer no Perfil A–A’ mês a mês. . . . .	97
9.7	Ampliação no trecho entre 850 e 950 <i>km</i> no Perfil A–A’ da estimativa da anomalia Bouguer mês a mês. . . . .	98
9.8	Estimativa esquemática do volume de água necessário para obter as diferenças da estimativa da anomalia Bouguer mês a mês. . . . .	99
9.9	Diferenças das estimativas da anomalia Bouguer mês a mês no Perfil A–A’. . . . .	101

9.10	Diferenças das estimativas da anomalia Bouguer mês a mês no Perfil A–A’ . . . . .	102
9.11	Variação das estimativas médias das diferenças da anomalia Bouguer mês a mês no Perfil A–A’ . . . . .	104
9.12	Variação da espessura $h$ do platô de Bouguer analisado nas anomalias Bouguer residuais médias no Perfil A–A’ . . . . .	105
10.1	Amplitude do erro para a componente de variação do geóide: estimativas da amplitude dos erros GRACE calibrados. . . . .	109
B.1	Geometria de um corpo gravitando em relação ao campo pontual $r_0$ . . . . .	120
D.1	Alturas geoidais para a solução mensal com seu respectivos grau e ordem máximos fornecido pelo GRACE . . . . .	128
D.2	Alturas geoidais para a solução mensal com seu respectivos grau e ordem máximos fornecido pelo GRACE. . . . .	129
D.3	Alturas geoidais para a solução mensal com seu respectivos grau e ordem máximos fornecido pelo GRACE . . . . .	130
D.4	Alturas geoidais para a solução mensal com seu respectivos grau e ordem máximos fornecido pelo GRACE . . . . .	131
D.5	Alturas geoidais para a solução mensal com seu respectivos grau e ordem máximos fornecido pelo GRACE . . . . .	132
D.6	Alturas geoidais para a solução mensal com seu respectivos grau e ordem máximos fornecido pelo GRACE . . . . .	133
D.7	Alturas geoidais para a solução mensal com seu respectivos grau e ordem máximos fornecido pelo GRACE . . . . .	134
D.8	Anomalias ar livre para a solução mensal com seu respectivos grau e ordem máximos fornecido pelo GRACE . . . . .	135
D.9	Anomalias ar livre para a solução mensal com seu respectivos grau e ordem máximos fornecido pelo GRACE. . . . .	136
D.10	Anomalias ar livre para a solução mensal com seu respectivos grau e ordem máximos fornecido pelo GRACE . . . . .	137
D.11	Anomalias ar livre para a solução mensal com seu respectivos grau e ordem máximos fornecido pelo GRACE . . . . .	138

D.12 Anomalias ar livre para a solução mensal com seu respectivos grau e ordem máximos fornecido pelo GRACE . . . . .	139
D.13 Anomalias ar livre para a solução mensal com seu respectivos grau e ordem máximos fornecido pelo GRACE . . . . .	140
D.14 Anomalias ar livre para a solução mensal com seu respectivos grau e ordem máximos fornecido pelo GRACE . . . . .	141

# Lista de Tabelas

4.1	Números de Love elástico $k_l$ adaptado de <i>Warh et al.</i> (1998). . . . .	38
9.1	Estimativa de diferenças da anomalia Bouguer média para cada solução mensal. . . . .	103
9.2	Estimativa da variação da espessura d camda de água $h$ , que justifica a estimativa da anomalia Bouguer média de cada solução mensal. . .	106

# Sumário

<b>Agradecimentos</b>	<b>i</b>
<b>Resumo</b>	<b>iii</b>
<b>Abstract</b>	<b>v</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Descrição . . . . .	1
1.1.1 O Aquífero Guarani . . . . .	1
1.1.2 A missão GRACE . . . . .	5
1.1.3 Modelo GLDAS . . . . .	7
1.2 Objetivos da dissertação . . . . .	10
1.3 Organização do trabalho . . . . .	10
<b>2 Estimativa de água na Terra a partir de dados de satélites e o estado da arte</b>	<b>12</b>
2.1 Introdução . . . . .	12
2.2 Estimativa dos aquíferos da Terra a partir de satélite . . . . .	13
2.3 O pioneirismo da nova tecnologia . . . . .	15
2.4 Desafios e limitações para usar a técnica do GRACE . . . . .	16
2.5 Separando o efeito de água subterrânea . . . . .	19
<b>3 Fundamentos Teóricos do Campo de Gravidade</b>	<b>22</b>
3.1 Atração e potencial . . . . .	22
3.2 Potencial de um corpo sólido . . . . .	25
3.3 Equação de Laplace em coordenadas esféricas . . . . .	27
3.4 Harmônicos esféricos . . . . .	29

3.5	Os harmônicos esféricos de superfície . . . . .	30
<b>4</b>	<b>Metodologia</b>	<b>33</b>
4.1	Fundamentos teóricos . . . . .	33
4.2	Método de <i>Wahr et al.</i> (1998) . . . . .	34
4.2.1	Equações relacionando a distribuição superficial de massa com a gravidade . . . . .	34
4.2.2	Fontes de dados . . . . .	40
4.3	Método de <i>Ramillien et al.</i> (2004) . . . . .	43
4.3.1	Estimativa de um modelo de incerteza <i>a priori</i> . . . . .	47
4.3.2	Estimativa de um modelo de covariância <i>a priori</i> . . . . .	47
<b>5</b>	<b>Processamento dos Dados</b>	<b>49</b>
5.1	Obtenção dos dados dos produtos level-2 GSM . . . . .	49
5.2	Pré-processamento dos dados . . . . .	51
5.3	Aquisição dos dados do GRACE . . . . .	52
5.3.1	Geração do produto . . . . .	53
5.3.2	Os arquivos de dados dos produtos level-2 utilizados neste trabalho . . . . .	55
<b>6</b>	<b>Recuperação da Distribuição Superficial de Massa a partir de Dados dos Satélites GRACE</b>	<b>57</b>
6.1	Cálculo da média espacial . . . . .	58
6.1.1	Reduzindo o erro do sinal . . . . .	61
<b>7</b>	<b>Estimativa de Parâmetros Hidrológicos a partir de Dados de Gravidade</b>	<b>63</b>
7.1	Introdução . . . . .	63
7.2	Relação da distribuição superficial de massa com a gravidade . . . . .	65
7.3	Fontes de erros nos dados do GRACE . . . . .	66
7.4	Estimativa direta de parâmetros da hidrologia a partir de dados do GRACE . . . . .	69
<b>8</b>	<b>Inversão Linear 3-D das Anomalias Residuais do Geóide</b>	<b>76</b>
8.1	Método Direto . . . . .	79

8.2	Formulação do Problema Inverso . . . . .	79
8.3	Teste da Modelagem Direta . . . . .	81
8.3.1	Análise Estatística das Soluções . . . . .	84
<b>9</b>	<b>Tratamento dos Dados de Gravidade dos Satélites GRACE para uma Análise em Perfil</b>	<b>90</b>
9.1	Estimativa da Anomalia Ar-Livre, Anomalia Bouguer e Topografia em Perfil . . . . .	90
9.2	Estimativa da Variação da Massa de Água para Justificar a Estimativa da Anomalia Bouguer Obtida . . . . .	99
<b>10</b>	<b>Discussão dos Resultados e Conclusões</b>	<b>107</b>
10.1	Inversão Linear 3-D de Anomalias Residuais do Geóide . . . . .	108
10.2	Análise em Perfil dos Dados de Gravimétricos Obtidos dos Coeficientes do Geopotencial do GRACE . . . . .	109
10.3	Perspectivas . . . . .	110
<b>11</b>	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>111</b>
<b>A</b>	<b>Anomalia de Gravidade Média</b>	<b>115</b>
A.1	Média Gaussiana . . . . .	117
<b>B</b>	<b>Formulação Geodésica de um Campo Gravitacional e do Tensor de Inércia</b>	<b>120</b>
<b>C</b>	<b>Funções de Legendre</b>	<b>124</b>
<b>D</b>	<b>Soluções do Campo de Gravidade Obtidas dos Dados dos Satélites GRACE</b>	<b>128</b>



# Capítulo 1

## Introdução

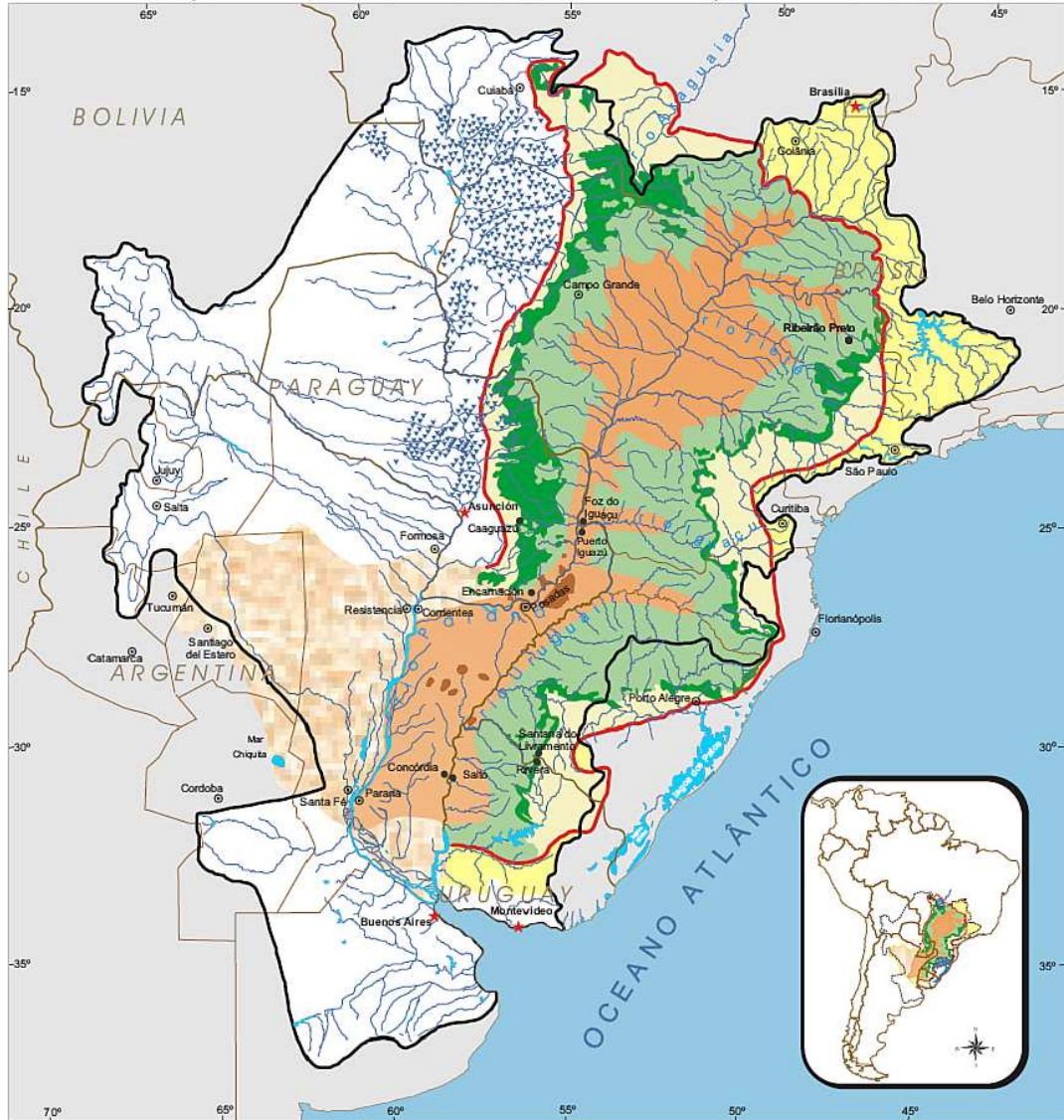
### 1.1 Descrição

#### 1.1.1 O Aquífero Guarani

O aquífero Guarani é a principal reserva subterrânea de água doce da América do Sul e um dos maiores sistemas aquíferos do mundo. Está localizado na região centro-leste da América do Sul, entre 12° e 35° de latitude sul e entre 47° e 65° de longitude oeste e ocupa uma área total de 1,2 milhões de  $km^2$  na Bacia do Paraná e parte da Bacia do Chaco-Paraná. Estende-se pelo Brasil (840.000  $km^2$ ), Paraguai (58.500  $km^2$ ), Uruguai (58.500  $km^2$ ) e Argentina, (255.000  $km^2$ ), abrangendo uma área equivalente à soma dos territórios da Inglaterra, França e Espanha. Sua maior ocorrência se dá em território brasileiro (2/3 da área total) abrangendo os Estados de Goiás, Mato Grosso do Sul, Minas Gerais, São Paulo, Paraná, Santa Catarina e Rio Grande do Sul (CETESB, 2001) (Figura 1.1.1).

O termo aquífero Guarani é uma denominação unificadora de diferentes formações geológicas que foi dada pelo geólogo uruguaio Danilo Anton em homenagem à grande Nação Guarani, que habitava essa região nos primórdios do período colonial. O aquífero foi inicialmente denominado de “Aquífero gigante do Mercosul”, por ocor-

**MAPA ESQUEMÁTICO DO SISTEMA AQÜÍFERO GUARANI**



**LEGENDA**

Drenagens não relacionadas ao Aquífero Guarani (não integram o Sistema)	Limite bacia hidrográfica do Prata
Área potencial de recarga indireta	Limite bacia sedimentar do Paraná
a partir da drenagem superficial	Rios
a partir do fluxo subterrâneo	Áreas alagadas
Área potencial de recarga direta	Limite político de País
regime poroso: afloramento do Guarani	Limite político de Estados/Províncias
regime fissural/poroso: basaltos e arenitos	Cidade
Área potencial de descarga	Capitais Estados/Províncias
regime fissural/poroso: basaltos e arenitos (individuais)	Capital dos Países
regime fissural/poroso: afloramentos do Guarani	
regime fissural/poroso (relação com o Guarani a definir)	

Escala Aproximada 1: 13.600.000

0 100 200 300 km

**Notas:**

- Figura ilustrativa elaborada pela CAS/SRH/MMA (UNPP/Brasil) aprovada pelo Conselho Superior de Preparação do Projeto de Proteção Ambiental e Desenvolvimento Sustentável do Sistema Aquífero Guarani (Argentina, Brasil, Paraguai e Uruguai - GEF/Banco Mundial - OEA).
- As porções coloridas representam as áreas que, em potencial, compõem o Sistema Aquífero Guarani. As áreas em branco e cinza não integram o Guarani. Os limites do Aquífero Guarani não estão totalmente definidos na Argentina e no Paraguai, tampouco se as áreas de descarga assinaladas estão a ele relacionadas.

**Fontes:**

- Mapa Hidrogeológico de America del Sur, 1996, DNP/CPRM/Unesco.
- Mapa Hidrogeológico do Aquífero Guarani, 1999, Campos H.C.
- Mapa de Integração Geológica da Bacia do Prata, 1998, MERCOSUL/SGT2.
- Mapa de Integração Hidrogeológica da Bacia do Prata, em elaboração, MERCOSUL/SGT2.
- Mapa Geológico do Brasil, 2ª Ed., 1995, MME/DNPM.
- Mapa Geológico de la Cuenca del Rio de la Plata, 1970, OEA.

Figura 1.1: Mapa esquemático do aquífero Guarani (Fonte: Agência Nacional de Águas, 2003).

rer nos quatro países participantes do referido acordo comercial (Araújo, 1995).

Dada a dimensão e a importância econômica deste sistema aquífero, em 1993, realizou-se em Gramado (RS) o 10º Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos e o 1º Simpósio de Recursos Hídricos do Cone Sul. Durante o evento foi formado um grupo de trabalho internacional com o objetivo de estudar em detalhes o “Aquífero Internacional Botucatu” (conhecido atualmente como Guarani). O primeiro passo consistiu na elaboração de um mapa hidrogeológico do Aquífero Guarani, que apresentasse de forma esquemática um modelo conceitual do funcionamento do sistema, em uma escala compatível com a densidade de dados existentes. A elaboração do mapa começou em 1994.

Em agosto de 1994, realizou-se em Curitiba a “Jornada Técnico Científica sobre Gestão Ambiental do Aquífero Internacional Botucatu”, e em maio de 1996, em Curitiba (PR), realizou-se o primeiro “Seminário e Workshop do Aquífero Gigante do Mercosul”.

Em maio de 1997, realizou-se o Segundo Seminário, no Uruguai, onde foi proposto que os governos do Mercosul estabelecessem um mecanismo de coordenação e consulta para a evolução, investigação, planejamento e preservação do aquífero. Neste seminário foi apresentada a proposta de investigação sobre o aquífero (Rocha, 1997) e a elaboração do “Mapa hidrogeológico do Aquífero Guarani”; esta proposta foi prontamente aceita pelos participantes como parte do programa de investigação básica internacional (Campos, 2000).

O Aquífero Guarani é formado pelo preenchimento de espaços nas rochas (poros e fissuras), convencionalmente denominadas Guarani. As rochas do Guarani constituem-se de um pacote de camadas arenosas depositadas entre 245 e 944 milhões de anos atrás. A espessura das camadas varia de 50 a 800 metros, estando situadas em profundidades que podem atingir até 1800 metros.

Em decorrência do gradiente geotérmico, as águas do aquífero podem atingir temperaturas relativamente elevadas, em geral entre 50 e 85°C. O pacote de camadas que constitui o aquífero Guarani tem arquitetura arqueada para baixo como resultado da pressão das rochas subjacentes, como os espessos derrames de lavas basálticas oriundos da ativação de falhas, arcos regionais e soerguimento de bordas, ocorridos na bacia sedimentar do Paraná.

---

As formações geológicas do Guarani congregam sedimentos fluvio-lacustres do período Triássico (245 - 208 milhões de anos): Formações Pirambóia e Rosário do Sul, no Brasil, e Buena Vista no Uruguai; sedimentos eólicos desérticos do período Jurássico (208 - 144 milhões de anos): Formações Botucatu, no Brasil; Misiones, no Paraguai; e Tacuarembó no Uruguai e Argentina (Rocha, 1997).

As reservas permanentes de água do aquífero são da ordem de  $45.000 \text{ km}^3$ , considerando uma espessura média aquífera de  $250 \text{ m}$  e porosidade efetiva de  $15 \%$ .

As reservas explotáveis correspondem à recarga natural (média plurianual) e foram calculadas em  $166 \text{ km}^3/\text{ano}$  ou  $5 \text{ mil } \text{m}^3/\text{s}$ , representando o potencial renovável de água que circula no aquífero. Em termos de reserva ativa, o volume disponível através da infiltração direta da água de chuva, varia entre  $22 \text{ milhões } \text{m}^3$  (Rebouças, 1976) e  $5,2 \text{ milhões } \text{m}^3$  (Chang, 2001). A recarga natural ocorre por meio da infiltração direta das águas de chuva nas áreas de afloramento das rochas do Guarani; e de forma indireta, por filtração vertical (drenança) ao longo de descontinuidades das rochas do pacote confinante sobrejacente, nas áreas onde a carga piezométrica favorece os fluxos descendentes.

O padrão geral de fluxo de água no aquífero é marcado por um escoamento controlado pela elevação relativa dos afloramentos, seguindo uma orientação geral de norte para sudoeste, com áreas proeminentes de descarga localizadas na Argentina (Araújo, 1995).

O Aquífero Guarani constitui-se em uma importante reserva estratégica para o abastecimento da população, para o desenvolvimento das atividades econômicas e do lazer. Tem uma área de recarga de  $150.000 \text{ km}^2$ . Sua recarga natural anual (principalmente pelas chuvas) é de  $160 \text{ km}^3/\text{ano}$ , sendo que desta,  $40 \text{ km}^3/\text{ano}$  constitui o potencial explotável sem riscos para o sistema aquífero. As águas em geral são de boa qualidade para o abastecimento público e outros usos, sendo que em sua porção confinada os poços têm cerca de  $1.500 \text{ m}$  de profundidade e podem produzir vazões superiores a  $700 \text{ m}^3/\text{h}$ .

O mapa hidrogeológico do Aquífero Guarani, foi publicado em dezembro de 2000, pela Universidade Vale do Rio dos Sinos (RS), em escala  $1 : 2.500.000$ . O trabalho apresenta um panorama geral do aquífero, dentre as informações mais relevantes, estão o fluxo e as características químicas da água. Este mapa constitui uma fer-

---

ramenta fundamental da gestão do recurso hídrico subterrâneo para a elaboração e desenvolvimento do projeto internacional “Proteção Ambiental e Gerenciamento Sustentável Integrado do Sistema Aquífero Guarani”. Este projeto será realizado com o apoio do Fundo para o Meio Ambiente Mundial, Global Environment Facility (GEF), e do Banco Mundial, que é o órgão implementador.

Cabe notar que uma utilização importante dos dados associados à caracterização geofísica do aquífero relaciona-se ao setor energético, pela possibilidade da estimativa de parâmetros importantes sobre a vazão dos rios associados a ele, parâmetros estes de extrema importância e relevância na atualidade.

### 1.1.2 A missão GRACE

A missão GRACE (*Gravity Recovery And Climate Experiment*) consiste de dois satélites artificiais idênticos que foram colocados na mesma órbita polar a aproximadamente 500 quilômetros de altitude e separados a 220 quilômetros um do outro. À medida que os dois satélites realizam seu trajeto em torno da Terra, as regiões do nosso planeta que possuem uma gravidade ligeiramente mais forte, afetarão primeiro o satélite líder, que por sua vez será ligeiramente afastado do outro que o acompanha. A distância entre eles pode ser monitorada com extraordinária precisão: os dois satélites são capazes de sentir uma mudança na sua separação equivalente a um micron (NASA, 2003).

A partir da medição destas variações, o GRACE é capaz de determinar variações muito pequenas no campo de gravidade da Terra, por meio de medidas constantes das mudanças na distância entre os dois satélites e da combinação destes dados com medidas de posição através do sistema de posicionamento global GPS e acelerômetros a bordo de cada satélite.

A missão GRACE é a primeira missão de monitoramento da Terra na história cuja medida chave não é derivada do uso de ondas eletromagnéticas que interagem com a superfície da Terra. Em seu lugar, a missão usa um sistema de microondas ressonantes que mede corretamente mudanças na velocidade e distância entre as duas naves flutuantes em sua órbita polar. O sistema ressonante é extremamente sensível, o que permite esta determinação com a grande precisão necessária (NASA, 2003).

---

No passado, a técnica de “Satellite Laser Ranging” (SLR) tinha sido usada para determinar mudanças sazonais de longo comprimento de onda do campo de gravidade devidas às transferências de massas entre a atmosfera, oceano, e fontes de águas continentais. Estas medidas eram limitadas em resolução por causa da distribuição geográfica dos dados coletados e pelas elevadas altitudes dos satélites. A missão GRACE foi implementada para prever medidas globais desse mesmo fenômeno, mas com uma resolução espacial mais fina e com melhor precisão que o anterior.

Estimativas do armazenamento da água terrestre podem ter implicações políticas e econômicas importantes, sendo utilizadas para prognósticos (previsões) e conhecimentos das mudanças climáticas, das condições de tempo, produtividade agrícola, setor de geração de energia, previsão de enchentes, e outros fenômenos da natureza. A umidade do solo, em particular, é um componente importante na análise de mudanças do clima e na performance dos modelos de circulação geral.

A dificuldade com modelos de depósito de água do globo terrestre é que eles são muitas vezes pobremente vinculados às observações diretas. Isto pode resultar em alguns modelos que estão vinculados a uma previsão da climatologia, quando não existem dados suficientes na região de abrangência. Além disso, os resultados provenientes de diversos modelos muitas vezes divergem consideravelmente.

Os resultados das variações temporais de gravidade medidas pelo GRACE são um importante vínculo adicional na produção de modelos hidrológicos, pois representam a integração do efeito da massa na vertical. Embora as estimativas GRACE tendam a ser dominadas por processos hidrológicos não modelados, elas contêm uma variedade de outros sinais que devem ser considerados quando os resultados forem interpretados.

Deve-se notar que a conformidade perfeita dos resultados do GRACE com os modelos de hidrologia de solo não é necessariamente esperada. Por exemplo, é comum que modelos globais de hidrologia continental, como o GLDAS (Rodell et al., 2004), não incluam no modelo os efeitos de fluxo de água profunda, persistência de neve, ou de grandes variabilidades no continente, como no caso da Antártica.

Os modelos gerados a partir dos dados da missão GRACE são capazes de detectar variações no campo de gravidade de resolução espacial em torno de 400 km em um período particular, em regiões de sinais abundantes; a coleta de dados por vários

---

anos fornece modelos que levam a melhores resultados. Com o reprocessamento de dados com técnicas elaboradas é esperado um incremento na resolução efetiva desses modelos. A magnitude de erros na estimativa dos coeficientes dos modelos do GRACE varia mês a mês por causa da combinação de diversos fatores, incluindo a cobertura espacial dos dados coletados, a cobertura temporal (i.e., dias com falta de dados) e o intervalo de tempo investigado.

Um bom exemplo deste tipo de estudo está relacionado à variabilidade da massa de água superficial na região amazônica (Tapley et al., 2004). Os dados do GRACE mostram que há uma variação nos elementos associados ao campo de gravidade na região nos períodos de fevereiro a maio, quando aumenta a chuva na região, em comparação com os valores obtidos de julho a novembro, época em que as chuvas são menores.

A missão GRACE tem um enorme potencial em recuperar sinais hidrológicos. No entanto, uma desvantagem é que os produtos do GRACE fornecem informações sobre valores da massa integrada sobre uma coluna vertical de matéria, e assim não é possível distinguir entre as diferentes origens do campo de gravidade. Numericamente, a separação de cada componente (contribuição de fluido) é um problema que requer informação suplementar, como por exemplo, outros tipos de dados de satélite, medidas *in situ*, ou valores previstos por variáveis hidrológicas baseados em modelos de clima global (Ramillien et al., 2004).

### 1.1.3 Modelo GLDAS

Este é um poderoso sistema de modelagem da superfície da Terra que integra dados de sistemas de observação avançados para sustentar melhoras na iniciação de modelos de previsão e investigação hidrometeorológica.

As condições de temperatura da superfície e de umidade da Terra afetam e são afetadas por numerosos fenômenos climatológicos, meteorológicos, ecológicos e geofísicos. Conseqüentemente, as estimativas exatas e de alta resolução dos armazenamentos de água terrestre e de energia são valiosas para a previsão de mudança climática, de tempo, da produtividade biológica e da agricultura, e de enchentes, e para executar uma grande variedade de estudos em biogeociências. É particularmente de interesse, o armazenamento terrestre de energia e de água que modulam

---

fluxos entre a Terra e a atmosfera e exibem duração em escalas de tempo diurna, semidiurna, sazonal e interanual. Além disso, por causa da umidade do solo, da temperatura, e da neve serem condições integradas, as tendências nos dados de forçantes da superfície da Terra e nas parametrizações acumuladas como erros nas representações destas condições nos modelos numéricos operacionais de previsão do tempo e do clima e seus associados sistemas de assimilação de dados acoplados leva à estimativa incorreta de água de superfície e à partição de energia, e, portanto, a previsões incertas. A reinicialização dos estados (condições) da superfície da Terra modificaria este problema se os campos de superfície da Terra fossem confiáveis e disponíveis globalmente em alta resolução espacial, e em tempo real.

O GLDAS (*Global Land Data Assimilation System*) foi desenvolvido conjuntamente por cientistas na NASA (*National Aeronautics and Space Administration*) em GSFC (*Goddard Space Flight Center*) e na NOAA (*National Oceanic and Atmospheric Administration*) em NCEP (*National Centers for Environmental Prediction*) a fim de produzir tais campos. O GLDAS faz uso da nova geração dos sistemas de observação de bases terrestres e espacial, que fornecem dados para restringir as condições de modelagem da superfície da Terra. A restrição é aplicada de duas maneiras. Primeiramente, pelas forçantes dos modelos da superfície da Terra (LSMs – Land Surface Models) com observações baseadas em campos meteorológicos, ou seja, tendências em forçantes baseadas em modelos atmosférico podem ser evitadas. E depois, empregando técnicas de assimilação dos dados, ou seja, as observações das condições da superfície da Terra podem ser usadas para restringir as condições de modelo não realísticos (Rodell et al., 2004).

Com a inovação e uma conceitualização continuamente melhorada dos fundamentos físicos dos processos do sistema da Terra, os LSMs continuaram a evoluir e mostrar uma melhor habilidade em simular fenômenos complexos. Simultaneamente, os aumentos dos ganhos computacionais e dos recursos disponíveis estão permitindo que as simulações globais funcionem mais rotineiramente e com menos tempo de processamento, em resoluções espaciais que poderiam ser somente simuladas usando supercomputadores há cinco anos. O GLDAS aproveita este ganho computacional de baixo custo para integrar produtos de dados baseados de observações de múltiplas fontes dentro de uma sofisticada estrutura de modelagem da superfície da Terra de alta resolução global.

---



O que faz o GLDAS original é a união de todas estas qualidades: é um sistema de modelagem terrestre de alta resolução global, offline (desacoplado à atmosfera) que incorpora observações baseadas em satélites e observações terrestres a fim produzir campos dos estados (das condições) e fluxos da superfície da Terra em aproximadamente tempo-real.

**Modelagem da superfície da Terra.** O estímulo pelo avanço no entendimento da dinâmica da umidade do solo, da fisiologia da planta, da micro-meteorologia, e do controle nas interações atmosfera - biosfera - hidrosfera, tem sido desenvolvido por diversos LSMs nas últimas duas décadas com objetivo realístico de simular a transferência de massa, energia, e momentum entre a superfície do solo e da vegetação e da atmosfera. Atualmente, o GLDAS dirige três modelos de superfície da Terra: *Mosaic*, *Noah*, e o *Community Land Model* (CLM). Modelos adicionais são experimentados para futura incorporação, incluindo o modelo *Variable Infiltration Capacity* e o *Catchment Land Surface Model* (Rodell et al., 2004).

MOSAIC – O MOSAIC é um LSM bem estabilizado e teoricamente seguro com raízes no modelo *Simple Biosphere* (SiB). A principal inovação do MOSAIC foi seu tratamento na variabilidade da escala de subgrade. Ele divide cada célula da grade do modelo em um mosaico quadriculado baseado na distribuição dos tipos de vegetações dentro da célula.

CLM – O CLM está sendo desenvolvido pela colaboração dos cientistas que têm interesse em fazer um modelo geral da superfície da Terra disponível para o uso público. O projeto não é controlado por uma única organização ou cientista, preferivelmente, a ciência é dirigida pela comunidade. O CLM inclui componentes superiores de cada um dos três modelos de contribuição: o NCAR *Land Surface Model*, o *Biosphere -Atmosphere Transfer Scheme*, e o LSM do *Institute of Atmospheric Physics of the Chinese Academy of Sciences*. Ambas primeiras duas versões do CLM estão incluídas no GLDAS.

NOAH – Desde 1993, quando um núcleo do projeto dentro do *Global and Energy Water Cycle Experiment* (GEWEX) *Continental-Scale International Project* (GCIP), o NCEP tinha encabeçado uma colaboração continuada do GCIP e de outros investigadores de ambas instituições públicas e privadas para desenvolver um moderno LSM a ser usado para operações e pesquisa em modelos de previsão do tempo e clima em NCEP e para seus sistemas de assimilação de dados, e também para ser

---

suportado e distribuído para o uso da comunidade. O LSM do Noah nasceu deste esforço. O Noah tem sido usado operacionalmente em modelos do NCEP desde 1996, e continua a beneficiar-se de uma progressão constante de melhorias (Rodell et al., 2004).

## 1.2 Objetivos da dissertação

O objetivo principal deste trabalho é estimar a variabilidade no armazenamento de água subterrânea do aquífero Guarani, a partir dos dados do GRACE.

Para caracterizar a variação da massa de água do Aquífero Guarani ao longo do tempo, em um período de quase 2 anos, utiliza-se soluções mensais fornecidas pelo GRACE que permitem o cálculo da altura geoidal. Esta contribuição de fluido (considerando a água como único fluido neste trabalho) será estimada por anomalias Bouguer residuais e por uma inversão linear 3-D de anomalias do geóide residuais (altura geoidal residual), o que permitirá a estimativa da variação de massa de água no aquífero no período analisado.

## 1.3 Organização do trabalho

Uma vez iniciada a revisão bibliográfica nas seções anteriores que descrevem a região de trabalho (aquífero Guarani) bem como a missão GRACE que fornece o modelo do campo de gravidade da Terra, seguem-se os demais capítulos, de forma abranger os objetivos descritos aqui, com a descrição sucinta de métodos para a determinação da estimativa da variação de massa de água no aquífero e fornecendo também os fundamentos teóricos necessários para tais desenvolvimentos. No entanto este trabalho foi disposto em 11 capítulos.

Sendo assim, no Capítulo 2 foi feita uma revisão bibliográfica das possíveis medidas hidrológicas dos satélites GRACE (com as primeiras simulações dos dados do GRACE obtidas por *Wahr et al.* (1998)) e seu relacionamento com teorias que possibilitaria detectar a variabilidade das massas de águas subterrâneas, que consiste no objeto de estudo desta pesquisa, bem como o estado da arte dessa nova metodologia.

No Capítulo 3 será descrita a teoria do potencial fundamental, em harmônicos

---

esféricos, em detalhes suficiente para o entendimento do desenvolvimento deste trabalho.

No Capítulo 4 apresenta-se a metodologia adotada, detalhando o entendimento dos coeficientes obtidos para a geração da altura geoidal e variação de massa como função da altura equivalente em água, bem como no auxílio do cálculo do erro estimado nos dados do GRACE.

No Capítulo 5, por sua vez, é descrito todo o processamento bem como a obtenção dos dados do Level-2 GSM do GRACE.

O Capítulo 6 descreve como os satélites GRACE recupera o sinal nos continentes e oceanos em graus dos harmônicos esféricos. Aqui também é abordado o cálculo da média espacial para utilização do filtro gaussiano.

O Capítulo 7 aborda a relação da gravidade com hidrologia no sentido de tentar entender o ciclo hidrológico.

No capítulo 8 foi feita a inversão linear 3-D para a obtenção da distribuição de densidade tridimensional na tentativa de estimar a contribuição da variação de água do geóide residual de cada solução mensal do campo de gravidade da Terra disponibilizada pela missão dos satélites GRACE.

Um análise em perfil foi obtida no Capítulo 9 para estimar a variação de água ao longo do perfil na região do aquífero Guarani que justificasse a anomalia Bouguer residual observada.

No Capítulo 10 são apresentadas as análises, discussão e resultados obtidos dos procedimentos utilizados neste trabalho.

Por fim apresenta-se a bibliografia (Capítulo 11) que serviu como referência para o desenvolvimento de toda a pesquisa, bem como deste texto. Além do mais, apresentam-se também os apêndices A, C, B e D para um melhor elucidação da teoria utilizada e para uma representação em mapas do campo de gravidade da Terra mensal calculados a partir dos dados dos satélites GRACE obtidos neste trabalho.

---

## Capítulo 2

# Estimativa de água na Terra a partir de dados de satélites e o estado da arte

### 2.1 Introdução

A água cobre aproximadamente 70% da superfície da Terra. Assim, encontrar água seria uma tarefa trivial. Contudo, somente 2.5% da água da Terra é doce (fresca) e portanto, apropriada para o consumo. Não somente isso, mas destes 2.5%, mais de dois terços encontram-se presas em geleiras. Por muito, a fonte de água fresca mais abundante e disponível são os armazenamentos de água subterrânea também conhecidos como aquíferos. Conseqüentemente, os cientistas e os gerentes de recursos naturais estão muito interessados em traçar como estes reservatórios subterrâneos de água fresca estão mudando com tempo (Ward & McClung, 2003).

Um par de satélites idênticos, lançado em 2002, que compõem o Gravity Recovery And Climate Experiment (GRACE) da NASA estão tentando resolver o problema em uma forma nunca antes vista: estimar a mudança de água da Terra do espaço. Servindo como uma espécie de “haste divina” que se move no espaço em resposta a uma força de natureza poderosa e fundamental: a gravidade. Os satélites respondem às mudanças no campo gravitacional da Terra devido à mudança do sinal no

movimento da água através da superfície da Terra e sob a superfície da Terra.

O cientista pesquisador da universidade do Colorado, John Wahr, iniciou esta técnica em 1998 (Wahr et al., 1998) trabalhando com a equipe do GRACE, criando uma simulação de computador onde se propôs como que o campo de gravidade da Terra seria visto através da missão GRACE, ou seja, usando os dados simulados do GRACE, eles demonstraram que às mudanças do armazenamento de água mês a mês poderiam ser recuperadas do espaço. Aqui, dividiu-se o campo de gravidade total em suas componentes separadas, estimando quanto do sinal veio dos oceanos, das massas continentais, da atmosfera, e da água subsuperficial. Em seguida, subtraíram-se as outras componentes do campo de gravidade e portanto, deduziu quanto do sinal de gravidade total foi causado pela água subterrânea.

A idéia de Wahr era analisar a possibilidade de recuperar o armazenamento de água (subterrânea) a partir dos dados simulados do GRACE na presença de todos os outros sinais no campo de gravidade da Terra.

## 2.2 Estimativa dos aquíferos da Terra a partir de satélite

O armazenamento de água em geral se refere à água subterrânea, à umidade de solo, à neve, ao gelo, e à água de superfície. A água subterrânea é a parcela de água que reside em aquíferos subterrâneos. Os cientistas sabem que as mudanças no clima e no tempo influenciam o armazenamento de água, e vice versa, mas não compreendem completamente como se molda esse relacionamento. Em consequência, a previsão das mudanças do armazenamento de água é difícil, mesmo com modelos computacionais sofisticados. É necessário mais observações, mas estas não são fáceis de se obter sobre grandes áreas. As medidas de base terrestre requerem grandes quantidades de tarefas e somente descrevem o armazenamento de água para uma única posição. Devido a essas dificuldades, não se fazem levantamentos regular e metodicamente dos sistemas aquíferos do mundo, o que significa que é tedioso no melhor dos casos (em muitos casos impossível) para se avaliar, dentro de mudanças regionais, os níveis de água subterrânea (Ward & McClung, 2003).

---

Duas missões da NASA oferecem uma nova perspectiva neste problema, e permitem observações da Terra em escala regional e global, contribuindo com uma nova riqueza de informação no movimento da água na superfície e abaixo da superfície. O *Advanced Microwave Scanning Radiometer* (AMSR) da *Earth Observing System* (EOS) – (AMSR-E), a bordo da espaçonave Aqua, tem a habilidade de determinar quanto de umidade está na superfície do solo. Esta observação dá aos cientistas uma visão mais completa do ciclo hidrológico do que se tinha antes, mas está longe de uma visão completa. O AMSR-E é incapaz de penetrar além de poucos centímetros do topo do solo, portanto, ainda falta a informação crítica de como está se movimentando a água do solo ou dos aquíferos mais profundos.

Os dados da missão GRACE são elementos chaves faltantes que podem ser combinados com estas missões de medição da umidade de solo (tais como AMSR-E) para obter uma melhor feição no ciclo hidrológico.

Ao contrário da maioria dos sensores remotos dos satélites, o GRACE não mede a energia eletromagnética refletida de volta da superfície da Terra. Embora, os dois satélites GRACE orbitem um atrás do outro em torno da Terra, a distância entre as duas espaçonaves mudam em resposta às variações na massa da Terra e na massa da superfície abaixo dela – e portanto, na gravidade. Um dispositivo na espaçonave pode detectar mudanças na distância entre os satélites tão pequenos quanto um milionésimo de um metro e registra esta informação junto com a posição exata dos satélites sobre o planeta. A Equipe de Ciência do GRACE coleta os dados e traduz estas mudanças na distância em mapas mensais do campo de gravidade médio da Terra.

O GRACE utiliza a vantagem da relação física fundamental entre a massa de um objeto e a força gravitacional exercida por este objeto – quanto maior a massa do objeto, mais forte é seu campo gravitacional. Se a massa (por exemplo, a água subterrânea) em um objeto (tal como a Terra) estiver livre para se mover ao seu redor, então o campo gravitacional desse objeto mudará com a posição das mudanças do seu centro de massa. O GRACE permite a obtenção deste campo de gravidade sobre um período de tempo de um mês e o movimento da água sobre os continentes é uma das maiores causas das mudanças na distribuição de massa da Terra, e conseqüentemente em seu campo de gravidade. A equipe do GRACE objetiva examinar a vantagem deste relacionamento entre a massa e a gravidade para traçar a mudança

---

no armazenamento de água da Terra.

## 2.3 O pioneirismo da nova tecnologia

Os hidrologistas Matt Rodell do *Goddard Space Flight Center* da NASA, e Jay Famiglietti da *Universidade da Califórnia*, estão estudando a técnica GRACE, e construindo-a a partir do trabalho inicial de Wahr (Wahr et al., 1998) para produzirem seus primeiros trabalhos tais como *Rodell & Famiglietti* (1999, 2001 e 2002).

Rodell e Famiglietti conduziram dois estudos iniciais da técnica do GRACE. Em seu primeiro experimento, a idéia era testar os limites da técnica proposta do GRACE e verificar sobre uma área tão pequena se esperaria do satélite para detectar mudanças no armazenamento de água. Para se fazer isto eles precisaram saber, primeiro, quanto sensível às mudanças na gravidade da Terra os projetores dos satélites GRACE tinham-o construído, e segundo, que tipos de mudanças do armazenamento de água o GRACE provavelmente o encontraria no mundo real. Rodell e Famiglietti voltaram para as simulações de modelos computacionais das mudanças sazonais e climáticas no armazenamento de água de vinte diferentes bacias hidrográficas de todo tamanho ao redor do mundo, uma vez que não existem muitos dados do mundo real em mudanças no armazenamento de água.

Rodell e Famiglietti compararam estes ambientes de modelagens hidrográficas às projeções da equipe do GRACE para as potencialidades dos satélites e encontraram que os dados do GRACE seriam capazes de determinar mudanças mensais do armazenamento de água para áreas de aproximadamente 200.000 quilômetros quadrados ou maior (Rodell & Famiglietti, 1999). Na verdade, os hidrologistas confiaram em mudanças modeladas do armazenamento de água, pois para muitas partes do mundo, não existem observações de base terrestre. Mas em seu segundo estudo, eles foram além dos modelos e verificaram a técnica do GRACE de encontro aos reais dados observados, focando seu estudo no estado de Illinois onde existem registros extensivos de dados de armazenamento de água de longo termo. Illinois tem uma área de 145.800 quilômetros quadrados (abaixo de um limiar mínimo para que o GRACE detecte mudanças no armazenamento de água mensal) assim os cientistas tiveram que escalonar os resultados obtidos em Illinois às regiões maiores supondo

---

as condições que na área ao redor são similares àqueles em Illinois. Outra vez, os resultados estavam alientando e indicando que o GRACE detectaria com sucesso mudanças no armazenamento de água em áreas maior que 200.000 quilômetros quadrados (Rodell & Famiglietti, 2001).

A técnica do GRACE será mais acurada para grandes áreas sobre intervalos de tempo maiores. Por exemplo, o GRACE detectaria mudanças no armazenamento de água sazonal (três meses) e anual em uma área do tamanho de Illinois, mas não mudanças mês a mês. No contrário, em uma área do tamanho da bacia hidrográfica do Mississippi (3.165.500 quilômetros quadrados), o GRACE provavelmente detectaria mudanças do armazenamento de água em intervalos de tempo mensais, sazonais e anuais. Em muitos locais, as mudanças entre as estações do ano têm maiores magnitudes, e portanto, a mudança sazonal do armazenamento de água poderá ser mais fácil de detectar usando a técnica do GRACE (Ward & McClung, 2003).

## 2.4 Desafios e limitações para usar a técnica do GRACE

O GRACE mede mudanças no campo de gravidade da Terra medindo a distância entre os dois satélites a cada cinco segundos. Dessa forma, pode-se dizer que os satélites do GRACE estão continuamente monitorando campo de gravidade da Terra. Usando as medidas brutas do GRACE, os pesquisadores podem dizer que em um ponto específico acima da Terra os dois satélites estavam mais próximos ou mais afastados do outro do que estavam há cinco segundos. Não se pode dizer muito além disso. Os dados brutos são só uma medida da distância e da posição sobre o planeta. Centenas de quilômetros abaixo dos satélites, algumas vezes acima, abaixo, ou debaixo da superfície da Terra se tem uma densidade que faz com que a gravidade neste ponto puxe um pouco mais forte ou um pouco mais fraco os satélites os quais se movem em uma determinada órbita, e os cientistas têm o desafio de determinar o que causa essa mudança.

Na verdade, entender o que causa esta mudança no campo de gravidade da Terra é um dos objetivos da equipe do GRACE, pois, poderia ser quase qualquer coisa,



e isto faz o trabalho da remoção do sinal ser completamente difícil. Há mudanças rápidas e lentas causadas por todo movimento da água nos oceanos, do vapor de água e das outras componentes na atmosfera, e pelo movimento (deslocamento) da rocha sólida na litosfera. Outras mudanças podem ocorrer devido aos efeitos de maré causada pelo Sol e pela Lua. As diferentes feições topográficas ao longo do trajeto dos satélites – extensão das montanhas, trincheiras oceânicas profundas, formações rochosas ricas em metais pesados e densos – também influenciam o campo de gravidade. O campo de gravidade pode mudar até mesmo em resposta às feições topográficas que não estavam presentes por milênios. Por exemplo, a crosta de Terra é ainda “reflexo” de uma estimativa maciça que foi removida quando as geleiras retrocederam no fim da última Era do gelo. Os dados fornecidos pela equipe da ciência do GRACE tem removido todos estes diferentes efeitos (Ward & McClung, 2003).

Há alguns efeitos de gravidade que mudam extremamente rápido, alguns quase minuto a minuto. Isto incluem as marés oceânicas ou sistemas de tempo (condição atmosférica em algum tempo ou local dado, por exemplo, o clima) que se movem através do planeta. Às vezes a variabilidade no campo de gravidade sobre um mês pode ser tão grande quanto o valor médio para o mês, mas o GRACE não pode detectar esta variabilidade. Quando o GRACE coleta os dados, não faz a varredura de toda a Terra de uma só vez. Os satélites levam aproximadamente um mês para que toda a Terra seja amostrada. Isto significa que o GRACE não pode ver a Terra tão rápido o bastante para medir as mudanças mais rápidas no campo de gravidade do espaço. Conseqüentemente, a fim de se preparar a solução de gravidade, por exemplo, para o uso em aplicações hidrológicas, as mudanças que ocorrem sobre uma escala de tempo mais curta que um mês, na maior parte relacionada à atmosfera e ao oceano, devem ser consideradas (estimadas) para utilizá-las nos modelos. De outro modo, a estimativa da média mensal do campo de gravidade não seria tão confiável para ser utilizada em hidrologia (no que se refere às mudanças de massas de água).

As médias mensais dos mapas do campo de gravidade fornecidas aos usuários do GRACE foram corrigidas para estas variações rápidas. Entretanto, há ainda efeitos mais lentos de fenômenos atmosféricos e oceânicos que mudam sobre intervalos mensais ou mais longos que devem ser tomados no cálculo antes de isolar a mudança do

---

armazenamento de água. Usando o modelo de simulações da atmosfera, do oceano, e da Terra sólida, os usuários do GRACE podem excluir todos os efeitos restantes não relacionados à água, o qual termina com um campo de gravidade “corrigido” e que representa somente os efeitos do movimento de água. Em outras palavras, o sinal causado pelo armazenamento de água pode ser sombreado (obscurecido) por mudanças causadas pelos movimentos na atmosfera e nos oceanos.

Mas, há ainda o problema de como estimar a influência da topografia da Terra. A influência da variação geográfica na massa da Terra no campo de gravidade é muito maior do que aquele do armazenamento de água, e os erros na solução para o campo médio poderiam obscurecer os sinais menores do armazenamento de água. Os hidrologistas se depararam em torno deste problema pela comparação com as observações do GRACE em dois diferentes períodos de tempo e assumindo que toda a mudança observada é causada pelo armazenamento de água. Apesar de tudo, pode-se muito bem considerar no fato que se uma montanha estava em um lugar particular no último mês, a montanha também estará no mesmo lugar este mês, e assim seu efeito no campo de gravidade será o mesmo mês a mês. Ou melhor, olhando a média mensal do campo de gravidade de dois diferentes períodos de tempo e tomando uma diferença entre os dois, a parcela do sinal que é mais ou menos constante sobre um curto intervalo de tempo se anula e o que resta é a mudança no campo de gravidade causada pela mudança do armazenamento de água (Ward & McClung, 2003). *Wahr et al.* (1998) relacionaram então este valor para uma mudança equivalente do nível de água em uma região específica usando uma simples conversão que descreve quanta água seria preciso para produzir a mudança de massa que o GRACE observou sobre a região.

Assim, esta técnica do GRACE não é uma forma de medir quantidades exatas do armazenamento de água do espaço, e sim estimar como é a mudança do armazenamento de água com o tempo. Conseqüentemente, esta técnica não pode ser usada para medir quanta água é armazenada numa bacia hidrográfica qualquer em um instante particular no tempo, mas pode certamente ser usada para ver como é a mudança no armazenamento de água em uma área sobre um mês, uma estação, ou um ano. Tal informação pode ser extremamente útil para os gerentes de recursos de água (Ward & McClung, 2003).

---

## 2.5 Separando o efeito de água subterrânea

Os primeiros passos na análise dos dados do GRACE forneceram a *Rodell & Famiglietti* (2002) uma estimativa da mudança total do armazenamento de água que incluíram toda a água subterrânea (aqüíferos), umidade de solo, neve, gelo, e águas de superfície. Quando combinada com a informação adicional, a técnica do GRACE pode ser obtida de um passo a mais e ser usada para focalizar somente as mudanças de água subterrânea. Isto aumentou muito a possibilidade de traçar mudanças no armazenamento de água em aqüíferos do espaço. *Rodell & Famiglietti* (2002) demonstraram este potencial examinando os dados do aqüífero High Plains situado no meio oeste nos Estados Unidos.

O GRACE fornece estimativas das mudanças no armazenamento de água terrestre total sobre grandes áreas (maiores que 200.000 quilômetros quadrado) em uma base mensal. No entanto, é necessário também encontrar uma maneira para separar aquelas mudanças totais em mudanças na umidade de solo, de neve, de água subterrânea, etc.

Uma vez que se obtém as medidas do GRACE do armazenamento continental de água e dividi-las em suas parcelas componentes é possível determinar quanto de água subterrânea é armazenado nos aqüíferos. *Rodell & Famiglietti* (2002) encontraram que para a região de High Plains, as variabilidades de neve e de água de superfície fizeram contribuições insignificantes para a variabilidade do armazenamento de água total quando comparadas às contribuições feitas pela água subterrânea e umidade de solo. Isto significa que a umidade de solo é a única componente que tem que ser removida dos dados de gravidade para se obter as mudanças elusivas de água subterrânea. Isto resultou que o aqüífero High Plains dos Estados Unidos tinha sido bem amostrado e estudado, uma vez que os cientistas tinham registros detalhados de longo termo na mudança da umidade de solo na região. Assim, subtraindo a contribuição da umidade de solo, a mudança restante na medida do armazenamento total de água do GRACE era provavelmente devido às mudanças em águas subterrâneas.

Neste estudo, *Rodell & Famiglietti* (2002), mostram que a técnica do GRACE permitira estimativas da mudança anual de água subterrânea sobre o High Plains

---

e que estas estavam dentro de aproximadamente 8.7 milímetros do seu valor real. Este nível de acurácia pôde somente representar uma melhoria modesta para um aquífero bem amostrado como o aquífero High Plains, mas há muitos lugares no mundo, tal como o norte África, Índia, e a península Arábica, onde uma estimativa dos níveis de água dentro de um centímetro ou menos do valor real seria extremamente valioso. O GRACE pode ajudar revelar a depleção de água subterrânea em áreas do mundo onde tais medidas não são registradas sistematicamente ou onde não são divulgadas por razões políticas. Mesmo sobre áreas mais extensivamente amostradas, a exploração (busca) de uma técnica que seja menos laboriosa e não requer uma rede extensiva de poços, faz do GRACE uma opção atrativa (Ward & McClung, 2003).

Também, a técnica do GRACE oferece um objetivo, método imparcial para o monitoramento de mudanças do armazenamento de água em uma escala global. De acordo com o investigador principal do GRACE, Byron Tapley, da Universidade do Texas, “o GRACE é nossa primeira possibilidade real de demonstrar a medida de gravidade como uma nova ferramenta do sensoriamento remoto que dará um importante papel em nossa compreensão da Terra e em seu clima” (Ward & McClung, 2003).

Refinamentos adicionais devem permitir estimativas cada vez mais exatas do armazenamento de água subterrânea usando a técnica do GRACE. Por exemplo, as simulações da umidade de solo tornar-se-ão cada vez mais realísticas quando os modelos começarem a incorporar dados de fontes adicionais, tais como AMSR-E e novas observações de superfície. Os esforços futuros separarão também a água armazenada na assim chamada zona intermediária (a extensão vertical entre o nível mais baixo da umidade de solo modelada e o topo do nível de água subterrânea), isolando a componente de água subterrânea ainda mais acurada. O armazenamento da zona intermediária não é ainda bem compreendido e os trabalhos nesta área serão cada vez mais exigidos para refinar a compreensão desta componente do armazenamento de água total de modo que se possa ser representado realisticamente nos modelos. Quanto ao tempo de progresso, esperam-se que estas melhorias permitam que a técnica do GRACE seja usada para áreas espaciais menores e em escalas de tempo mais curtas. Os cientistas têm concebido de diversas missões possíveis sucessoras ao GRACE, que levariam ainda mais avanços tecnológicos e permitiria-os medir re-

---

motamente o armazenamento de água em regiões do tamanho de um país (Ward & McClung, 2003).

Acredita-se que os meios mais eficazes de melhorar a utilidade da técnica do GRACE (para pesquisas e aplicações hidrológicas) serão com a assimilação dos dados, trazendo junto as melhores observações e incorporando-as nos melhores modelos numéricos da superfície da Terra.

Com a nova informação do GRACE tornando-se assimilada em modelos previstos, as simulações produzidas tornar-se-ão mais úteis para prever as condições futuras. Estas melhorias conduzirão às previsões cada vez mais exatas da mudança do armazenamento de água que se pode fazer com tempos mais longos, de modo que para o ano de 2010 os planejamentos dos recursos de água terão o acesso a uma informação muito mais detalhada e confiável do que se têm no presente. A melhor informação, por sua vez, conduzirá a uma melhor habilidade para as entidades regulamentadoras de água e ajudá-las assegurar de que a quantidade suficiente esteja presente para muitas necessidades da sociedade - incluindo a irrigação para a agricultura, abastecimentos municipais e industriais. O melhor monitoramento do armazenamento de água em uma escala global também ajudaria melhorar a habilidade de prever (prever), de planejar, e de responder aos eventos extremos, tais como as inundações e a seca (Ward & McClung, 2003).

## Capítulo 3

# Fundamentos Teóricos do Campo de Gravidade

Neste capítulo será abordada a teoria do potencial fundamental, em harmônicos esféricos, em detalhe suficiente para o entendimento do desenvolvimento deste trabalho.

### 3.1 Atração e potencial

De acordo com a lei gravitacional de Newton, dois pontos com massas  $m_1$  e  $m_2$ , separadas por uma distância  $L$ , se atraem mutuamente com uma força

$$F = k \frac{m_1 m_2}{L^2} \quad (3.1)$$

Esta força é direcionada ao longo da linha que conecta os dois pontos;  $k$  é a constante gravitacional de Newton.

Embora as massas  $m_1$  e  $m_2$  atraem uma à outra em uma forma completamente simétrica, é conveniente chamar uma de massa atrativa e a outra de massa atraída. Por simplificação, se considera a massa atraída unitária e denota-se a massa atrativa por  $m$ . A fórmula

$$F = k \frac{m}{L^2} \quad (3.2)$$

expressa a força exercida pela massa  $m$  em uma massa unitária localizada a uma distância  $L$  de  $m$  (Heiskanen & Moritz, 1967).

Agora, introduzindo um sistema de coordenada retangular  $xyz$ , e denotando as coordenadas da massa atrativa  $m$  por  $\xi, \eta, \zeta$  e as coordenadas do ponto  $P$  atraído por  $x, y, z$ . A força pode ser representada por um vetor  $\vec{F}$  com magnitude  $F$  (Figura 3.1).

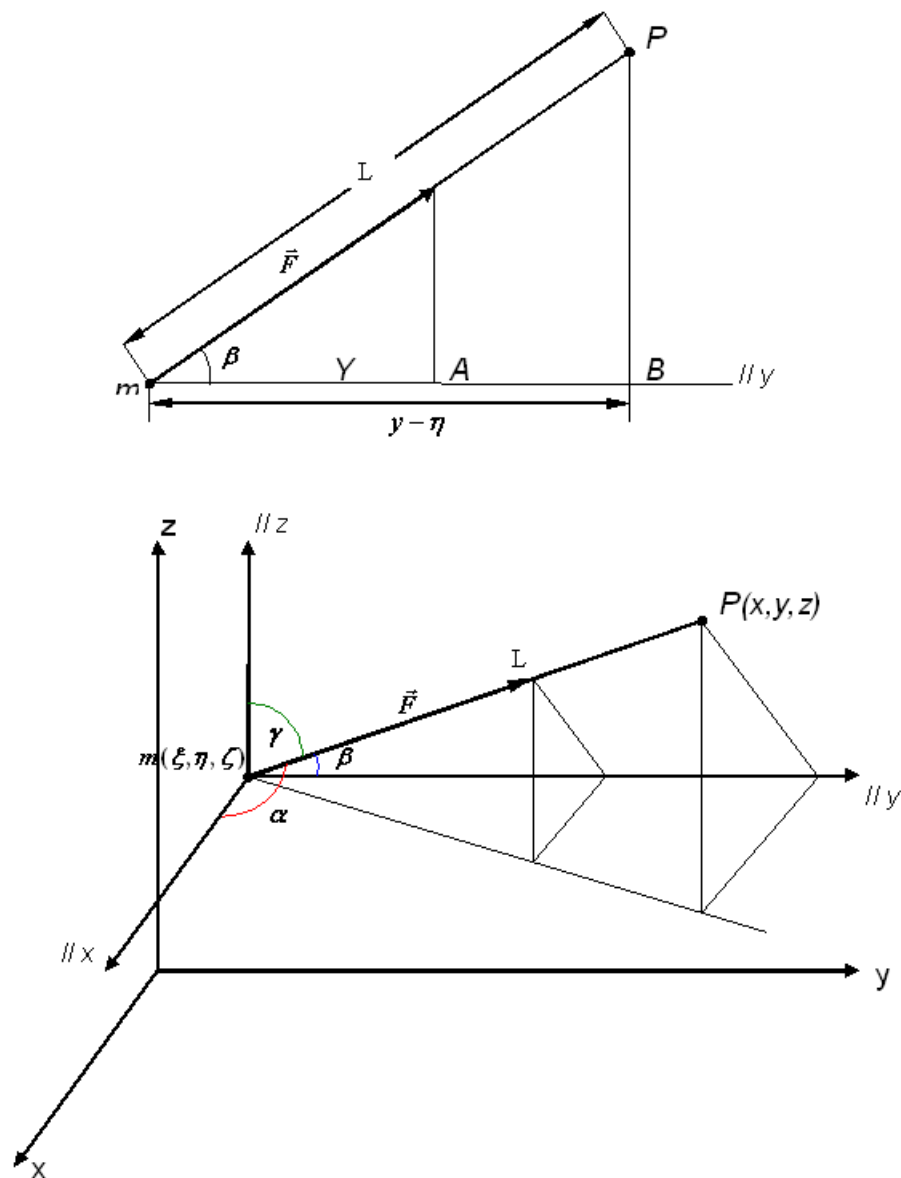


Figura 3.1: As componentes da força gravitacional. A figura superior mostra a componente  $y$ .

As componentes de  $\vec{F}$  são dadas por

$$\begin{aligned} X &= -F \cos \alpha = -\frac{km}{L^2} \frac{x - \xi}{L} = -km \frac{x - \xi}{L^3} \\ Y &= -F \cos \beta = -\frac{km}{L^2} \frac{y - \eta}{L} = -km \frac{y - \eta}{L^3} \\ Z &= -F \cos \gamma = -\frac{km}{L^2} \frac{z - \zeta}{L} = -km \frac{z - \zeta}{L^3} \end{aligned} \quad (3.3)$$

onde

$$L = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2} \quad (3.4)$$

A seguir, introduz-se uma função escalar

$$V = \frac{km}{L} \quad (3.5)$$

chamada de potencial gravitacional. As componentes  $X, Y, Z$  da força gravitacional  $\vec{F}$  são dadas então por

$$X = \frac{\partial V}{\partial x}, \quad Y = \frac{\partial V}{\partial y}, \quad Z = \frac{\partial V}{\partial z}, \quad (3.6)$$

Como pode ser facilmente verificada pela equação (3.5), desde que

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{L} \right) = -\frac{1}{L^2} \frac{\partial L}{\partial x} = -\frac{1}{L^2} \frac{(x - \xi)}{L} = -\frac{(x - \xi)}{L^3}, \dots \quad (3.7)$$

Em notação vetorial a equação (3.6) é escrita

$$\vec{F} = (X, Y, Z) = \vec{\nabla} V \quad (3.8)$$

ou seja, o vetor força é o *vetor gradiente* da função escalar  $V$ .

Isto é de fundamental importância, uma vez que de acordo com a equação (3.6) as três componentes do vetor  $\vec{F}$  podem ser substituídas por uma única função  $V$ . Especialmente quando se considera a atração de sistemas de massas pontuais ou corpos sólidos, em geodésia, é muito mais fácil trabalhar com o potencial do que com as três componentes da força. A função  $V$  é então simplesmente a soma das contribuições das respectivas partículas.

Assim, para um sistema de  $l$  massas pontuais  $m_1, m_2, \dots, m_l$ , o potencial do sistema é a soma das contribuições individuais da equação (3.5) (Heiskanen & Moritz, 1967):

$$V = \frac{km_1}{L_1} + \frac{km_2}{L_2} + \dots + \frac{km_l}{L_l} = k \sum_{i=1}^l \frac{m_i}{L_i} \quad (3.9)$$



### 3.2 Potencial de um corpo sólido

Deixe agora, assumir que a massa pontual é distribuída continuamente sobre um volume  $v$  com densidade  $\rho$  (Figura 3.2)

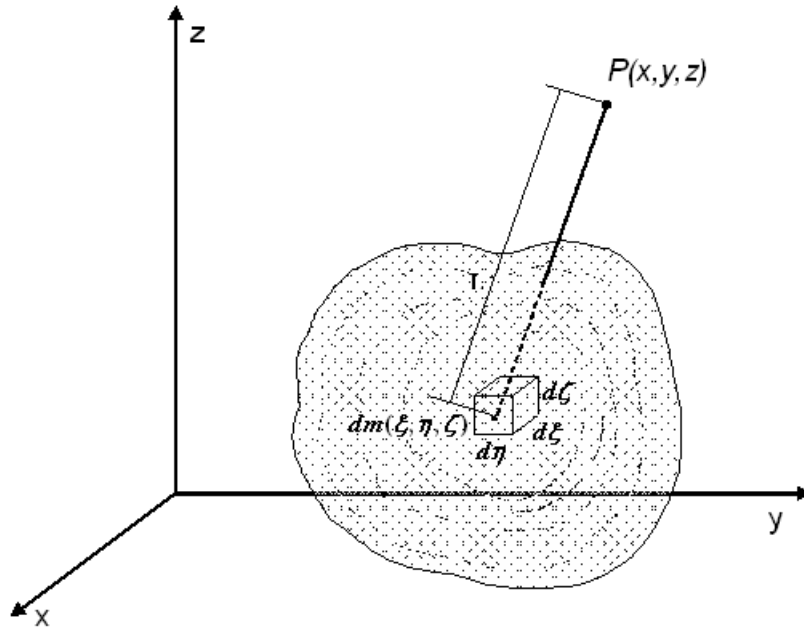


Figura 3.2: Potencial de um corpo sólido.

$$\rho = \frac{dm}{dv} \quad (3.10)$$

onde  $dv$  é um elemento de volume e  $dm$  é um elemento de massa. Portanto, a soma total da equação (3.9) torna-se uma integral

$$V = k \int \int \int \frac{dm}{L} = k \int \int \int \frac{\rho}{L} dv \quad (3.11)$$

onde  $L$  é a distância entre o elemento de massa  $dm = \rho dv$  e o ponto  $P$  atraído. Denotando as coordenadas do ponto atraído por  $(x, y, z)$  e do elemento de massa por  $(\xi, \eta, \zeta)$ , vê-se que  $L$  é novamente dado pela equação (3.4), e pode-se escrever explicitamente

$$V = k \int \int \int \frac{\rho(\xi, \eta, \zeta)}{\sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2}} d\xi d\eta d\zeta \quad (3.12)$$

uma vez que o elemento de volume é expresso por  $dv = d\xi d\eta d\zeta$ .

Esta é a razão da integral tripla da equação (3.11).

As componentes da força de atração são dadas pela equação (3.6). Por exemplo,

$$X = \frac{\partial V}{\partial x} = k \frac{\partial}{\partial x} \int \int \int \frac{\rho(\xi, \eta, \zeta)}{L} d\xi d\eta d\zeta = k \int \int \int \rho(\xi, \eta, \zeta) \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{L} \right) d\xi d\eta d\zeta. \quad (3.13)$$

Note que, é indiferente a ordem de diferenciação e integração. Substituindo a equação (3.7) na expressão (3.13) obtém-se

$$X = -k \int \int \int \frac{x - \xi}{L^3} \rho dv. \quad (3.14)$$

Da mesma forma são feitas as expressões pra  $Y$  e  $Z$ .

O potencial  $V$  é contínuo por todo o espaço e desaparece no infinito com  $1/L$ . Isto pode ser visto do fato que para distâncias  $L$  muito grandes, o corpo atua aproximadamente como uma massa pontual, com o resultado que sua atrção é aproximadamente dada pela equação (3.5). Conseqüentemente, na mecânica celeste os planetas são geralmente considerados como massas pontuais.

As derivadas primeiras de  $V$ , que são, as componentes das forças, são também contínuas por todo o espaço, mas não as derivadas segundas. Nos pontos onde a densidade muda descontinuamente, algumas derivadas segundas têm uma descontinuidade, e o potencial  $V$  satisfaz a equação de Poisson:

$$\Delta V = -4\pi k\rho, \quad (3.15)$$

onde

$$\Delta V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}. \quad (3.16)$$

O símbolo  $\Delta$ , chamado de *operador Laplaciano*, tem a forma

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Das equações (3.15) e (3.16) vêem-se que no mínimo uma das derivadas segundas de  $V$  deve ser descontínua junto com  $\rho$ .

Fora do corpo atrativo, no vácuo, a densidade  $\rho$  é zero e a equação (3.15) torna-se

$$\Delta V = 0. \quad (3.17)$$

Esta é a *equação de Laplace*. Suas soluções são chamadas de funções harmônicas. O potencial de gravitação é uma função harmônica fora das massas atrativas, mas não dentro das massas. Esta função satisfaz a equação de Poisson (Heiskanen & Moritz, 1967).

### 3.3 Equação de Laplace em coordenadas esféricas

As mais importantes funções harmônicas são as chamadas *harmônicas esféricas*. Para encontrá-las, introduz-se as coordenadas esféricas:  $r$  (raio vetor),  $\theta$  (distância polar),  $\phi$  (longitude geocêntrica) (Figura (3.3)). As coordenadas esféricas são rela-

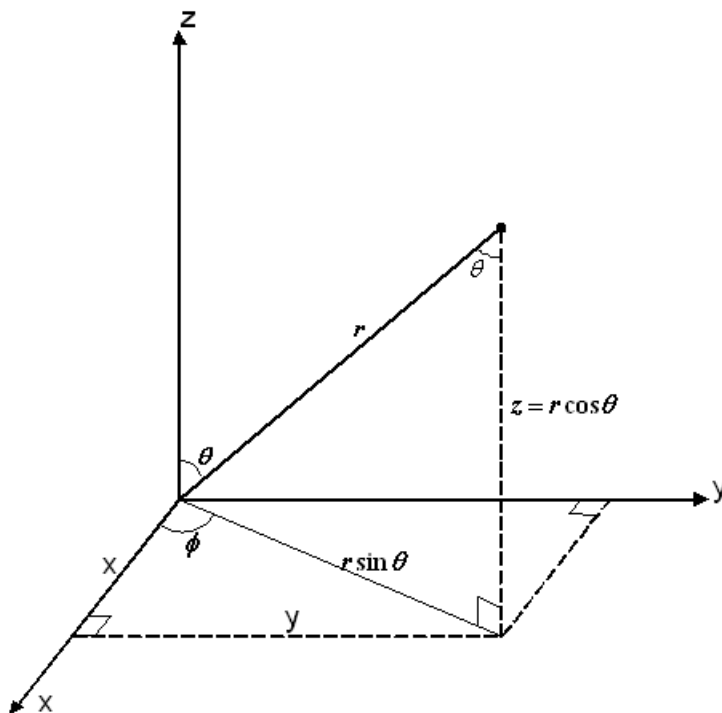


Figura 3.3: Coordenadas retangular e esférica.

cionadas às coordenadas retangulares  $x, y, z$  pelas equações

$$\begin{aligned}x &= r \sin \theta \cos \phi \\y &= r \sin \theta \sin \phi \\z &= r \cos \theta\end{aligned}\tag{3.18}$$

ou inversamente pela

$$\begin{aligned}r &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \theta &= \tan^{-1} \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z} \\ \phi &= \tan^{-1} \frac{y}{x}\end{aligned}\tag{3.19}$$

Para obter a equação de Laplace em coordenadas esféricas, se determina primeiro o elemento de arco (elemento de distância)  $ds$  nestas coordenadas. Para isto, propõe-se a forma

$$\begin{aligned}dx &= \frac{\partial x}{\partial r} dr + \frac{\partial x}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial x}{\partial \phi} d\phi \\ dy &= \frac{\partial y}{\partial r} dr + \frac{\partial y}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial y}{\partial \phi} d\phi \\ dz &= \frac{\partial z}{\partial r} dr + \frac{\partial z}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial z}{\partial \phi} d\phi\end{aligned}$$

Pela diferenciação da equação (3.18) e inserindo esta equação na fórmula elementar

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$$

obtem-se

$$ds^2 = dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2\tag{3.20}$$

Esta fórmula pode ser obtida simplesmente por considerações geométricas, mas a aproximação usada aqui é mais geral e pode também ser aplicada às coordenadas elipsoidais.

Na equação (3.18) não há termos com  $drd\theta$ ,  $drd\phi$ , e  $d\theta d\phi$ . Isto expressa o fato de que as coordenadas esféricas são ortogonais: a esfera de raio  $r = const.$ , o cone  $\theta = const.$ , e o plano  $\phi = const.$  interceptam-se ortogonalmente.

A forma geral do elemento de arco em coordenadas ortogonais arbitrariamente  $q_1, q_2, q_3$  é

$$ds^2 = h_1^2 dq_1^2 + h_2^2 dq_2^2 + h_3^2 dq_3^2\tag{3.21}$$

Portanto, o operador de Laplace nestas coordenadas é

$$\Delta V = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[ \frac{\partial}{\partial q_1} \left( \frac{h_2 h_3}{h_1} \frac{\partial V}{\partial q_1} \right) + \left( \frac{h_3 h_1}{h_2} \frac{\partial V}{\partial q_2} \right) + \left( \frac{h_1 h_2}{h_3} \frac{\partial V}{\partial q_3} \right) \right].\tag{3.22}$$

Para coordenadas esféricas têm-se  $q_1 = r, q_2 = \theta, q_3 = \phi$ .

A comparação da equação (3.20) com a (3.21) mostra que

$$h_1 = 1, \quad h_2 = r, \quad h_3 = r \sin \theta.$$

Substituindo  $h_1, h_2$  e  $h_3$  na equação (3.22), obtém-se

$$\Delta V = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2}. \quad (3.23)$$

Resolvendo a diferenciação, obtém

$$\Delta V \equiv \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} + \frac{\cot \theta}{r^2} \frac{\partial V}{\partial \theta} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} = 0 \quad (3.24)$$

que é a equação de Laplace em coordenads esféricas. Uma expressão alternativa é obtida multiplicando ambos os membros da equação (3.23) por  $r$ :

$$r^2 \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + 2r \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} + \cot \theta \frac{\partial V}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} = 0 \quad (3.25)$$

Esta equação (3.24) será um tanto coviniente para o desenvolvimento dos harmônicos esféricos (Heiskanen & Moritz, 1967).

### 3.4 Harmônicos esféricos

Resolvendo a equação de Laplace (3.23) ou (3.24) por separação de variáveis  $r, \theta, \phi$  por meio do teste de substituição

$$V(r, \theta, \phi) = f(r)Y(\theta, \phi) \quad (3.26)$$

onde  $f$  é uma função somente de  $r$  e  $Y$  é uma função somente de  $\theta$  e  $\phi$ . Fazendo a substituição na equação (3.24) e dividindo por  $fY$  obtém-se

$$\frac{1}{f} (r^2 f'' + 2r f') = -\frac{1}{Y} \left( \frac{\partial^2 Y}{\partial \theta^2} + \cot \theta \frac{\partial Y}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 Y}{\partial \phi^2} \right) \quad (3.27)$$

o apóstrofe denota a diferenciação com respeito a  $r$ . Uma vez que o primeiro membro da equação (3.26) só depende de  $r$  e segundo membro só depende de  $\theta$  e  $\phi$ , ambos os

membros podem ser considerados constantes. Logo, podem ser separados em duas equações:

$$r^2 f''(r) + 2r f'(r) - l(l+1)f(r) = 0 \quad (3.28)$$

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial \theta^2} + \cot \theta \frac{\partial Y}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 Y}{\partial \phi^2} + l(l+1)Y = 0 \quad (3.29)$$

onde a contante foi denotada por  $l(l+1)$ .

As soluções da equação (3.28) são dadas pelas funções

$$f(r) = r^l \quad e \quad f(r) = r^{-(l+1)} \quad (3.30)$$

Isto é facilmente verificado por substituição. Denotando as desconhecidas soluções da equação (3.29) por  $Y_l(\theta, \phi)$ , percebe-se que a equação de Laplace (3.24) é resolvida pelas funções

$$V = r^l Y_l(\theta, \phi) \quad e \quad f(r) = \frac{Y_l(\theta, \phi)}{r^{l+1}} \quad (3.31)$$

Estas funções são chamadas de harmônicas esféricas sólidas, visto que as funções  $Y_l(\theta, \phi)$  são conhecidas como harmônicas esféricas da superfície de Laplace. Ambos tipos são chamadas de harmônicas esféricas.

Se a equação diferencial é linear, e se sabe várias soluções da equação, então, a soma destas soluções é também uma solução. Portanto,

$$V = \sum_{l=0}^{\infty} r^l Y_l(\theta, \phi) \quad e \quad f(r) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{Y_l(\theta, \phi)}{r^{l+1}} \quad (3.32)$$

são também soluções da equação de Laplace  $\Delta V = 0$ , são funções harmônicas. O fato importante é que toda função harmônica – com certas restrições – podem ser expressa em uma das formas da equação (3.32) (Heiskanen & Moritz, 1967).

### 3.5 Os harmônicos esféricos de superfície

Agora, para determinar a superfície harmônica de Laplace  $Y_l(\theta, \phi)$ , resolve-se a equação (3.29) por um novo teste de substituição

$$Y_l(\theta, \phi) = g(\theta)h(\phi) \quad (3.33)$$

onde as funções  $g$  e  $h$  dependem cada uma de uma única variável.

Fazendo esta substituição na equação (3.29) e multiplicando por  $\sin^2 \theta / gh$  encontra-se

$$\frac{\sin \theta}{g}(\sin \theta g'' + \cos \theta g' + l(l+1) \sin \theta g) = -\frac{h''}{h} \quad (3.34)$$

onde o sinal apóstrofe ( $'$ ) denota a diferenciação com respeito ao argumento:  $\theta$  em  $g$ ,  $\phi$  em  $h$ . O primeiro membro da equação (3.34) é uma função somente de  $\theta$  e o segundo membro é uma função somente de  $\phi$ . Portanto, ambos membros devem ser considerados constantes. Aqui, para efeito de cálculo, a constante é  $m^2$ . Assim, a equação diferencial parcial (3.29) se divide em duas equações diferenciais ordinárias para as funções  $g(\theta)$  e  $h(\phi)$ :

$$\sin \theta g''(\theta) + \cos \theta g'(\theta) + \left[ l(l+1) \sin \theta - \frac{m^2}{\sin \theta} \right] g(\theta) = 0 \quad (3.35)$$

$$h''(\phi) + m^2(\phi) = 0 \quad (3.36)$$

As soluções da equação (3.36) são funções

$$h(\phi) = \cos m\phi \quad e \quad h(\phi) = \sin m\phi \quad (3.37)$$

como pode ser verificada facilmente por substituição. A equação (3.35) é mais difícil de resolver. Pode-se mostrar que têm soluções física significante se somente  $l$  e  $m$  são inteiros e se  $m$  é menor que ou igual a  $l$ . A solução da equação (3.35) é a assim chamada função de Legendre (ver o Apêndice C)  $P_{lm}(\cos \theta)$ ,

$$g(\theta) = P_{lm}(\cos \theta) \quad (3.38)$$

e as funções

$$Y_l(\theta, \phi) = P_{lm}(\cos \theta) \cos m\phi \quad e \quad Y_l(\theta, \phi) = P_{lm}(\cos \theta) \sin m\phi \quad (3.39)$$

são soluções da equação diferencial (3.29) para os harmônicos da superfície de Laplace.

Desde que esta equação seja linear, qualquer combinação linear das soluções é também uma solução. Tal combinação linear tem forma geral

$$Y_l(\theta, \phi) = \sum_{m=0}^l [a_{lm}P_{lm}(\cos \theta) \cos m\phi + b_{lm}P_{lm}(\cos \theta) \sin m\phi] \quad (3.40)$$

onde  $a_{lm}$  e  $b_{lm}$  são constantes arbitrárias. Isto é uma expressão geral para o harmônico de superfície  $Y_l$ .

Substituindo a equação (3.40) na (3.32) vê-se que

$$V_i(r, \theta, \phi) = \sum_{l=0}^{\infty} r^l \sum_{m=0}^l [a_{lm}P_{lm}(\cos \theta) \cos m\phi + b_{lm}P_{lm}(\cos \theta) \sin m\phi] \quad (3.41)$$

$$V_e(r, \theta, \phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{r^{l+1}} \sum_{m=0}^l [a_{lm}P_{lm}(\cos \theta) \cos m\phi + b_{lm}P_{lm}(\cos \theta) \sin m\phi] \quad (3.42)$$

são as soluções da equação de Laplace  $\Delta V = 0$ . Estas são as funções harmônicas. Além disso, estas são soluções gerais: cada função que é harmônica dentro de uma certa esfera pode ser expandida em uma série (equação 3.41), e cada função que é harmônica fora de uma certa esfera (tal como o potencial gravitacional da Terra) pode ser expandida em uma série (equação 3.42) (Heiskanen & Moritz, 1967).



# Capítulo 4

## Metodologia

Este Capítulo visa descrever a metodologia utilizada neste trabalho.

### 4.1 Fundamentos teóricos

A forma da Terra, como definida muito aproximadamente pelo geóide, ou nível médio do mar, é determinada não só pelo potencial gravitacional, mas também pelo potencial de rotação. Ou seja, o potencial da Terra (geopotencial),  $W$ , é dividido em uma parte gravitacional  $V$  e em outra parte do rotacional  $\Phi$ . Estes dois potenciais combinam para formar o que é chamado de potencial de gravidade,

$$W(\theta, \phi, r) = V(\theta, \phi, r) + \Phi(\theta, r) \quad (4.1)$$

onde  $(\theta, \phi, r)$  são as coordenadas geocêntricas esféricas usuais do ponto obtido ( $\theta$  é a colatitude,  $\phi$  é a longitude e  $r$  é a distância da origem, o raio). O potencial de gravidade obtido do satélite (em uma aproximação para o potencial) pode ser representado em termos dos harmônicos esféricos,

$$V(\theta, \phi, r) = \frac{GM}{r} \left[ \sum_{l=0}^{l_{max}} \left(\frac{a}{r}\right)^l \sum_{m=0}^l \tilde{P}_{lm}(\cos \theta) (C_{lm} \cos(m\phi) + S_{lm} \sin(m\phi)) \right] \quad (4.2)$$

onde  $GM$  é o produto da constante gravitacional e da massa da Terra,  $a$  é o semi-eixo maior do elipsóide de referência,  $C_{lm}$  e  $S_{lm}$  são os assim chamados coeficientes potenciais,  $\tilde{P}_{lm}(\cos \theta)$  é polinômio associado de Legendre normalizado de grau  $l$  e ordem  $m$  e  $l_{max}$  é o grau máximo dos coeficientes disponíveis. O potencial rotacional

é dado por

$$\Phi(\theta, r) = \frac{1}{2}\omega^2 r^2 \cos^2 \theta \quad (4.3)$$

onde  $\omega$  é a velocidade de rotação (em unidade de  $s^{-1}$ ) (Tscherning, 1976).

## 4.2 Método de *Wahr et al.* (1998)

Este método utiliza estimativas da variabilidade de massa superficial para obter sinais de gravidade e os subtraí-los dos dados de gravidade dos satélites GRACE (dados de soluções de geóides mensais) para recuperar a variabilidade superficial de massa em subsuperfície.

### 4.2.1 Equações relacionando a distribuição superficial de massa com a gravidade

O campo de gravidade da Terra pode ser descrito em termos da altura geoidal, que geralmente é expandida como a soma dos harmônicos esféricos

$$N(\theta, \phi) = a \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \tilde{P}_{lm}(\cos \theta) (C_{lm} \cos(m\phi) + S_{lm} \sin(m\phi)) \quad (4.4)$$

onde  $a$  é o raio da Terra,  $\theta$  e  $\phi$  são a co-latidade e a longitude respectivamente,  $C_{lm}$  e  $S_{lm}$  são coeficientes de Stokes adimensionais, e o  $\tilde{P}_{lm}$  são os polinômios de Legendre associados totalmente normalizados:

$$\tilde{P}_{lm}(x) = \sqrt{(2 - \delta_{m0})(2l + 1)} \frac{(1 - m)!}{(1 + m)!} \frac{(1 - x^2)^{\frac{m}{2}}}{2^l l!} \frac{d^{l+m}}{dx^{l+m}} (x^2 - 1)^l \quad (4.5)$$

Um modelo de altura geoidal obtido a partir de dados de satélite consiste tipicamente de valores para as variáveis  $C_{lm}$  e  $S_{lm}$ . No caso do GRACE estes coeficientes são calculados a partir de um conjunto de dados abrangendo períodos de aproximadamente 30 dias, e indo até o momento grau e ordem máximos 150 para as estimativas mensais do GRACE (Reigber et al., 2005), garantindo-se no mínimo grau e ordem 120. Os dados disponíveis dos coeficientes do geopotencial em harmônicos esféricos até o grau e ordem 150 são para as soluções mensais de fevereiro de 2003 a julho de 2004, acompanhados de um arquivo de erros calibrados. Neste trabalho, por exemplo, são utilizadas as séries temporais mensais dos coeficientes do geopotencial

em harmônicos esféricos dos produtos Level-2 GSM (L2) do GRACE processados pelo centro *GeoForschungsZentrum* (GFZ), Potsdam na Alemanha.

Supondo que haja uma mudança dependente do tempo no geóide ( $\Delta N$ ), pode-se então imaginar  $\Delta N$  como a representação de uma mudança qualquer em  $N$  de um tempo para outro, ou como a diferença entre  $N$  em um tempo e uma média de tempo de  $N$ , ou como alguma outra representação de uma mudança  $N$ . Esta mudança  $N$  será representada em termos de mudanças nos coeficientes do geóide dos harmônicos esféricos  $\Delta C_{lm}$  e  $\Delta S_{lm}$  como

$$\Delta N(\theta, \phi) = a \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \tilde{P}_{lm}(\cos \theta) (\Delta C_{lm} \cos(m\phi) + \Delta S_{lm} \sin(m\phi)) \quad (4.6)$$

Deixando  $\Delta\rho(r, \theta, \phi)$  ser a redistribuição de densidade causada pela mudança no geóide e combinando as equações (B.3), (B.7) e (B.9) à (B.11) de *Chao e Gross* (1987), pode-se obter  $\Delta C_{lm}$  e  $\Delta S_{lm}$  a partir da expressão:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta C_{lm} \\ \Delta S_{lm} \end{array} \right\} = \frac{3}{4\pi a \rho_{ave} (2l+1)} \int \Delta\rho(r, \theta, \phi) \tilde{P}_{lm}(\cos \theta) \left(\frac{r}{a}\right)^{l+2} \left\{ \begin{array}{l} \cos(m\phi) \\ \sin(m\phi) \end{array} \right\} \sin \theta d\theta d\phi dr \quad (4.7)$$

onde  $\rho_{ave}$  é a densidade média da Terra ( $\rho_{ave} = 5517 \text{ kg/m}^3$ ), e  $\Delta\rho(r, \theta, \phi)$  é a redistribuição de densidade que causa a mudança no geóide.

Supondo que  $\Delta\rho$  esteja concentrada em uma camada fina de espessura  $H$  na superfície da Terra, densa o suficiente para incluir aquelas porções da atmosfera, oceano, capas de gelo e armazenamento de água abaixo do solo com significantes flutuações de massas. Então,  $H$ , na maioria das vezes, é determinada pela espessura da atmosfera, que é da ordem de 10-15 *km*. Define-se a mudança na densidade superficial (i.e., massa/área),  $\Delta\sigma$ , como a integral radial de  $\Delta\rho$  através desta camada:

$$\Delta\sigma(\theta, \phi) = \int_{thin\ layer} \Delta\rho(r, \theta, \phi) dr \quad (4.8)$$

Os erros do GRACE para os altos valores de  $l$  são provavelmente grandes o suficiente para não permitir a recuperação total dos coeficientes do geóide variável no tempo para  $l > \approx 100$ . De fato, a maior parte do sinal de gravidade dependente do tempo recuperável estará concentrada em graus bem abaixo de  $l = 80$ . Assim, a soma sobre  $(l, m)$  na equação (4.6) pode ser truncada em  $l < l_{max}$ , sendo que na

maioria das vezes,  $l_{max} \approx 100$ . Supondo que  $H$  é fina o suficiente, e que  $(l_{max} + 2)H/a \ll 1$ . Então,  $(r/a)^{l+2} \approx 1$ , e assim, a equação (4.7) se reduz a

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta C_{lm} \\ \Delta S_{lm} \end{array} \right\}_{\text{surf mass}} = \frac{3}{4\pi a \rho_{ave} (2l+1)} \times \int \Delta\sigma(r, \theta, \phi) \tilde{P}_{lm}(\cos\theta) \left\{ \begin{array}{l} \cos(m\phi) \\ \sin(m\phi) \end{array} \right\} \sin\theta d\theta d\phi \quad (4.9)$$

A equação (4.9) descreve a contribuição ao geóide da atração gravitacional direta da distribuição superficial de massa. Esta distribuição superficial de massa também carrega e deforma a Terra sólida subjacente, que causa uma contribuição adicional ao geóide:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta C_{lm} \\ \Delta S_{lm} \end{array} \right\}_{\text{solid E}} = \frac{3k_l}{4\pi a \rho_{ave} (2l+1)} \times \int \Delta\sigma(r, \theta, \phi) \tilde{P}_{lm}(\cos\theta) \left\{ \begin{array}{l} \cos(m\phi) \\ \sin(m\phi) \end{array} \right\} \sin\theta d\theta d\phi \quad (4.10)$$

onde  $k_l$  é a carga do número de Love de grau  $l$ . A mudança total do geóide é a soma de (4.9) e (4.10):

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta C_{lm} \\ \Delta S_{lm} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \Delta C_{lm} \\ \Delta S_{lm} \end{array} \right\}_{\text{surf mass}} + \left\{ \begin{array}{l} \Delta C_{lm} \\ \Delta S_{lm} \end{array} \right\}_{\text{solid E}} \quad (4.11)$$

Resumindo este resultado para  $\Delta C_{lm}$  e  $\Delta S_{lm}$  em uma forma mais compacta, expande-se  $\Delta\sigma$  como

$$\Delta\sigma(\theta, \phi) = a\rho_w \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \tilde{P}_{lm}(\cos\theta) \left( \Delta\hat{C}_{lm} \cos(m\phi) + \Delta\hat{S}_{lm} \sin(m\phi) \right) \quad (4.12)$$

onde  $\rho_w$  é a densidade da água ( $1000 \text{ kg/m}^3$ ),  $\hat{C}_{lm}$  e  $\hat{S}_{lm}$  estão inclusos aqui de maneira que são adimensionais. Note que  $\Delta\sigma/\Delta\rho_w$  é a mudança na distribuição superficial de massa expressa em espessura (altura) equivalente em água. Por notação, a variável  $\tilde{P}_{lm}$  é normalizada da forma

$$\int_0^{\pi} \tilde{P}_{lm}^2 \sin\theta d\theta = 2(2 - \delta_{m,0}), \quad (4.13)$$

conclui-se da equação (4.12) que

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta\hat{C}_{lm} \\ \Delta\hat{S}_{lm} \end{array} \right\} = \frac{1}{4\pi a \rho_{ave}} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} \sin\theta d\theta \quad (4.14)$$

Pelo uso das equações (4.9) e (4.10) em (4.11), e usando a equação (4.14), encontra-se uma simples relação entre  $\Delta C_{lm}$ ,  $\Delta S_{lm}$ ,  $\Delta \hat{C}_{lm}$  e  $\Delta \hat{S}_{lm}$ :

$$\begin{Bmatrix} \Delta C_{lm} \\ \Delta S_{lm} \end{Bmatrix} = \frac{3\rho_w}{\rho_{ave}} \frac{1+k_l}{2l+1} \begin{Bmatrix} \Delta \hat{C}_{lm} \\ \Delta \hat{S}_{lm} \end{Bmatrix} \quad (4.15)$$

Ou,

$$\begin{Bmatrix} \Delta \hat{C}_{lm} \\ \Delta \hat{S}_{lm} \end{Bmatrix} = \frac{\rho_{ave}}{3\rho_w} \frac{2l+1}{1+k_l} \begin{Bmatrix} \Delta C_{lm} \\ \Delta S_{lm} \end{Bmatrix} \quad (4.16)$$

Usando a equação (4.16) na equação (4.12), obtém-se:

$$\Delta\sigma(\theta, \phi) = \frac{a\rho_{ave}}{3} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \tilde{P}_{lm}(\cos\theta) \frac{2l+1}{1+k_l} (\Delta C_{lm} \cos(m\phi) + \Delta S_{lm} \sin(m\phi)) \quad (4.17)$$

que pode ser usada para encontrar a mudança na densidade superficial de massa a partir de mudanças nos coeficientes do geopotencial  $\Delta C_{lm}$  e  $\Delta S_{lm}$ .

Similarmente, usando a equação (4.15) em (4.6), obtém-se

$$\Delta N(\theta, \phi) = \frac{3a\rho_w}{\rho_{ave}} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \tilde{P}_{lm}(\cos\theta) \frac{1+k_l}{2l+1} (\Delta \hat{C}_{lm} \cos(m\phi) + \Delta \hat{S}_{lm} \sin(m\phi)) \quad (4.18)$$

que junto com a equação (4.15) dá a mudança no geóide pela conhecida mudança na densidade superficial de massa.

### Número de Love

Na obtenção do cálculo das equações (4.17 e 4.18) são utilizados valores de  $k_l$  obtidos como descrito por *Han e Wahr* (1995, apud *Wahr et al.* (1998)) usando o modelo da Terra *Preliminary Reference Earth Model* (PREM). Os resultados para  $k_l$  são mostrados na Tabela 4.1 para alguns valores de  $l$  até 200. Os resultados para outros valores de  $l \leq 200$  foram obtidos por uma interpolação linear dos resultados da Tabela 4.1. Interpolando linearmente os resultados desta Tabela 4.1, em vez de utilizar valores exatos, são introduzidos erros menores que 0,05% para  $l < 200$  (*Wahr et al.*, 1998).

Estes resultados para  $k_l$  não incluem efeitos anelásticos. Estes efeitos aumentam com o aumento do período, mas podem ser considerados desprezíveis nesta aplicação.

Tabela 4.1: Números de Love elástico  $k_l$  adaptado de *Warh et al.* (1998).

$l$	$k_l$
0	0
1	0.027
2	-0.303
3	-0.194
4	-0.132
5	-0.104
6	-0.089
7	-0.081
8	-0.076
9	-0.072
10	-0.069
12	-0.064
15	-0.058
20	-0.051
30	-0.04
40	-0.033
50	-0.027
70	-0.02
100	-0.014
150	-0.01
200	-0.007

### Suposição de camada fina

Os resultados acima assumem uma camada fina o suficiente de distribuição superficial de massa, tal que  $(l + 2)H/a \ll 1$  para  $l \leq l_{max}$ . Para a atmosfera, a maior parte da massa fica abaixo de 10 km do nível do mar. Como exemplo, para  $H = 10$  km e  $l = 60$ ,  $(l + 2)H/a \approx 0.1$ . Esta razão é grande o bastante para que a suposição da camada fina não é adequada para aplicações atmosféricas.

### Termos com grau $l = 0$ e $l = 1$

Os termos na equação (4.18) com  $l = 0$  e  $l = 1$  requerem discussão. O termo  $l = 0$  é proporcional à massa total da Terra, onde a “Terra” não inclui somente a Terra sólida, mas também seu envoltório fluido (os oceanos, atmosfera, etc.). Esta massa total não muda com o tempo, e assim o  $\Delta C_{00}$  do GRACE é nulo. Supondo ainda que o objetivo seja usar a equação (4.18) para encontrar a contribuição do

geóide de apenas uma componente da distribuição superficial de massa (o oceano, por exemplo), tem-se que a massa total do oceano não precisa ser constante, devido à transferência de massa com a atmosfera ou superfície do continente. Assim, as contribuições oceânicas para  $\Delta\hat{C}_{00}$  não precisam ser nulas, mas este  $\Delta\hat{C}_{00}$  não-nulo não induzirá uma resposta em  $l = 0$  na Terra sólida; isto é, a carga não causa uma mudança na massa da Terra sólida. Então,  $k_0 = 0$ .

Os termos  $l = 1$  são proporcionais à posição do centro de massa da Terra relativo ao centro do sistema de coordenadas e, portanto, dependem de como o sistema de coordenadas é escolhido. Uma possibilidade é escolher um sistema onde a origem sempre coincida com centro de massa da Terra. Neste caso, todos os termos  $l = 1$  no geóide são zero por definição, e assim os resultados do GRACE para todos os  $l = 1$  serão  $\Delta C_{lm} = \Delta S_{lm} = 0$ . Outra vez, os coeficientes de  $l = 1$  para uma componente individual da distribuição superficial de massa total não precisam ser nulos. A redistribuição de massa no oceano, por exemplo, pode mudar o centro de massa do oceano. Mas isso induzirá uma mudança no centro de massa da Terra sólida, de maneira que o centro de massa do [oceano] + [Terra sólida] permaneçam fixos. Portanto, para esta escolha do sistema de coordenadas,  $k_{l=1} = -1$ .

Outra possibilidade é definir o sistema de coordenadas de maneira que a origem coincida com o centro da figura da superfície externa sólida da Terra. Esta é a forma usual da definição de origem, desde que o sistema de coordenadas seja determinado usando medidas geodésicas de posicionamento na superfície da Terra sólida. Neste caso, os resultados  $l = 1$  do GRACE para  $\Delta C_{lm} = \Delta S_{lm}$  não precisam ser nulos, e número de Love  $k_{l=1}$  é definido de modo que os termos  $l = 1$  na equação (4.18) descrevam a configuração entre [o centro de massa da distribuição superficial de massa + deformação da Terra sólida] e [o centro do sistema de deformação da superfície da Terra sólida]. Isto é mostrado por *Trupin et al.* (1992, apud *Wahr et al.* (1998)), que utilizam para este sistema de coordenadas  $k_{l=1} = -(h_{l=1} + 2l_{l=1})/3$  onde  $h_{l=1}$  e  $l_{l=1}$  são os deslocamentos dos números de Love para  $l = 1$  quando a origem é o centro de massa da deformação da Terra sólida. Para esta escolha de origem, o valor numérico de  $k_{l=1} = -(h_{l=1} + 2l_{l=1})/3$  é dado na Tabela 4.1.

### 4.2.2 Fontes de dados

Um dos nossos objetivos neste projeto é estimar as contribuições ao geóide dependente do tempo causado pelas redistribuições de massa no oceano, na atmosfera e no armazenamento de água continental. Isto poderá ser feito com grades de campos de massa para cada uma dessas quantidades, integrada sobre uma latitude e longitude usando a equação (4.14) para encontrar as mudanças na distribuição superficial de massa utilizando os coeficientes  $\Delta\hat{C}_{lm}$  e  $\Delta\hat{S}_{lm}$ , e então, usar estes coeficientes na equação (4.18) para encontrar a mudança do geóide como uma função da posição na superfície da Terra em espessura equivalente em água.

#### Massa de água continental

Para estimar a mudança no armazenamento de água em continentes poderá ser utilizado um conjunto de dados fornecido pelo GLDAS (Rodell et al., 2004), da grade global da (umidade de solo) + (massa de neve) gerada no CPC do NOAA. Resumidamente, as observações de precipitação e temperaturas são usadas para estimar valores da grade de (precipitação)-(evapotranspiração)-(runoff)-(percolação nas camadas mais baixas) = mudança em (umidade de solo) + (massa de neve), em intervalos mensais. As dimensões das grades são de 360 (longitude) x 150 (latitude) com resolução de  $1^\circ \times 1^\circ$  (lat x lon). Resultados globais mensalmente existem de 2002 – 2005.

Estes conjuntos de dados incluem também mudanças no armazenamento de água abaixo da camada do solo, abaixo de aproximadamente 1 – 3.5 m de profundidade. Variações no armazenamento de água nestas profundidades ou em profundidades maiores poderão ter efeitos bem mais importantes no geóide e serão aqui atribuídas ao aquífero em estudo.

#### Erros do GRACE

A acurácia do GRACE em mapear o campo de gravidade da Terra é determinada por várias fontes de erros, incluindo erro no sistema (ruído), nas medidas de alcance de microondas satélite a satélite, erro no acelerômetro, erro no oscilador ultra-estável e erro de órbita. A acurácia depende um tanto na configuração orbital (da altitude e separação das espaçonaves, por exemplo). Aqui, para  $l > 1$  usa-se a acurácia descrita

---



em *Warh et al.* (1998), que assumiram que as espaçonaves estão a uma altitude de 450 km e separadas por 100 km, e um período médio de 12 dias. A acurácia estimada está na forma de amplitude do erro do geóide esperado. A amplitude está definido abaixo.

Supondo que o geóide é uma média sobre um intervalo de 12 dias, e deixando o erro da estimativa do GRACE deste cálculo da média do geóide ser

$$\delta N(\theta, \phi) = a \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \tilde{P}_{lm}(\cos \theta) (\delta C_{lm} \cos(m\phi) + \delta S_{lm} \sin(m\phi)) \quad (4.19)$$

onde  $\delta C_{lm}$  e  $\delta S_{lm}$  são os erros nos coeficientes do geóide GRACE. Então, a variância espacial do erro do geóide, tomada sobre todo o globo é

$$\delta \sigma_{sp}^2 = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi \sin \theta d\theta \delta N^2(\theta, \phi) = a^2 \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l (\delta C_{lm}^2 + \delta S_{lm}^2) \quad (4.20)$$

A amplitude do erro GRACE é definido como

$$\delta N_l = a \sqrt{\sum_{m=0}^l (\delta C_{lm}^2 + \delta S_{lm}^2)} \quad (4.21)$$

de maneira que  $\delta N_l^2$  é a contribuição total para a variância do erro do geóide GRACE de todos os termos de grau  $l$ . O grau  $l$  é uma medida da escala espacial de um harmônico esférico. O meio comprimento de onda de um harmônico esférico  $(l, m)$  serve como uma representação aproximada da escala espacial e é aproximadamente (20.000 km/l). Assim,  $\delta N_l^2$  é a medida da contribuição da variância de todos os termos de uma dada escala espacial.

É assumido aqui, que a incerteza das estimativas de  $\delta C_{lm}$  e  $\delta S_{lm}$  dependem de  $l$ , mas não em  $m$  (i.e., que o erro do geóide depende em comprimento de onda, mas não em orientação espacial) e que os erros nos coeficientes com diferentes valores de  $l$  e  $m$  não são correlacionados (equivalente a assumir que, na média, o GRACE determina o geóide igualmente bem sobre todas as regiões do globo). A incerteza no geóide pode então ser resumida pelo fornecimento de estimativas do  $\delta N_l$  esperado como uma função de  $l$ . Portanto, cada  $\delta N_l$  envolve a soma sobre os  $2l+1$  coeficientes do geóide (note que,  $S_{l0} = 0$  para cada  $l$ ), assim uma incerteza individual  $\delta C_{lm}$  ou  $\delta S_{lm}$  é igual a  $\delta N_l$  dividida por  $\sqrt{2l+1}$ .

A incerteza no cálculo da média de 12 dias é usada para estimar as incertezas das médias temporais mais longas, assumindo que os erros não são correlacionados de um período do cálculo da média ao seguinte. Por exemplo, a incerteza  $\delta N_l$  para um cálculo da média de 30 dias se igualaria à incerteza de 12 dias multiplicada por  $\sqrt{12/30}$ .

Pode-se estender essa definição considerando a variância sobre espaço e tempo. O erro no geóide  $\delta N(\theta, \phi, t)$  e nos coeficientes  $\delta C_{lm}$  e  $\delta S_{lm}$  é função do tempo  $t$ . A combinação da variância espacial e temporal do erro do geóide sobre todo o globo e sobre um intervalo de tempo de 0 a  $T$  é

$$\delta\sigma_{sp}^2 = \frac{1}{4\pi T} \int_0^{2\pi} dt \int_0^\pi \sin\theta d\theta d\phi \delta N^2(\theta, \phi, t) = \sum_l \left( \delta N_l^{sp/t} \right)^2 \quad (4.22)$$

onde a amplitude do grau espaço/tempo é

$$\delta N_l^{sp/t} = a \left[ \frac{1}{T} \sum_m \int_0^T (\delta C_{lm}^2 + \delta S_{lm}^2) dt \right]^{1/2} \quad (4.23)$$

Por exemplo, supondo que o objetivo é usar os dados do GRACE para encontrar as componentes de variação anual do geóide durante um único ano. Isto presumivelmente seria feito pelo próprio  $\cos(\omega t)$  e  $\sin(\omega t)$ , onde  $\omega = 1$  ciclo por ano, para um ano de coeficientes de 12 dias, para cada  $C_{lm}$  e  $S_{lm}$ . Se  $\delta C_{lmc}$  e  $\delta S_{lmc}$  forem os erros nos coeficientes  $\cos(\omega t)$  de  $C_{lm}$  e  $S_{lm}$ , e se  $\delta C_{lms}$  e  $\delta S_{lms}$  forem os erros nos coeficientes  $\sin(\omega t)$ , então, o  $\delta N_l^{sp/t}$  da componente de variação anual do geóide durante um período de tempo  $T = 1$  ano reduz a

$$\delta N_l^{sp/t} = \frac{a}{\sqrt{2}} \left[ \sum_{l,m} \int_0^T (\delta C_{lmc}^2 + \delta S_{lmc}^2 + \delta C_{lms}^2 + \delta S_{lms}^2) dt \right]^{1/2} \quad (4.24)$$

Uma análise do erro de covariância para o ajuste do  $\cos(\omega t)$  e  $\sin(\omega t)$  aos coeficientes do geóide mostra que a incerteza GRACE de  $1\sigma$  em cada  $C_{lmc}$  e  $C_{lms}$  é igual à incerteza no cálculo da média de 12 dias do  $C_{lm}$  multiplicado por  $\sqrt{2/N}$ , onde  $N = 365/12$  é o número de pontos de dados de 12 dias em 1 ano de dados. O resultado é similar para os coeficientes  $S_{lm}$ . Assim, a amplitude espaço/tempo do erro GRACE na componente de variação anual é dada por

$$\delta N_l^{sp/t} = a \frac{2}{\sqrt{N}} \left[ \sum_{m=0}^l (\delta C_{lm}^2 + \delta S_{lm}^2) \right]^{1/2} \quad (4.25)$$

para os erros GRACE na variação do geóide anual.

### 4.3 Método de *Ramillien et al.* (2004)

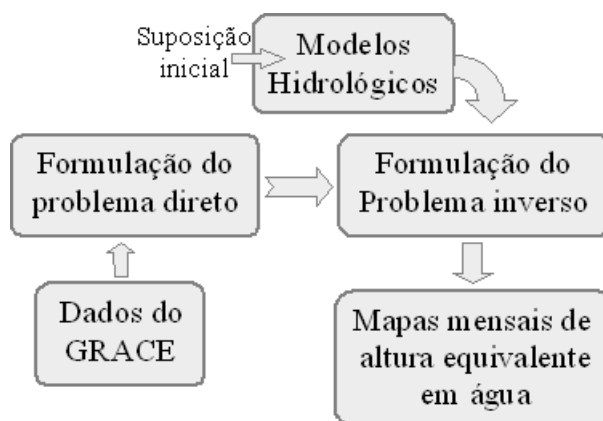


Figura 4.1: Fluxograma da metodologia *Ramillien et al.* (2004).

A metodologia consiste na utilização dos dados mensais dos satélites GRACE para a obtenção da variação dos elementos de gravidade terrestre variáveis no tempo para a formulação do problema direto, através das variabilidades das massas de águas, que são construídas a partir das alturas geoidais residuais.

Modelos hidrológicos são aqui utilizados como “first guess” (suposição inicial) para formulação do problema inverso, onde os dados destes modelos, que são fornecidos também em coeficientes do geopotencial, são utilizados em um sistema linear para resolver a separação dos  $k$  reservatórios de fluidos que contribuem com as mudanças no campo de gravidade terrestre. Para combinar os dados do GRACE e os modelos hidrológicos, utiliza-se um esquema previamente desenvolvido por *Tarantola* (1987, apud *Ramillien et al.* (2005)) e adaptado por *Ramillien et al.* (2005), o modelo de inversão generalizada por mínimos quadrados, para estimar os coeficientes de Stokes de  $k$  contribuições de fluidos. Pode-se investigar os modelos hidrológicos GLDAS (Rondell et al., 2004), o modelo *Au&Chao*, o modelo *Climate Prediction Center* (CPC), o modelo *Land Dynamics* (LadWorld) (Andersen e Hinderer, 2005) ou o ECMWF (*European Centre for Medium-Range Weather Forecasts*). A produção da média mensal de todos os modelos hidrológicos é utilizada para a mesma análise com os dados do GRACE em termos da expansão dos harmônicos esféricos. Provavel-

mente, apenas o modelo hidrológico GLDAS é adequado para os objetivos deste trabalho, tendo em vista a sua boa correlação com as observações do GRACE, conforme mostram resultados recentemente publicados (Andersen e Hinderer, 2005).

Para separar as diferentes contribuições de fluido na área de ocorrência do aquífero Guarani (oceano, atmosfera, armazenamento de água continental, incluindo neve, umidade de solo, água subterrânea e capas de gelo), é realizada esta inversão linear da resposta da altura geoidal mensal do GRACE (Ramillien et al., 2005). As respostas do geóide associadas com cada contribuição do fluido calculadas por modelos apropriados são então convertidas em mapas de altura equivalente de fluido (água), e removidas do sinal total.

Análises de erros *a posteriori* desta técnica sugerem que este método de inversão permite uma determinação mensal das mudanças de massa de água (variação da altura equivalente em água) com boa precisão. Com este procedimento, portanto, é possível caracterizar a variação da massa de água mensal, ou seja, qual a variação da quantidade de água em subsuperfície está ocorrendo nos períodos mensais compreendidos entre abril de 2002 a julho de 2004. Sendo possível, assim, relacionar descargas e recargas no aquífero ocorridas neste período.

As soluções mensais do geóide são liberadas aos usuários do sistema GRACE em forma de coeficientes normalizados de Stokes, e a componente relacionada à variação de massa em subsuperfície, expressa em termos de milímetros do geóide, varia com tempo  $t$  ao qual está relacionada (Ramillien et al., 2004). O conjunto de dados do GRACE, fornecido ao usuário a cada mês, não é um conjunto de pontos medidos, mas um conjunto finito dos coeficientes de Stokes dos harmônicos esféricos ajustados em função das medidas dos satélites gêmeos. Estes coeficientes podem ser usados para construir mapas de altura geoidal, e a partir destes, inferir as características do armazenamento de água em diversas regiões da Terra. Cada solução mensal é acompanhada de um arquivo de erro calibrado, que permite associar ao modelo uma estimativa da incerteza.

Em geral, para investigar a mudança em armazenamento de água continental, os dados são corrigidos removendo-se o efeito de outras contribuições conhecidas que geram mudanças no campo de gravidade, modeladas pelo grupo de ciência do GRACE na *University of Texas Center Space Research* (UTCSR) e na *Geo-ForschungsZentrum Potsdam* (GFZ) onde são gerados os dados do produto level-2

---

GSM de forma independente para cada uma dessas instituições. Cada solução mensal pode ser corrigida por acelerações gravitacionais temporais devido à maré da Terra sólida, maré oceânica, circulação oceânica (modelo barotrópico), atmosfera, maré de pólo e perturbações de N-corpos (Andersen & Hiderer, 2005).

Este trabalho parte da formulação de um problema direto da estimativa da distribuição da massa de água que poderá ser estudada pela construção de mapas de altura geoidal residual, onde a altura geoidal variável no tempo, mensalmente,  $\delta G(t)$  é correspondente à diferença entre o geóide mensal medido pelo GRACE  $G(t)$  e uma componente estática  $G_0$ .

$$\Delta G(t) = G(t) - G_0 \quad (4.26)$$

A contribuição estacionária  $G_0$  do geóide é caracterizada pela principal contribuição do campo de gravidade (aproximadamente 99%) que é resultante da parte sólida da Terra, que pode ser calculada pela obtenção da média de vários geóides  $G(t)$  em um período de tempo suficientemente longo, tal como vários anos de observações dos satélites GRACE. No presente trabalho foram analisados o período de tempo entre abril de 2002 a julho de 2004, cujos dados foram disponibilizados aos usuários do sistema GRACE e processados para os devidos fins. O cálculo da altura geoidal residual pode então ser expresso por

$$\Delta G(t) = \sum_{l=1}^{l_{max}} \sum_{m=0}^n ((\Delta C_{lm}(t) \cos(m\phi) + \Delta S_{lm}(t) \sin(m\phi)) \tilde{P}_{lm} \cos \theta) \quad (4.27)$$

onde  $l$  e  $m$  são o grau e ordem dos harmônicos, respectivamente,  $l_{max}$  é o grau máximo da decomposição,  $\theta$  é a co-latitute,  $\phi$  é a longitude e  $\tilde{P}_{lm}$  são os Polinômios Associados de Legendre. Os coeficientes  $\Delta C_{lm}(t)$  e  $\Delta S_{lm}(t)$  são os coeficientes de Stokes normalizados, definidos para um instante ou um período de tempo  $t$ , fornecidos ao usuário GRACE.

Neste trabalho, considera-se  $\delta G(t)$  como a soma, ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ), de  $K$  contribuições de diferentes reservatórios de fluidos independentes  $\delta G_k(t)$ , porém, sem levar em conta as variações das massas dentro da Terra sólida induzidas por processos tectônicos, tais como terremotos, reação pós-glacial, e convecção de manto. Além disso, assume-se que as contribuições de fluidos não são correlacionadas em

tempo e espaço em ordem da aproximação simplificada do modelo:

$$\Delta G(t) = \sum_{k=1}^K \Delta G_k(t) = \Omega \Delta G(t) \quad (4.28)$$

onde  $\Omega$  é a matriz de separação formada por uma coluna de matriz identidade (Ramillien et al., 2004). Após a formulação do problema direto deve-se partir para a formulação do problema inverso, que se dá pela separação de várias contribuições de fluido, onde é utilizado um sistema linear para resolver a separação das correspondentes contribuições de fluido da equação (4.28). De acordo com esta expressão, há  $k$  vezes mais coeficientes de Stokes para ajustar do que aqueles observados. Entretanto, o problema é altamente indeterminado. Por exemplo, caso for decidido separar 4 contribuições com um grau harmônico máximo de  $l = 120$ , o número total de observações será  $l^2 + 2l = 14640$ , então haverá aproximadamente 58600 coeficientes para ajustar. Por causa da não unicidade deste problema inverso, uma nova informação *a priori* precisa ser incluída para a recuperação de todos os coeficientes das contribuições de água.

Para combinar os dados do GRACE e os modelos de prognósticos (modelos hidrológicos, oceânicos, atmosféricos), pode-se utilizar um esquema adaptado por Ramillien et al. (2004), baseado na inversão generalizada dos mínimos quadrados para estimar os coeficientes de Stokes de  $K$  contribuições de fluidos. Neste formalismo, as estimativas são construídas como combinações lineares de parâmetros otimamente ajustados:

$$\Gamma_k(t) = \Gamma_k^0(t) + C_k \Omega (C_D + C_M + \Omega C_k \Omega^\Gamma)^{-1} [\Gamma^{OBS}(t) - \Omega \Gamma_k^0(t)] \quad (4.29)$$

onde  $\Gamma_k(t)$  é o vetor formado pela lista de todos os coeficientes dos harmônicos esféricos do geóide para resolver a  $k$ -ésima contribuição,  $\Gamma^{OBS}(t)$  é o vetor formado com os coeficientes do geóide do GRACE e representa a suposição inicial (“first guess”).  $C_D$  e  $C_M$  são as matrizes do erro de covariância *a priori* para as observações do GRACE e para escolha do modelo correspondente da  $k$ -ésima contribuição de fluido, respectivamente.  $C_k$  é a matriz covariância que descreve a estatística das variações de massas de água no reservatório  $k$ , que são determinadas pelas análises dos modelos disponíveis. Como resultado da estrutura da matriz de separação  $\Omega$ , a equação (4.29) pode ser dividida e então simplificada dentro de um sistema de duas equações dependentes:

$$\Gamma_k(t) = \Gamma_k^0(t) + C_k \xi \quad (4.30)$$

onde o vetor  $\xi$  é a solução da expressão

$$(C_D + C_M + \Omega C_k \Omega^\Gamma) \xi = \Gamma^{OBS}(t) - \Omega \Gamma_k^0(t) \quad (4.31)$$

Portanto, a matriz de covariância *a posteriori* é obtida usando:

$$C_k^{POS} = C_k - C_k \Omega^\Gamma (\Omega C_k \Omega^\Gamma + C_D + C_M)^{-1} \Omega C_k \quad (4.32)$$

A incerteza *a posteriori* associada com cada coeficiente de Stokes ajustado é dada pela RMS (*Root Mean Square*) dos elementos da diagonal desta última matriz:

$$\sigma_k^{POS} = \sqrt{C_k^{POS}(diag)} \quad (4.33)$$

onde o *diag* representa os elementos da diagonal da matriz  $C_k^{POS}$ .

### 4.3.1 Estimativa de um modelo de incerteza *a priori*

A incerteza *a priori* nos coeficientes harmônicos do modelo é obtida das comparações estatísticas entre os coeficientes dos geóides obtidos de diferentes modelos oceânico/hidrológico associados com cada reservatório  $k$ . Estes valores são simplesmente computados como variâncias temporais destes coeficientes para cada mês do ano e sobre um maior período de tempo entre dois eventos disponíveis. Essas variâncias são usadas como elementos da diagonal do modelo da matriz de covariância  $C_M$ .

### 4.3.2 Estimativa de um modelo de covariância *a priori*

Para estimar a matriz de covariância  $C_k(t)$  dos coeficientes do geóide, considera-se  $D_k(\Delta t)$ , a matriz formada pela lista de todos coeficientes do geóide previamente computado para o reservatório  $k$  e sobre um período de tempo  $\Delta t$ . Por construção, a matriz  $D_k(\Delta t)$  é tal que cada linha corresponde a um mês particular e cada coluna ao coeficiente  $C_{lm}(t)$  ou  $S_{lm}(t)$  fornecido. Portanto, a matriz de covariância do modelo  $C_k(t)$  poderá ser estimada simplesmente computando o produto:

$$C_k(t) = [D_k(\Delta t) - \overline{D}_k]^T [D_k(\Delta t) - \overline{D}_k] \quad (4.34)$$

onde  $\overline{D}_k$  é o valor médio temporal dos coeficientes do modelo computado durante  $\Delta t$  meses. Vários testes anteriores feitos pela inversão de dados do geóide sintético,

feitos por *Ramillien et al.* (2005), têm sugerido que este ótimo valor para  $\Delta t$  centrado 2–3 meses seja em torno de um considerado mês  $t$ . Valores maiores deste período de tempo aumentam a suavização numérica, e assim fornecem uma solução do geóide menos precisa. Para estimar a correlação espacial entre os pares dos coeficientes do geóide de graus e ordens  $u, v, l, m$ , respectivamente, os elementos de  $C_k(t)$  serão multiplicados por uma função peso (ponderada)  $\psi$  definida por (Ramillien et al., 2005).

$$\psi(u, v, l, m) = (2|l - u| + 1)^{-1} (2|m - v| + 1)^{-1} \quad (4.35)$$



# Capítulo 5

## Processamento dos Dados

### 5.1 Obtenção dos dados dos produtos level-2 GSM

Foram utilizados os dados do produto do campo de gravidade calculado pelo *GeoForschungsZentrum* (GFZ) em Potsdam na Alemanha (coeficientes do geopotencial do campo de gravidade estático estimados apenas pelos dados dos satélites GRACE). As soluções foram obtidas somente a partir de perturbações de órbita de satélites e são independentes de dados de gravidade na superfície oceânica e continental (somente os dados dos satélites GRACE são usados) (Flechtner, 2003). Neste trabalho foram obtidos 28 soluções mensais que abrange o período de abril de 2002 a julho de 2004 em forma de coeficientes harmônicos do geopotencial para grau e ordem 120 e 150 fornecidas pela GFZ, sendo 9 soluções mensais que abrangem um período de abril de 2002 a novembro de 2003 para grau e ordem 120 e 16 soluções mensais que abrangem um período de fevereiro de 2003 a julho de 2004 para grau e ordem 150, além de três soluções da média do campo de gravidade baseadas em 66 dias, 110 dias e 376 dias de dados obtidos do GRACE para grau e ordem 120, 150 e 150 respectivamente, conforme mostram os arquivos e o gráfico na Figura 5.1 dos intervalos entre dois eventos (tempo). Os arquivos dos campos mensais para os seguintes períodos de tempo foram obtidos:

*GSM* – 2\_0028\_2002094 – 2002139\_*EIGEN\_G* – – – .0001 → Abril 2002

*GSM* – 2\_0025\_2002214 – 2002243\_*EIGEN\_G* – – – .0001 → Agosto 2002

*GSM* – 2\_0019\_2002306 – 2002334\_*EIGEN\_G* – – – .0001 → Novembro 2002  
*GSM* – 2\_0025\_2003061 – 2003092\_*EIGEN\_G* – – – .0001 → Março 2003  
*GSM* – 2\_0042\_2003092 – 2003139\_*EIGEN\_G* – – – .0001 → Abril/Maio 2003  
*GSM* – 2\_0024\_2003182 – 2003212\_*EIGEN\_G* – – – .0001 → Julho 2003  
*GSM* – 2\_0023\_2003215 – 2003242\_*EIGEN\_G* – – – .0001 → Agosto 2003  
*GSM* – 2\_0024\_2003275 – 2003303\_*EIGEN\_G* – – – .0001 → Outubro 2003  
*GSM* – 2\_0022\_2003305 – 2003334\_*EIGEN\_G* – – – .0001 → Novembro 2003  
*GSM* – 2\_0018\_2003033 – 2003059\_*EIGEN\_G* – – – .0002 → Fevereiro 2003  
*GSM* – 2\_0024\_2003061 – 2003089\_*EIGEN\_G* – – – .0002 → Março 2003  
*GSM* – 2\_0028\_2003091 – 2003120\_*EIGEN\_G* – – – .0002 → Abril 2003  
*GSM* – 2\_0018\_2003121 – 2003141\_*EIGEN\_G* – – – .0002 → Maio 2003  
*GSM* – 2\_0024\_2003182 – 2003212\_*EIGEN\_G* – – – .0002 → Julho 2003  
*GSM* – 2\_0023\_2003214 – 2003242\_*EIGEN\_G* – – – .0002 → Agosto 2003  
*GSM* – 2\_0023\_2003244 – 2003273\_*EIGEN\_G* – – – .0002 → Setembro 2003  
*GSM* – 2\_0026\_2003275 – 2003303\_*EIGEN\_G* – – – .0002 → Outubro 2003  
*GSM* – 2\_0022\_2003305 – 2003334\_*EIGEN\_G* – – – .0002 → Novembro 2003  
*GSM* – 2\_0026\_2003335 – 2003365\_*EIGEN\_G* – – – .0002 → Dezembro 2003  
*GSM* – 2\_0022\_2004035 – 2004060\_*EIGEN\_G* – – – .0002 → Fevereiro 2004  
*GSM* – 2\_0026\_2004062 – 2004090\_*EIGEN\_G* – – – .0002 → Março 2004  
*GSM* – 2\_0023\_2004092 – 2004120\_*EIGEN\_G* – – – .0002 → Abril 2004  
*GSM* – 2\_0023\_2004122 – 2004153\_*EIGEN\_G* – – – .0002 → Maio 2004  
*GSM* – 2\_0023\_2004153 – 2004182\_*EIGEN\_G* – – – .0002 → Junho 2004  
*GSM* – 2\_0024\_2004183 – 2004213\_*EIGEN\_G* – – – .0002 → Julho 2004  
*GSM* – 2\_0066\_2002214 – 2003242\_*EIGEN\_G* – – – .0001 (120x120 field) → Média de 66 dias  
*GSM* – 2\_0110\_2002214 – 2003242\_*EIGEN\_G* – – – .0001 (150x150 field) → Média de 110 dias  
*GSM* – 2\_0376\_2003033 – 2004213\_*EIGEN\_G* – – – .0002 (150x150 field) → Média de 376 dias

---

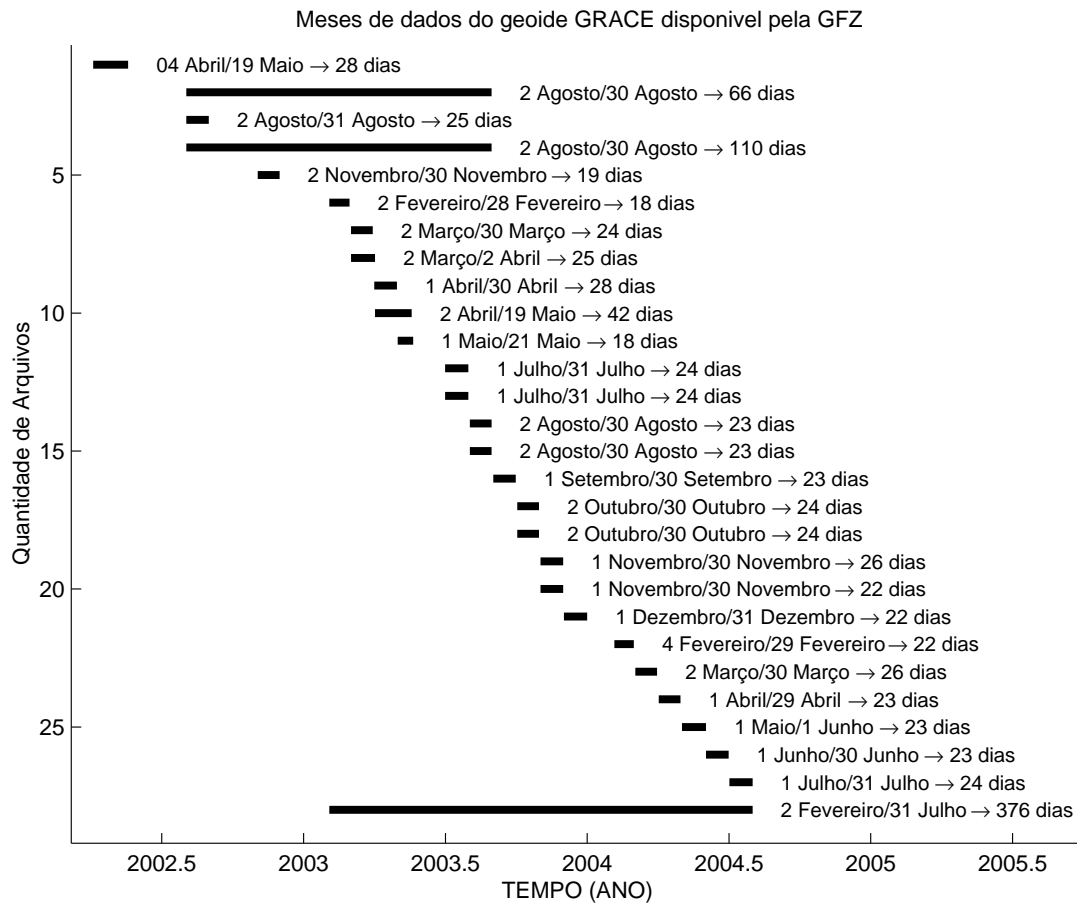


Figura 5.1: Cobertura temporal das soluções do campo de gravidade fornecidas pela GFZ abrangendo um período de abril/2002 a julho/2004 (cada barra pequena corresponde a um período de tempo de aproximadamente 1 mês e as barras maiores correspondem a uma média das soluções do campo de gravidade).

## 5.2 Pré-processamento dos dados

O pré-processamento se deu pela a obtenção dos dados e a conversão do dia do ano inicial e final de aquisição dos dados de todos os arquivos para determinar o seu período de abrangência analisando os “gaps” (buracos) entre as soluções obtidas, e o grau e a ordem desses arquivos. Em seguida foram gerados os pontos de  $0.1^\circ \times 0.1^\circ$  para a construção da grade como arquivo de entrada no processamento dos dados do GRACE para área de estudo (Aqüífero Guarani) abrangendo a região quadrada centro-leste da América do Sul, entre  $10^\circ\text{S}$  e  $40^\circ\text{S}$  de latitude e entre  $40^\circ\text{W}$  e  $70^\circ\text{W}$  de longitude conforme mostra o mapa da área, onde se encontra o aqüífero, na

Figura 5.2, para o cálculo dos parâmetros necessários neste trabalho. Foram feitos os cálculos das soluções mensais do geóide para os dados do GRACE, considerando  $l = m = 120$  (abril/2002 a novembro/2003) e  $l = m = 150$  (fevereiro/2003 a julho/2004), e posteriormente foram geradas as grades da altura geoidal, anomalia ar-livre e altura geoidal residual para cada um conjunto de dados destas soluções mensais.

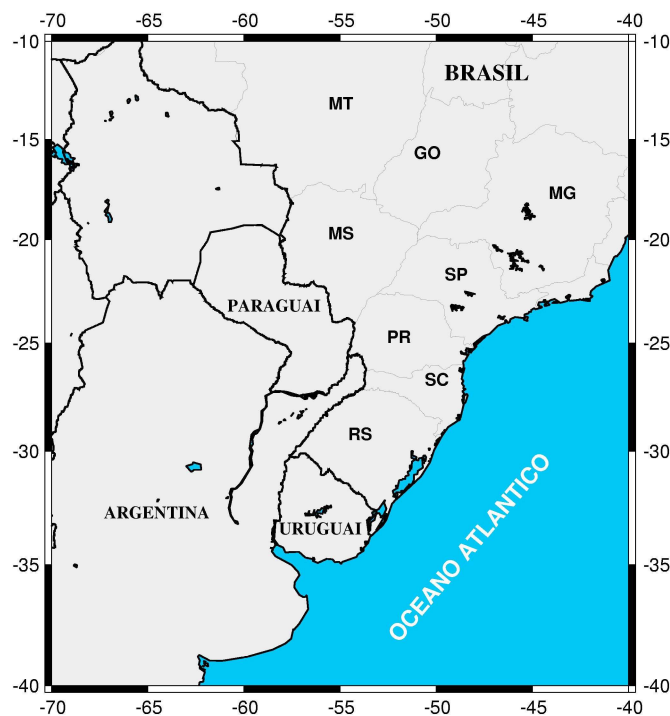


Figura 5.2: Localização da área de estudo: região que abrange o Aquífero Guarani, na qual foi gerada a grade para o cálculo dos parâmetros envolvidos neste trabalho.

### 5.3 Aquisição dos dados do GRACE

O processamento inicial dos dados brutos e a liberação dos dados foram feitos pela GFZ através do processamento dos dados level-1 ao level-2 ( $L1 \rightarrow L2$ ) obtendo os modelos das soluções do campo de gravidade EIGEN-GRACE (*European Improved Gravity model of the Earth by New techniques solely from GRACE*). Portanto, foram selecionados os coeficientes do geopotencial do campo de gravidade estático estimados a partir somente de dados de satélite na ISDC (*Information Sys-*

*tem end Data Center*) da GFZ na qual foram obtidos todos os dados disponíveis descritos na seção anterior que compreende o período de abril de 2002 a julho de 2004.

### 5.3.1 Geração do produto

A responsabilidade para a extração dos modelos de gravidade da Terra é do *Science Data System* (SDS) do projeto GRACE. Os produtos GRACE são desenvolvidos, processados e arquivados pela SDS que distribui entre a *Jet Propulsion Laboratory* (JPL), a *University of Texas Center Space Research* (UTCSR) e a *GeoForschungsZentrum* Potsdam (GFZ). A SDS libera os modelos do campo de gravidade da Terra e distribui ao público (usuário GRACE) via PODAAC (*Physical Oceanography Distributed Active Archive Center*) e/ou ISDC após a validação destes modelos. Os dados do GRACE estão divididos em três níveis (level) e a geração destes dados que parte dos produtos level-0 ao level-2 são definidos da seguinte forma:

- Level-0:

Os dados level-0 são os resultados da recepção dos dados, coleção e decodificação pelo *Raw Data Center* (RCD) da *Mission Operation System* (MOS) localizada em Neustrelitz na Alemanha. O MOS recebe os dados duas vezes por dia usando suas antenas em Weilheim e em Neustrelitz, que rastreiam os instrumentos da ciência e os dados das tarefas domésticas de cada satélite GRACE, e os armazena em dois arquivos apropriados no arquivo rolling level-0 na DFD/ Neustrelitz. O SDS recupera estes arquivos, extrai e reformata o correspondente instrumento e os dados subordinados das tarefas domésticas como as soluções de navegação de GPS, temperaturas do segmento de espaço ou eventos do acendimento do impulso. Os produtos level-0 são disponíveis 24 horas após a recepção dos dados.

- Level-1:

Os dados level-1 são pré-processados, e os dados dos instrumentos são identificados no tempo. Estes são os alcances dos sinais de microondas de banda K, acelerômetro, câmera estelar e dados de GPS de ambos os satélites. Adicionalmente, as órbitas preliminares de ambos os satélites GRACE são geradas. O

---

software de processamento de dados do level-1 é desenvolvido pelo JPL com suporte do GFZ (por exemplo, o processamento dos dados de acelerômetro). O processamento dos produtos level-1 é feito primeiramente no JPL. Um sistema de processamento idêntico (hardware/software) foi instalado no GFZ para servir como um sistema de backup em caso de problemas de hardware e de network. Esta dupla implementação é necessária para garantir a considerada defasagem de 5 dias dos produtos level-1. Todos os produtos level-1 são arquivados no PODAAC da JPL e no ISDC da GFZ.

- Level-2:

Os dados level-2 incluem termos de curto período (30 dias) e médias do campo de gravidade obtidos dos produtos calibrados e validados dos dados do GRACE level-1. Esse nível também inclui conjuntos de dados subordinados (campos de pressão e temperatura, baixa pressão oceânica, dados hidrológicos) os quais são necessários para eliminar variabilidades temporais nas soluções do campo de gravidade. Adicionalmente, as órbitas precisas de ambos os satélites GRACE são geradas. Todos os produtos do level-2 são arquivados no PODAAC do JPL e no ISDC do GFZ. O software de processamento do level-2 foi desenvolvido independentemente pelos três centros usando um já existente, mas completamente independente pacote de software, o qual é melhorado para as tarefas específicas do GRACE. As interfaces comuns do arquivo de dados garantem uma forte validação do produto. A rotina de processamento é feita na UTCSR e GFZ, enquanto que o JPL gera às vezes os produtos level-2 somente para a finalidades de verificação.

Os dados brutos, coletados dos satélites, são calibrados e identificados no tempo em um sentido não destrutivo (ou reversível), e chamado de level-1A. Os dados do produto level-1A não são distribuídos ao público. Estes dados são submetidos a um processamento extensivo e irreversível. Estes produtos são chamados de level-1B que incluem entre outros, o alcance intersatélite, a taxa de alcance, alcance de aceleração, as acelerações não gravitacionais de cada satélite, estimativa de posicionamento e de órbitas. Os produtos level-1B são processados para produzir as estimativas do campo de gravidade mensal em forma de coeficientes dos harmônicos esféricos. Vários meses de dados são combinados para produzir uma estimativa do campo de gravidade estático ou a média. Estas estimativas são chamadas de level-2. Após a

---

validação, todos produtos level-2 acompanhados do level-1B são liberados ao público através de dois portais. Um é o PODAAC no JPL, Pasadena, USA. O outro é a ISDC no GFZ, Potsdam na Alemanha.

### 5.3.2 Os arquivos de dados dos produtos level-2 utilizados neste trabalho

Para o estudo das variações nos parâmetros do campo de gravidade associadas à variabilidade de massa de água do aquífero Guarani estão sendo utilizados os conjuntos de informações do GRACE na forma de coeficientes em harmônicos esféricos do geopotencial. Estes coeficientes são calculados a partir de um conjunto de dados abrangendo períodos de 30 dias aproximadamente, e podem atingir no máximo, até o momento, grau e ordem 150 para as estimativas mensais do GRACE (Reigber, 2005), garantindo-se no mínimo grau e ordem 120. Neste projeto estão sendo utilizados os dados dos coeficientes do geopotencial do campo de gravidade estático estimados apenas pelos dados do satélite. Os dados disponíveis são os coeficientes do geopotencial em harmônicos esféricos até o grau e ordem 150 para as soluções mensais de fevereiro de 2003 a julho de 2004, constituindo uma solução mensal do GRACE, acompanhados de um arquivo de erros calibrados (Andersen & Hiderer, 2005). Foram utilizados os produtos GRACE Level-2 GSM processados pelo centro GeoForschungsZentrum (GFZ), Potsdam na Alemanha. Os produtos Level-2 GSM do GFZ são calculados usando o software EPOS (Earth Parameter and Orbit System) e são fornecido da seguinte forma (Schmidt, 2003) conforme os nomes dos arquivos mostrados na seção §5.1:  $GX - OG - \_2 - GSM + FFF - GSM - 2\_DDDD\_YYYYDOY - YYYDOY\_SSSS\_MMMM\_RRRR$ .

Onde,

$GX - OG - \_2 - GSM$  → corresponde ao tipo de produto (coeficientes do geopotencial do campo de gravidade estático estimados apenas pelos dados do satélite GRACE)

$GX$  → é o produto obtido dos dados do GRACE-A e GRACE-B

$OG - \_2$  → órbita e produto de gravidade do level-2

$FFF$  → instituição de processamento (GFZ, CSR ou JPL)

$GSM$  ‘G’ = coeficientes do geopotencial

‘S’ = estimativa de dados somente de satélite

' $M$ ' = estimativa do campo estático

$DDDD$  → número de dias usados para gerar o produto

$YYYY$  → ano de início e fim de dados para um período de tempo entre dois eventos associados ao produto

$DOY$  → dia do ano de início e fim de dados de um período de tempo entre dois eventos associados ao produto

$SSSS$  → instituição específica do string

$MMMM$  → missão de caracterização do string:

$M1$ : ' $G$ ' → se os dados do satélite GRACE são usados (else '-')

$M2$ : ' $C$ ' → se os dados do satélite CHAMP são usados (else '-')

$M3$ : ' $O$ ' → se outros dados de satélite são usados (else '-')

$M4$ : '-' → spare

$RRRR$  → liberação do produto (grau e ordem dos coeficientes, ou seja, se o  $RRRR$  for 0001 significa que é primeira liberação da  $GFZ$  para grau e ordem 120 e se for 0002 é segunda liberação dos dados para  $m = l = 150$ , tais como são os dados aqui obtidos). Neste trabalho são utilizados os dados do produto do campo de gravidade calculado pelo GFZ do tipo  $GX - OG - 2 - GSM$  (coeficientes do geopotencial do campo de gravidade estático estimados apenas pelos dados do satélite GRACE) de abril de 2002 a julho de 2004.



## Capítulo 6

# Recuperação da Distribuição Superficial de Massa a partir de Dados dos Satélites GRACE

Os resultados da variância do grau sugerem que a variação anual de ambas distribuições de água nos continentes e nos oceanos são detectáveis com a missão GRACE em graus dos harmônicos esféricos de até aproximadamente 40, correspondendo a meio comprimento de onda de quase 500 *km* (*Wahr et al.*, 1998).

Uma vez que a variância do grau não é forma mais significativa de avaliar o poder da missão GRACE, algumas aplicações envolvem a recuperação de sinais com padrões espaciais conhecidos. Este padrão espacial pode ser representado como a soma dos harmônicos esféricos. Assumindo que os erros do GRACE para os coeficientes individuais são razoavelmente não-correlacionados, o erro de medida GRACE para recuperação de sinal, dado como uma fração do sinal de amplitude, tende a diminuir com  $1/\sqrt{M}$ , onde  $M$  é o número de coeficientes que fazem importantes contribuições ao padrão espacial.

Os primeiros trabalhos de *Jekeli* (1981) inspiraram *Wahr et al.* (1998) a proporem um método baseado na média gaussiana dos coeficientes de Stokes observados pela missão GRACE para remover os efeitos de ruídos em graus mais altos dos harmônicos esféricos. Dado o comprimento  $L$  da meia-altura, o operador de suavização de *Jekeli*  $W_l$  versus o grau  $l$  é definido por uma relação recursiva.

Embora este trabalho utilize uma metodologia mais prática e geral de inferir as mudanças na distribuição superficial de massa dos coeficientes do geóide do GRACE,

para estimar o cálculo da média espacial, tal como vistos nos trabalhos de Chen et al. (2005), Ramillien et al. (2005), Tapley et al. (2004), Wahr et al. (1998), Wahr et al. (2004) talvez, o método mais completo seria o método de Ramillien et al. (2004), pelo fato de se utilizar uma inversão, que combina diferentes informações a priori (isto é, modelo de previsão, erros e observação GRACE) para melhorar interativamente uma suposição inicial.

## 6.1 Cálculo da média espacial

A equação (4.17) é o ponto inicial para usar as estimativas do  $\Delta C_{lm}$  e  $\Delta S_{lm}$  do GRACE para recuperar mudanças de densidade da distribuição superficial de massa, pois os erros nos resultados do GRACE tornam-se maiores para  $l$  (graus) maiores, e porque os termos com maiores valores de  $l$  podem fazer contribuições importantes na soma da equação (4.17), ou seja, o uso da (4.17) como escrita, poderá levar a resultados altamente imprecisos.

O GRACE, entretanto, libera resultados úteis para cálculo da média espacial da densidade superficial de massa:

$$\overline{\Delta\sigma}(\theta, \phi) = \int \sin \theta' d\theta' d\phi' \Delta\sigma(\theta', \phi') W(\theta, \phi, \theta', \phi') \quad (6.1)$$

onde  $W(\theta, \phi, \theta', \phi')$  é uma função do cálculo da média. Isto é útil para expandir a equação (6.1) em termos dos coeficientes dos harmônicos esféricos do geóide  $\Delta C_{lm}$  e  $\Delta S_{lm}$  recuperáveis com o GRACE. Usando a equação (4.17) na equação (6.1) obtém-se, após algumas manipulações,

$$\begin{aligned} \overline{\Delta\sigma}(\theta, \phi) = \frac{a\rho_{ave}}{12\pi} \sum_{l,m} \tilde{P}_{lm}(\cos \theta) \sum_{l',m'} \frac{2l'+1}{1+k_{l'}} \times \left[ \left( \Delta C_{l'm'} W_{lmc}^{l'm'c} \right. \right. \\ \left. \left. + \Delta S_{l'm'} W_{lmc}^{l'm's} \right) \cos(m\phi) + \left( \Delta C_{l'm'} W_{lms}^{l'm'c} + \Delta S_{l'm'} W_{lms}^{l'm's} \right) \sin(m\phi) \right] \end{aligned} \quad (6.2)$$

onde

$$\left\{ \begin{array}{l} W_{lmc}^{l'm'c} \\ W_{lmc}^{l'm's} \\ W_{lms}^{l'm'c} \\ W_{lms}^{l'm's} \end{array} \right\} = \int \sin \theta d\theta d\phi \int \sin \theta' d\theta' d\phi'$$

$$\times \left\{ \begin{array}{l} \cos(m'\phi') \cos(m\phi) \\ \cos(m'\phi') \sin(m\phi) \\ \sin(m'\phi') \cos(m\phi) \\ \sin(m'\phi') \sin(m\phi) \end{array} \right\} W(\theta, \phi, \theta', \phi') \tilde{P}_{lm}(\cos \theta) \tilde{P}_{l'm'}(\cos \theta') \quad (6.3)$$

Para o cálculo da média sobre grandes regiões, o  $W_{lmc}^{l'm'c}$ , etc., serão pequenos para grandes  $l, m, l', m'$ , de modo que as contribuições para  $\overline{\Delta\sigma}$  do pobre conhecimento do  $\Delta C_{l'm'}$  e  $\Delta S_{l'm'}$  em valores maiores para  $l', m'$ , tende a ser pequeno.

Se  $W$  é definido de uma maneira que só depende do ângulo  $\alpha$  entre os pontos  $(\theta, \phi)$  e  $(\theta', \phi')$  [ou seja,  $W(\theta, \phi, \theta', \phi') = W(\alpha)$ , onde  $\cos \alpha = \cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta' \cos(\phi - \phi')$ ], então, a equação (6.2) e a equação (6.3) reduz à

$$\overline{\Delta\sigma}(\theta, \phi) = \frac{2a\rho_{ave}\pi}{3} \sum_{l,m} \frac{2l+1}{1+k_l} \tilde{P}_{lm}(\cos \theta) [\Delta C_{lm} \cos(m\phi) + \Delta S_{lm} W \sin(m\phi)] \quad (6.4)$$

onde

$$W_l = \int_0^\pi W(\alpha) P_l(\cos \alpha) \sin \alpha d\alpha \quad (6.5)$$

e onde  $P_l = \tilde{P}_{lm=0}/\sqrt{2l+1}$  são os polinômios de Legendre.

A idéia da construção da média espacial para compensar o pobre conhecimento do curto comprimento de onda dos coeficientes dos harmônicos esféricos (valores mais altos de  $l$ ) foi desenvolvida por *Jekeli* (1981) para melhorar as estimativas do campo de gravidade da Terra. Aqui é obtida a função do cálculo da média gaussiana (*Jekeli*, 1981) normalizada de modo que a integral global de  $W$  é

$$W(\alpha) = \frac{b}{2\pi} \frac{\exp[-b(1 - \cos \alpha)]}{1 - e^{-2b}} \quad (6.6)$$

$$b = \frac{\ln(2)}{1 - \cos(r/a)} \quad (6.7)$$

e  $r$  é a distância na superfície da Terra em que  $W$  diminui à metade (1/2) do seu valor em  $\alpha = 0$  (a distância na superfície da Terra =  $a\alpha$ ).  $r$  é um raio médio de suavização. *Jekeli* (1981) mostrou que os coeficientes  $W_l$  podem ser calculados com

relações recursivas:

$$W_0 = \frac{1}{2\pi}$$

$$W_1 = \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{1 + e^{-2b}}{1 - e^{-2b}} - \frac{1}{b} \right] \quad (6.8)$$

$$W_{l+1} = -\frac{2l+1}{b} W_l + W_{l-1}$$

Como exemplo, a Figura 6.1 mostra  $W_l$  para o valor de  $r = 650 \text{ km}$ , onde há uma suavização no grau  $l$  em aproximadamente 30.

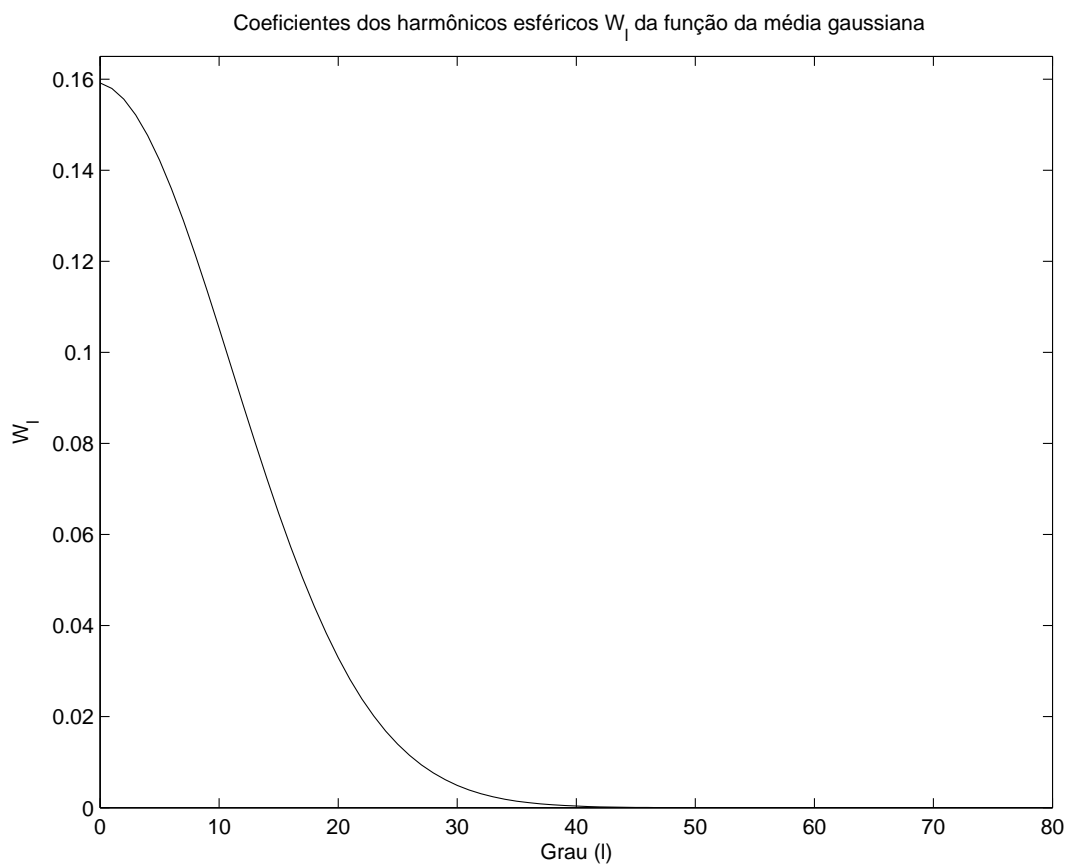


Figura 6.1: Cálculo da média gaussiana com a função de suavização para um raio médio de 650 km.

### 6.1.1 Reduzindo o erro do sinal

Suponha que a função média da equação (6.6) seja usada para encontrar a pressão média do fundo do mar sobre algum ponto oceânico. A equação (6.6) é diferente de zero para todos os valores  $\alpha$ , e os sinais hidrológicos e os de pressão atmosférica sobre o continente entrarão dentro da estimativa oceânica. Os efeitos oceânicos, similarmente, contaminarão a estimativa hidrológica, ainda que o sinal oceânico tende a ser bem menor do que o sinal hidrológico, o que vai acarretar, provavelmente, um problema menor.

O erro pode ser reduzido pela substituição da equação (6.6) com alguma outra função média, projetada especificamente para a região que está sendo considerada. Utiliza-se uma função média que desapareça totalmente fora da região de interesse introduzindo os lóbulos laterais em  $W_l$  que causam a mal determinação para os maiores graus  $l$  dos coeficientes do geóide na equação (6.2).

Como uma alternativa, o uso da função média dada pela equação (6.6) reduz o erro pelo emprego de uma técnica de estimação iterativa. Por exemplo, se o objetivo é estimar a pressão média no fundo do mar sobre alguma posição oceânica, suponha que para obter a acurácia dos resultados GRACE, o raio médio deve ser escolhido pelo menos tão grande quanto algum valor  $r$ . Mas suponha que a posição seja próxima o suficiente da costa para a qual a função média resultante é grande sobre o continente, de maneira que o sinal hidrológico contamina a estimativa no fundo do mar (Wahr et al., 1998).

Esta contaminação pode ser reduzida pelo uso dos dados do geóide GRACE para primeiro resolver a distribuição de massa continental, removendo os efeitos desta distribuição de massa do geóide GRACE e então, usando o geóide residual para resolver a pressão no fundo do oceano. Isto é feito, escolhendo um raio médio  $r_0$  para o sinal continental. Usando a função média descrita pelas equações (6.6) e (6.8) (com  $r = r_0$  na equação (6.7)) na equação (6.4) obtém-se os valores de  $\overline{\Delta\sigma}$  por todo continente.

Assim, constroi-se uma distribuição superficial de massa continental suavizada

por

$$\overline{\Delta\sigma}^{cont}(\theta, \phi) = C(\theta, \phi) \frac{2a\rho_{ave}\pi}{3} \sum_{l,m} \frac{2l+1}{1+k_l} \tilde{P}_{lm}(\cos\theta) [\Delta C_{lm} \cos(m\phi) + \Delta S_{lm} W \sin(m\phi)] \quad (6.9)$$

onde a função continente

$$\begin{aligned} C(\theta, \phi) &= 1 && \text{sobre o continente} \\ C(\theta, \phi) &= 0 && \text{sobre o oceano} \end{aligned} \quad (6.10)$$

é incluída na equação (6.9) para indicar que  $\overline{\Delta\sigma}^{cont}$  é diferente de zero somente sobre o continente.

Os coeficientes dos harmônicos esféricos para esta distribuição superficial de massa continental suavizada são dados pela equação (4.14) com  $\Delta\sigma$  sendo substituído pelo  $\overline{\Delta\sigma}^{cont}$ . Estes coeficientes, por sua vez, podem ser usado na equação (4.15) para estimar os coeficientes do geóide,  $\Delta C_{lm}^{cont}$  e  $\Delta S_{lm}^{cont}$ , causados pela distribuição superficial de massa continental. Em termos dos coeficientes originais do geóide GRACE,  $\Delta C_{lm}$  e  $\Delta S_{lm}$ , após alguma álgebra, obtém-se:

$$\left\{ \begin{array}{c} \Delta C_{lm}^{cont} \\ \Delta S_{lm}^{cont} \end{array} \right\} = \frac{1}{2} \sum_{l',m'}^l W_{l'} \frac{(2l'+1)(1+k_l)}{(2l+1)(1+k_{l'})} \times \left\{ \begin{array}{c} F_{lm}^{l'm'} \Delta C_{l'm'} + G_{lm}^{l'm'} \Delta S_{l'm'} \\ G_{lm}^{l'm'} \Delta C_{l'm'} + H_{lm}^{l'm'} \Delta S_{l'm'} \end{array} \right\} \quad (6.11)$$

onde

$$\left\{ \begin{array}{c} F_{lm}^{l'm'} \\ G_{lm}^{l'm'} \\ H_{lm}^{l'm'} \end{array} \right\} = \int C(\theta, \phi) \tilde{P}_{lm}(\cos\theta) \tilde{P}_{l'm'}(\cos\theta) \times \left\{ \begin{array}{c} \cos(m'\phi) \cos(m\phi) \\ \cos(m'\phi) \sin(m\phi) \\ \sin(m'\phi) \sin(m\phi) \end{array} \right\} \quad (6.12)$$

e  $W_l$  na equação (6.11) usa  $r_0$  como raio do cálculo médio.

Estas estimativas das contribuições da distribuição superficial de massa continental podem ser removidas dos valores originais do GRACE para obter uma estimativa das contribuições oceânicas:

$$\left\{ \begin{array}{c} \Delta C_{lm}^{ocn} \\ \Delta S_{lm}^{ocn} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \Delta C_{lm} - \Delta C_{lm}^{cont} \\ \Delta S_{lm} - \Delta S_{lm}^{cont} \end{array} \right\} \quad (6.13)$$

Quando estes resultados para  $\Delta C_{lm}$  e  $\Delta S_{lm}$  são usados na equação (6.4) para encontrar a média da distribuição superficial de massa na posição oceânica original, onde agora o  $W_l$  na equação (6.4) são obtidos usando o valor original de  $r$  para cálculo do raio médio, os resultados são relativamente livre dos efeitos das distribuições superficiais de massas no continente. Uma aproximação similar pode ser usada para remover efeitos de contaminação do oceano das estimativas do armazenamento de água continental (Wahr et al., 1998).

# Capítulo 7

## Estimativa de Parâmetros Hidrológicos a partir de Dados de Gravidade

### 7.1 Introdução

As medidas de gravidade são importantes para conhecer o armazenamento de água de um determinado local e tempo, embora este volume somente constitua aproximadamente 3.5% do total de água no ciclo hidrológico. O armazenamento da umidade no solo é importante para sua relação com a transpiração e o estoque de água terrestre, que tem sua importância para fornecer a base de fluxo aos rios e fornecer água às plantas enraizadas em profundidade nos períodos de secas. Ambas as medidas, de gravidade e de armazenamento de água no solo, determinam a disponibilidade de água para a agricultura e para uso doméstico, e são importantes para prever inundações e secas.

No entanto, não é tão simples monitorar o armazenamento de água. Com a realização de medidas terrestres é possível se obter a informação necessária do armazenamento de água, mas esta informação é intensivamente laboriosa e fornece apenas uma informação pontual. As técnicas de sensoriamento remoto de microondas ajudariam determinar o índice de umidade no solo, porém esta técnica é limitada ao topo do solo e não fornece a umidade do solo a níveis mais profundos e de água

subterrânea. A terceira opção é a modelagem. Entretanto, o desempenho dos resultados de um modelo é vinculado pela quantidade e pela qualidade dos dados de entrada (Gerrits, 2005).

Uma nova técnica que se tem investigado para a determinação do armazenamento de água é proveniente do uso de medidas de gravidade. O campo de gravidade da Terra varia em tempo e espaço e define uma figura irregular, o geóide. Este geóide, que se origina da distribuição de massa da Terra, consiste de uma parte estática e uma outra parte variável no tempo. A parte estática é principalmente devido às distribuições de massa que variam somente em uma escala de tempo geológica, como continentes, montanhas e depressões na crosta. A parte variável no tempo ocorre devido aos processos como a redistribuição do armazenamento de água terrestre, marés oceânicas, mudanças atmosféricas, reação pós-glacial, etc. Assim, o sinal hidrológico está incluso nos sinais de gravidade, ou seja, está incluso nos dados das soluções geoidais mensais do GRACE e pode, em princípio, ser recuperado.

A primeira vez que os pesquisadores observaram que a hidrologia seria uma das causas para as variações temporais da gravidade foi com o satélite LAGEOS (LAsEr GEOdynamics Satellite). *Yoder et al.* (1983) acreditaram que as mudanças na órbita do satélite eram principalmente causadas pela redistribuição da água terrestre e da massa de ar e das mudanças no nível de mar. Gutierrez e Wilson (1978, apud *Gerrits* (2005)) tentaram calcular os distúrbios na órbita do satélite devido à redistribuição sazonal da massa de ar e do armazenamento de água terrestre, concluindo que era possível prever aproximadamente as perturbações da órbita de satélites causadas por variações sazonais no armazenamento de água terrestre.

Após diversos outros estudos sobre a componente variável no tempo do geóide, *Dickey et al.* (1997) ajudaram a finalizar o *Gravity Recovery and Climate Experiment* (GRACE), e mencionaram as possibilidades para o campo da hidrologia.

Finalmente, os dois satélites GRACE foram lançados para um período da missão de 5 anos em 17 de março de 2002. Como escrito na seção §1.1.2, a distância entre os dois satélites mudará devido às variações de massa. O GRACE mede precisamente esta distância entre os satélites com um sistema de alcance de microondas. Um acelerômetro mede as acelerações não-gravitacionais (por exemplo, arrasto atmosférico) de maneira que somente a aceleração causada pela gravidade é considerada, sendo que o GPS é usado para determinar a posição exata dos satélites.

---



## 7.2 Relação da distribuição superficial de massa com a gravidade

A altura geoidal (isto é, a diferença entre a superfície equipotencial correspondente ao nível médio do mar sobre os oceanos e o elipsóide de referência) descreve o campo de gravidade global da Terra. A altura geoidal é geralmente descrita como soma dos harmônicos esféricos (Chao e Gross, 1987):

$$N(\theta, \phi) = a \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \tilde{P}_{lm}(\cos \theta) (C_{lm} \cos(m\phi) + S_{lm} \sin(m\phi)) \quad (7.1)$$

Onde:

$N \equiv$  altura geoidal

$a \equiv$  raio da Terra

$\theta \equiv$  co-latidade

$\phi \equiv$  longitude

$C_{lm}, S_{lm} \equiv$  coeficientes de Stokes dimensionais

$\tilde{P}_{lm} \equiv$  função de Legendre

$l \equiv$  grau

$m \equiv$  ordem

Os coeficientes  $C_{lm}$  e  $S_{lm}$  são as variáveis fornecidas pelo GRACE. Para medir mudanças dependentes do tempo na altura geoidal ( $\Delta N$ ), a equação (7.1) pode ser expressa em termos dos  $\Delta C_{lm}$  e  $\Delta S_{lm}$ . A mudança nos coeficientes dos harmônicos esféricos do geóide é causada pela redistribuição de densidade superficial ( $\Delta\sigma$ ), vista na equação 4.17, que é definida como massa dividida pela área.

A mudança nos coeficientes dos harmônicos esféricos do geóide consiste de duas partes (ver equação (7.2)). A primeira parte descreve a contribuição ao geóide da atração gravitacional direta da distribuição superficial de massa. Devido a esta distribuição superficial de massa também carregar e deformar elasticamente a Terra sólida adjacente, uma segunda parte é adicionada (Wahr et al., 1998). Isto resulta na equação (7.3), que inclui ambas as contribuições.

$$\left\{ \begin{array}{c} \Delta C_{lm} \\ \Delta S_{lm} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \Delta C_{lm} \\ \Delta S_{lm} \end{array} \right\}_{surf\ mass} + \left\{ \begin{array}{c} \Delta C_{lm} \\ \Delta S_{lm} \end{array} \right\}_{solid\ E} \quad (7.2)$$

$$\left\{ \begin{array}{c} \Delta C_{lm} \\ \Delta S_{lm} \end{array} \right\} = \frac{3(1+k_l)}{4\pi a \rho_{ave}(2l+1)} \int \Delta\sigma(\theta, \phi) \tilde{P}_{lm}(\cos\theta) \left\{ \begin{array}{c} \cos(m\phi) \\ \sin(m\phi) \end{array} \right\} \sin\theta d\theta d\phi \quad (7.3)$$

onde:

$\Delta C_{lm}, \Delta S_{lm} \equiv$  mudanças em coeficientes adimensionais

$k_l \equiv$  número de Love elástico de grau  $l$

$\rho_{ave} \equiv$  densidade média da Terra

$\Delta\sigma \equiv$  mudança na densidade superficial

Esta fórmula pode ser usada para obter do sinal hidrológico esperado do GRACE. Este procedimento é chamado ‘estimativa inversa dos dados do GRACE’ (Gerrits, 2005).

Reescrevendo a equação (7.3), com  $\rho_w$  sendo a densidade da água, resulta na equação (7.4):

$$\Delta\sigma(\theta, \phi) = \frac{a\rho_{ave}}{3} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \tilde{P}_{lm}(\cos\theta) \frac{2l+1}{1+k_l} (\Delta C_{lm} \cos(m\phi) + \Delta S_{lm} \sin(m\phi)) \quad (7.4)$$

Se  $\Delta\sigma$  for dividido por  $\rho_w$ , a mudança na distribuição de massa superficial obtida é expressa em espessura equivalente em água. Esta equação pode ser usada para calcular o sinal hidrológico a partir dos dados medidos do GRACE. Este método é referido como ‘estimativa direta da hidrologia a partir dos dados do GRACE’ (Gerrits, 2005).

## 7.3 Fontes de erros nos dados do GRACE

Além dos erros que ocorrem no lado da hidrologia, há também fontes de erros no lado do GRACE. A primeira fonte de erro são os erros de medidas, os quais provêm de incertezas nos parâmetros orbitais, dos erros de medidas no alcance das microondas entre os satélites e dos erros de medidas dos acelerômetros a bordo dos satélites. O erro de medida diminui com um aumento da área calculada e com um aumento do período médio dos dados (Figura 7.1). Para o modelo do aquífero Guarani, com uma área de  $1.2 \times 10^6 \text{ km}^2$  e uma escala de tempo mensal, a incerteza será menor que aproximadamente  $1 \text{ mm}$ .

O erro de medida também aumentará com o aumento no grau dos harmônicos

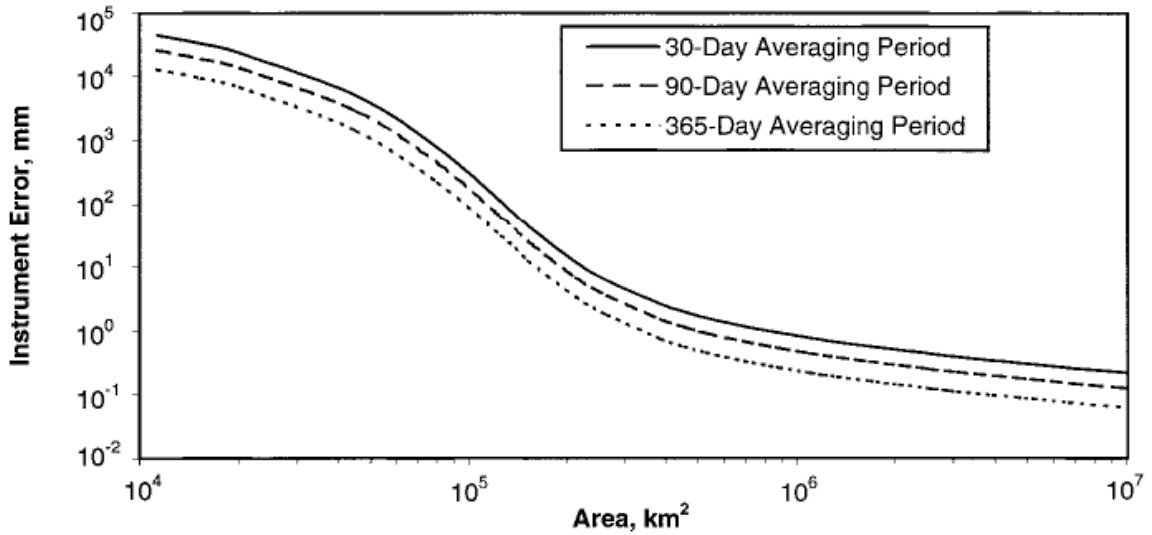


Figura 7.1: Erros de medidas (do instrumento) (em milímetros de equivalente em água) versus a área da região para cálculos da média de períodos mensal, sazonal e anual (modificado de Rodell & Famiglietti (1999)).

esféricos, como pode ser visto na Figura 7.2, que mostra o erro do GRACE na forma do grau de amplitude (variância do grau) descrito na subseção §4.2.2. A Figura 7.2 mostra os erros calibrados das soluções mensais com relação à escala espacial (20.000  $km/l$ ). No entanto, métodos de filtragem são requeridos para reduzir o impacto dos erros de medidas.

A segunda fonte de erro dos dados GRACE é o erro do truncamento e da interpolação. Na teoria, o geóide pode ser descrito por uma função com um grau infinitamente elevado, que resultará em uma descrição perfeita do campo de gravidade da Terra. Entretanto, na realidade, os coeficientes do geóide só estão disponíveis pelo GRACE para um grau máximo de 150, o que causa um erro de truncamento (Gerrits, 2005).

O truncamento induzido pelo fato de que o GRACE fornece dados para um grau máximo de 150 causará uma necessidade de interpolação dos dados. A escala espacial dos dados de gravidade,  $\lambda$ , é aproximada pela relação (Swenson e Wahr, 2002):

$$\lambda = \frac{20000km}{l} \quad (7.5)$$

Para o grau 70 esta relação resultará em uma resolução espacial de aproximada-

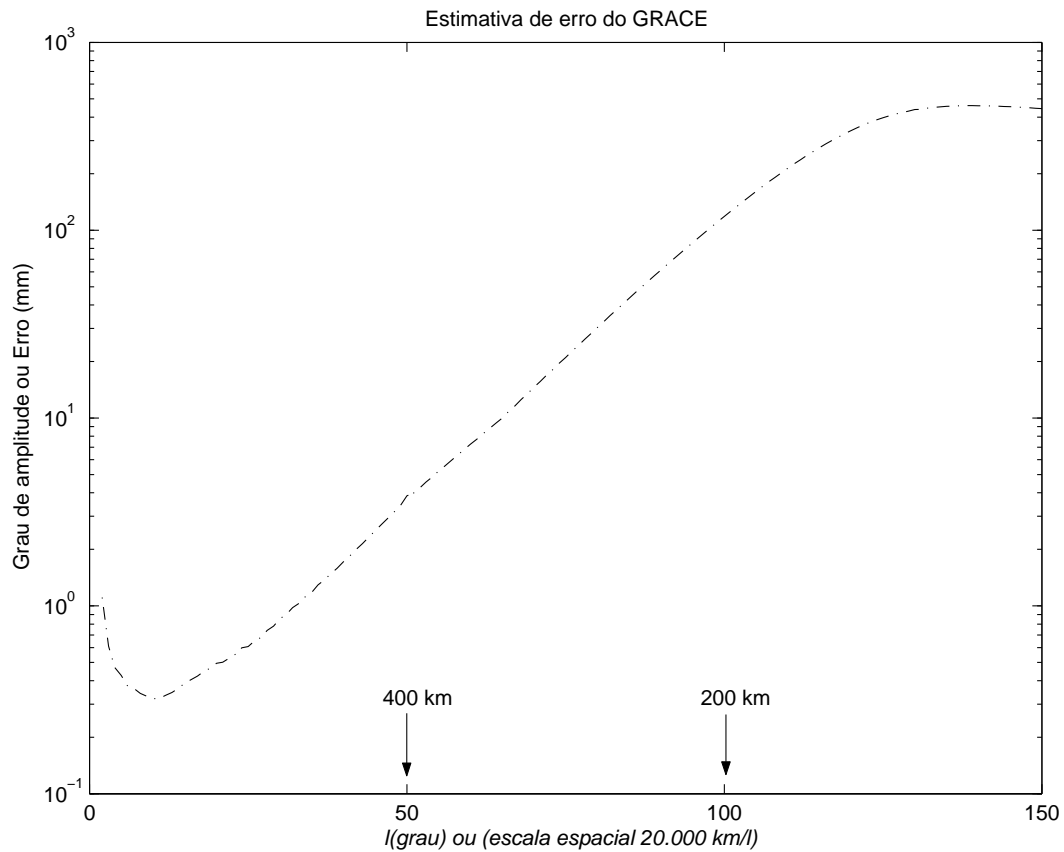


Figura 7.2: Estimativa da raiz quadrada da contribuição à variância inferida da anomalia da distribuição superficial de massa devido ao erro de medida do satélite GRACE, como uma função do grau dos harmônicos esféricos.

mente  $286 \text{ km}$  e um erro nas soluções mensais do geóide de aproximadamente de  $15 \text{ mm}$ . Para tornar os dados apropriados para a escala da região, portanto, os dados necessitam de interpolação.

A terceira fonte de erro é o erro de espalhamento em cálculos regionais. Por causa das medidas do GRACE serem também influenciadas por mudanças de massas fora da região de estudo, isto também ocasiona a adição de uma componente de erro. Especialmente para pequenas regiões este erro é significativo (Wahr et al, 1998), ou seja, os erros de espalhamento são introduzidos quando se utiliza os dados globais do GRACE. Para compensar este efeito *Swenson & Wahr (2002)* investigaram algumas técnicas do cálculo da média para estimar variações regionais na densidade superficial de massa baseadas na variação dos coeficientes em harmônicos esféricos.

Finalmente, a última fonte de erro surge dos problemas de remoção dos efeitos da redistribuição da massa atmosférica e da reação pós-glacial. Geralmente o efeito da redistribuição da massa atmosférica é removido pelo uso de dados modelados da pressão de atmosférica. Para remover os efeitos da reação pós-glacial, também usam-se dados modelados. As incertezas nestes modelos são assumidas como tendo um valor uniforme de 20% do valor de medida (Rodell e Famiglietti, 1999). Entretanto, este efeito de reação pós-glacial pode ser negligenciado em escala de tempo mensal a anual na região do aquífero Guarani.

## 7.4 Estimativa direta de parâmetros da hidrologia a partir de dados do GRACE

Uma forma de calcular o sinal hidrológico é a partir do cálculo dos coeficientes dos harmônicos esféricos pelo uso da equação (7.4). Os coeficientes fornecidos pelo GRACE são corrigidos por todos os processos conhecidos, de tal forma que os coeficientes somente considerariam a componente estática e a componente hidrológica do campo de gravidade. Para obter a componente mensal, foi subtraído dos dados mensais um geóide médio, que é baseado em um período de 376 dias de dados do GRACE, que vai de fevereiro 2003 a julho de 2004 (note que os meses não são necessariamente consecutivos devido à falta de dados coletados pelos satélites GRACE para que fosse gerado o campo de gravidade da Terra em todos os meses). Este campo de gravidade médio consiste da componente estática e de um sinal hidrológico médio.

Neste trabalho os dados do GRACE foram processados com dois procedimentos. Primeiro o sinal foi calculado para uma expansão até grau 70 sem a aplicação de nenhum filtro (Figuras 7.3, 7.4, 7.5, 7.6 e 7.7). O cálculo foi também executado para grau e ordem 150, mas, como para este grau o erro de medida é muito alto (Figura 7.2) foi aplicado um filtro Gaussiano com um raio médio de 800 *km* conforme o procedimento descrito por *Chen et al.* (2005), que mostraram que, com este raio médio, as estimativas do GRACE das mudanças da distribuição superficial de massa global podem eficientemente ficar isentas de erros nos altos graus dos harmônicos esféricos, ou seja, no processamento destes autores a suavização de 800 *km* produziu um resíduo mínimo RMS (*Root Mean Square*) das diferenças entre as estimativas

---

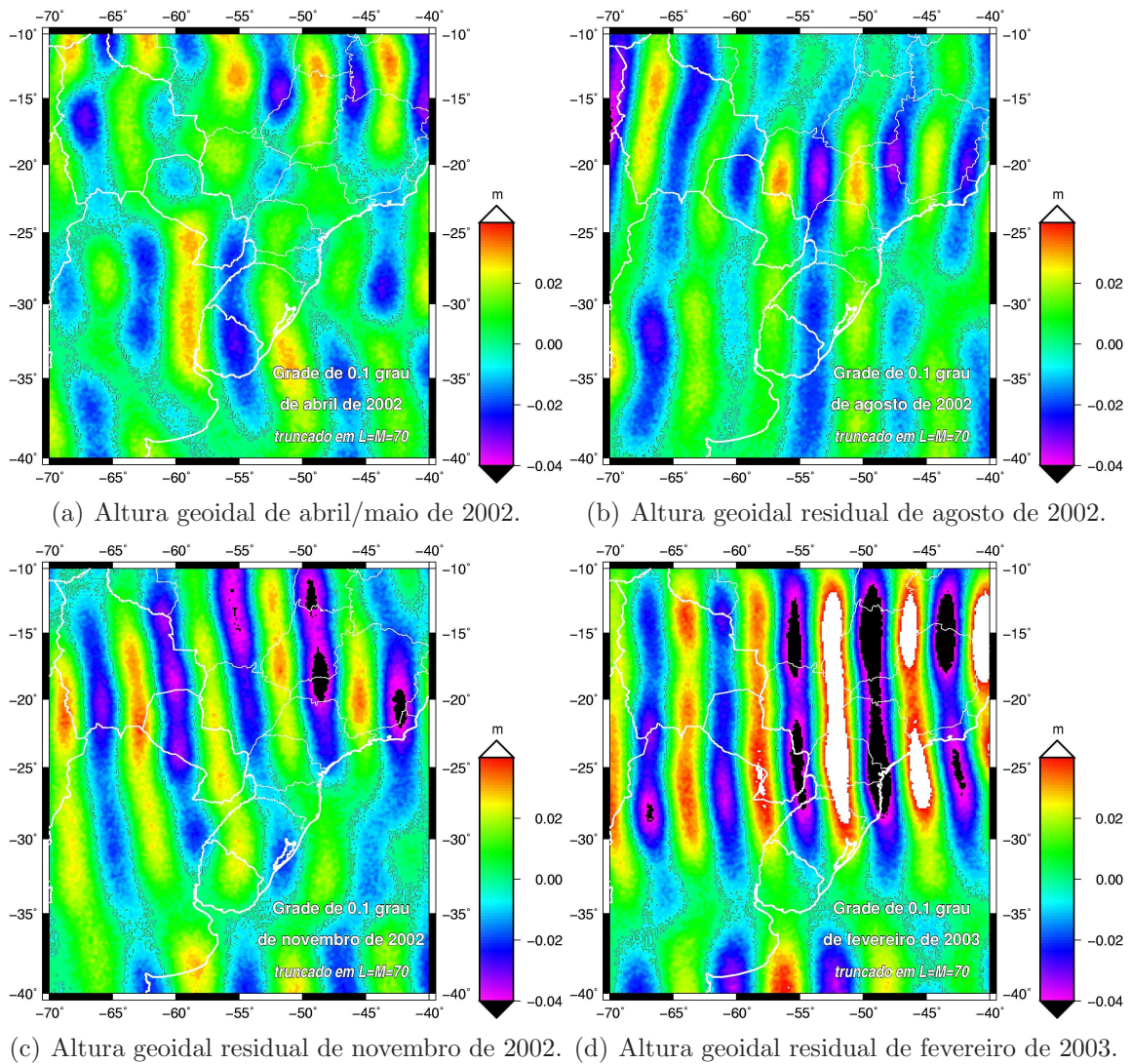


Figura 7.3: Alturas geoidais residuais para  $L = M = 70$  sem aplicação de filtro.

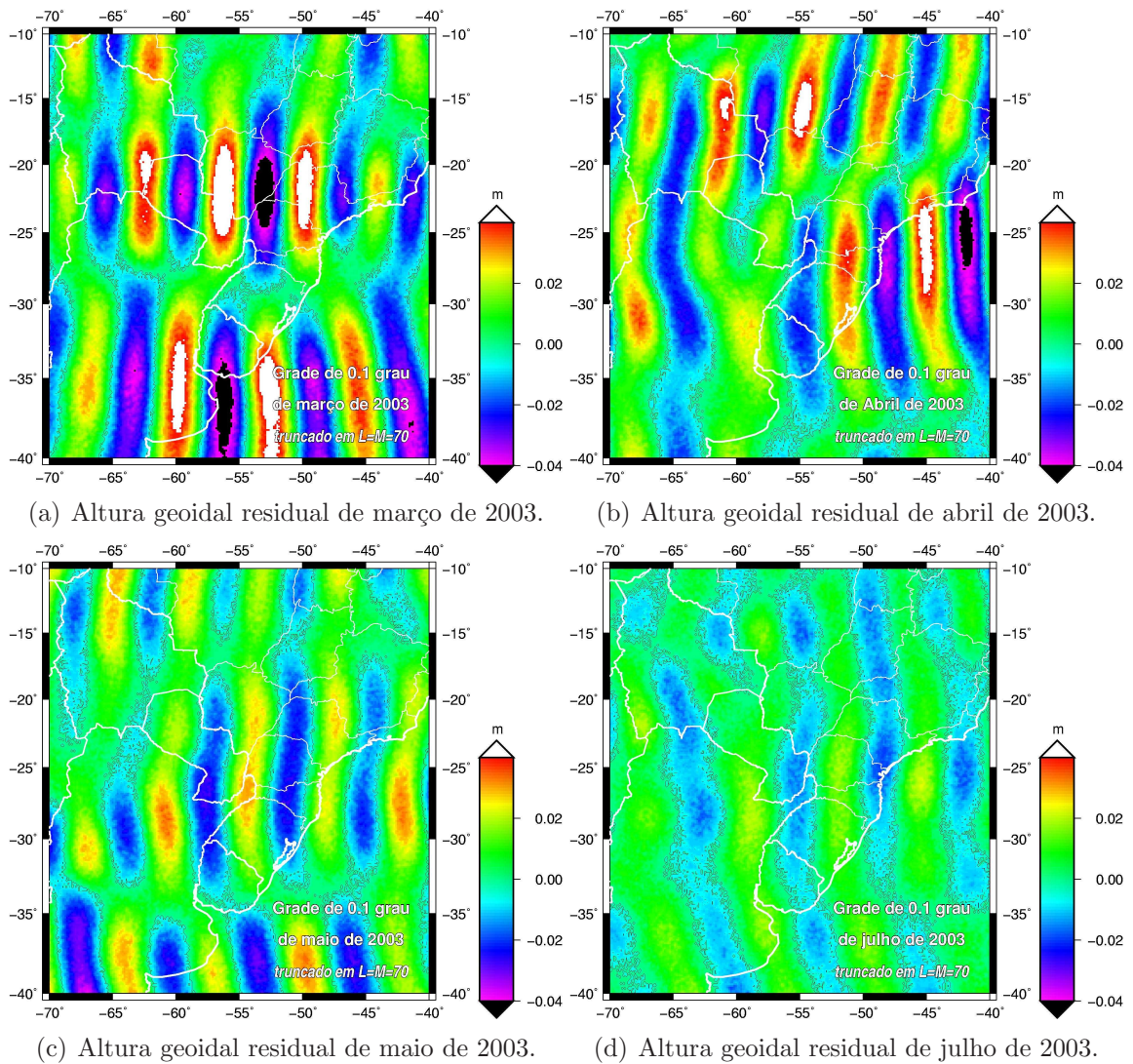
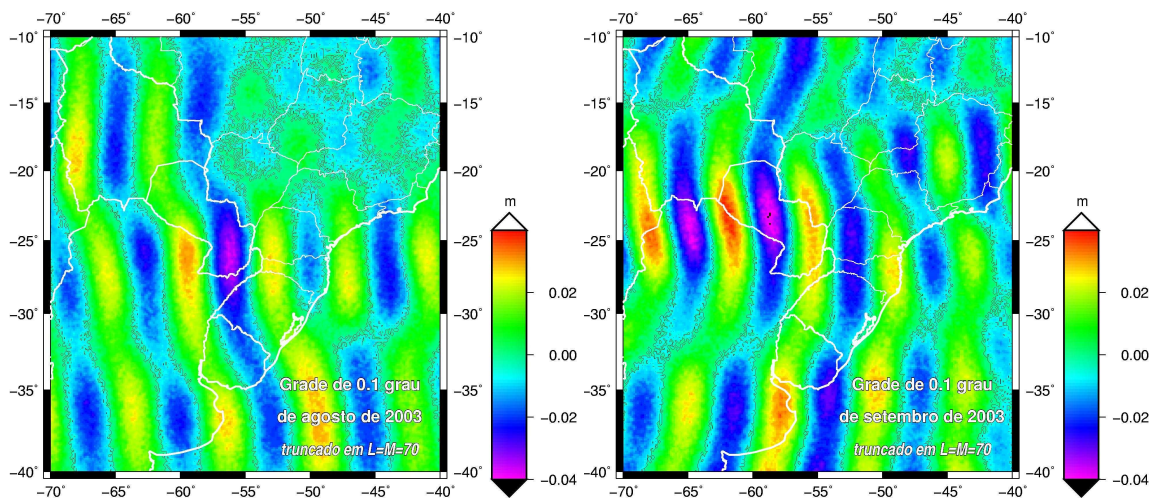
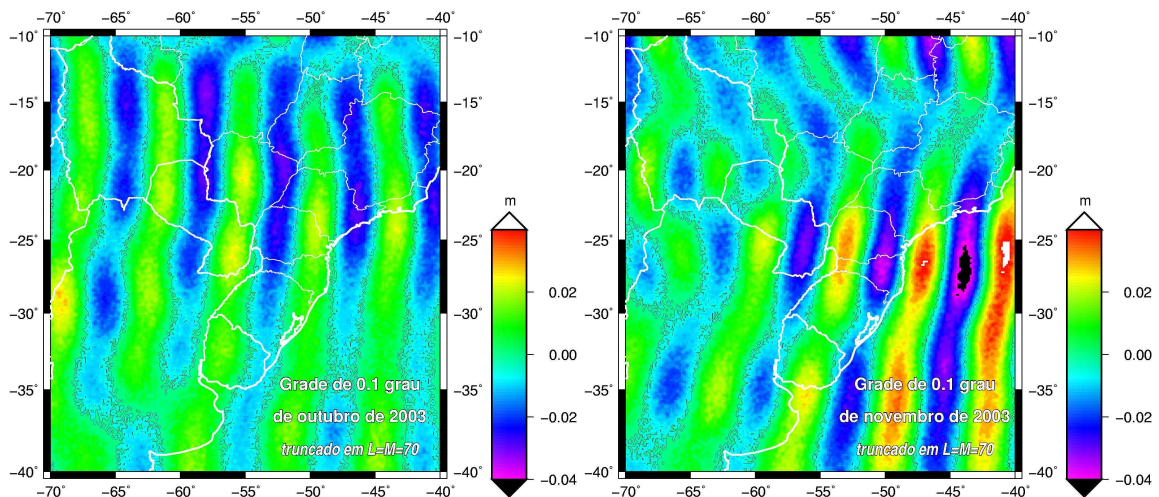


Figura 7.4: Alturas geoidais residuais para  $L = M = 70$  sem aplicação de filtro.



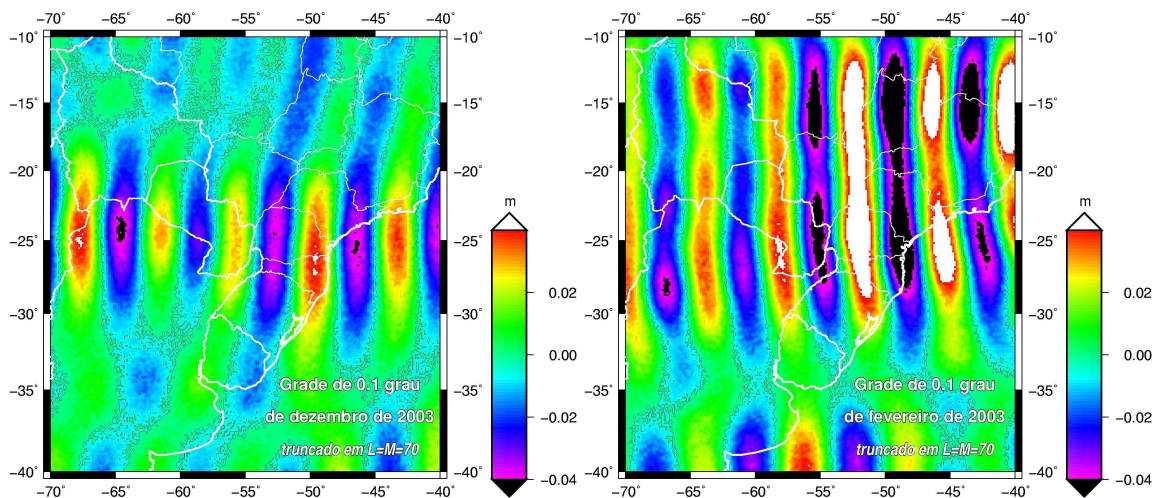
(a) Altura geoidal residual de agosto de 2003. (b) Altura geoidal residual de setembro de 2003.



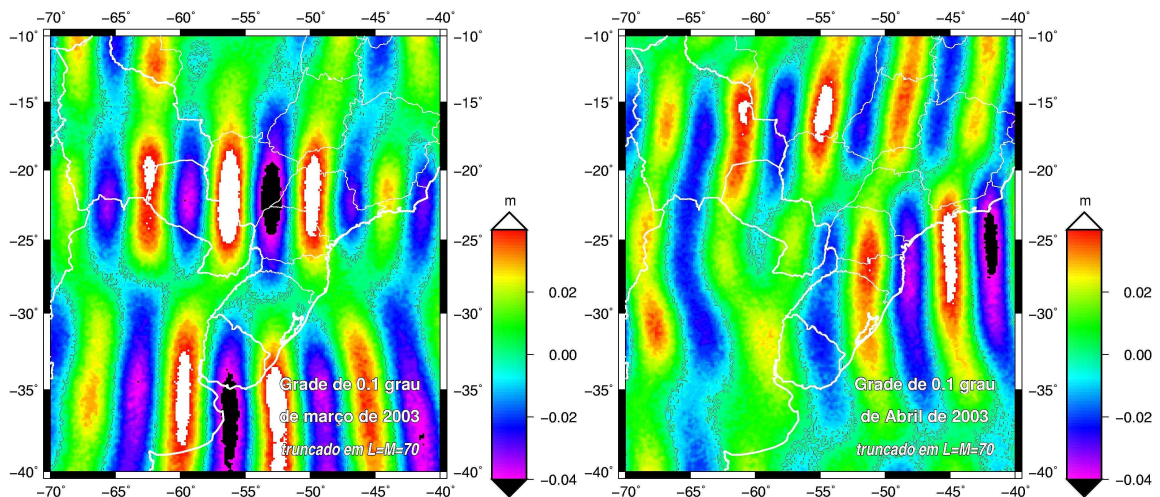
(c) Altura geoidal residual de outubro de 2003. (d) Altura geoidal residual de novembro de 2003.

Figura 7.5: Alturas geoidais residuais para  $L = M = 70$  sem aplicação de filtro.





(a) Altura geoidal residual de dezembro de 2003. (b) Altura geoidal residual de fevereiro de 2004.



(c) Altura geoidal residual de março de 2004. (d) Altura geoidal residual de abril de 2004.

Figura 7.6: Alturas geoidais residuais para  $L = M = 70$  sem aplicação de filtro.

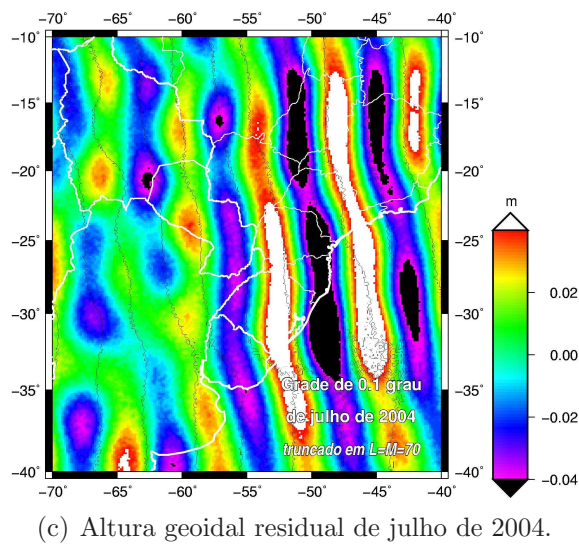
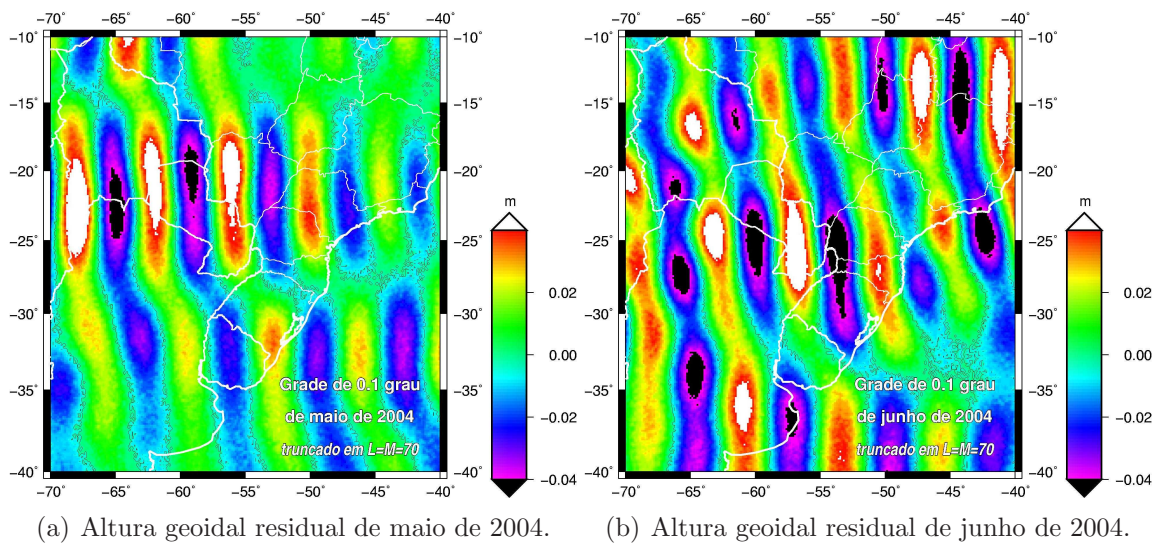


Figura 7.7: Alturas geoidais residuais para  $L = M = 70$  sem aplicação de filtro.

do GRACE e do modelo de previsão do GLDAS nos dois períodos de pico dos ciclos sazonal (abril e outubro de 2003). Para a aplicação do filtro Gaussiano, a equação (7.4) é expressa pela equação (7.6). O resultado para este segundo procedimento foi obtido com a aplicação de um filtro nos dados do GRACE, tal como mostra o gráfico (6.1).

$$\Delta\sigma(\theta, \phi) = 2\pi \frac{a\rho_{ave}}{3} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l W_l \tilde{P}_{lm}(\cos\theta) \frac{2l+1}{1+k_l} \times (\Delta C_{lm} \cos(m\phi) + \Delta S_{lm} \sin(m\phi)) \quad (7.6)$$

onde  $W_l \equiv$  pesos do filtro Gaussiano. O filtro Gaussiano utilizado encontra-se descrito pela equação (6.8).

Porém, no presente trabalho, a aplicação do filtro Gaussiano desta forma levou a resultados inconsistentes, onde a altura geoidal variava erroneamente ponto a ponto, sem apresentar um padrão consistente e apresentando valores irrealis e irregulares.

Como este método proposto por *Wahr et al.* (1998) não fornece resultados satisfatórios, outra abordagem foi utilizada a fim de estimar a variação de massa de água subterrânea, a partir da análise da anomalia Bouguer em perfil para cada solução mensal. As anomalias Bouguer residuais (anomalia Bouguer estimada mês a mês em relação a uma estimativa Bouguer média) foram então atribuídas às variações de massa de água no aquífero. A descrição e os resultados são apresentados de forma mais detalhada no Capítulo 9.

Uma outra abordagem utilizada foi a utilização da inversão linear 3-D de anomalias do geóide implementada por Leite (2005) a fim de justificar a variação da massa de água subterrânea neste trabalho. As anomalias utilizadas aqui foram as anomalias residuais do geóide (alturas geoidais residuais), uma vez que *Wahr et al.* (1998) mostraram que essas anomalias residuais são ocasionadas somente por contribuições hidrológicas. A metodologia e o resultado da inversão 3-D encontra-se no Capítulo 8.

## Capítulo 8

# Inversão Linear 3-D das Anomalias Residuais do Geóide

As anomalias do geóide são importantes para caracterizar feições peculiares de uma determinada região. Em particular, os dados do campo de gravidade da Terra fornecidos pela missão GRACE em coeficientes do geopotencial convertidos em diferenças das alturas geoidais (alturas geoidais residuais) na região de estudo (Sistema Aquífero Guarani - SAG), após o processamento dos dados de cada solução mensal ( $\sim 30$  dias de dados coletados), poderão fornecer características peculiares da variabilidade de água subterrânea do SAG, uma vez que as variações das diferenças das alturas geoidais mensais tomadas aqui neste trabalho representam as estimativas das variações de água do SAG. Essas alturas geoidais residuais são as diferenças das alturas geoidais mensais em relação a uma média de 376 dias de dados da mesma solução.

A modelagem direta e inversa foi realizada com a metodologia de inversão linear 3-D de anomalias do geóide (Leite, 2005), que utiliza o funcional de inversão para minimizar parâmetros de corpos com variação de densidade a partir de anomalias do geóide, onde o funcional a ser resolvido relaciona o potencial diretamente com parâmetros físicos do meio. O fluxograma do processo encontra-se na Figura 8.1). Como ressaltado por *Wahr et al.* (1998), as anomalias residuais do geóide podem ser usadas no processo de inversão 3-D, uma vez que estas anomalias foram associadas anteriormente com as contribuições na variação de massa de água subterrânea a ser analisada neste trabalho. A Figura 8.2 representa o mapa geoidal da média de 376 dias de dados coletados pelos satélites GRACE com uma grade de 0.1 grau truncada

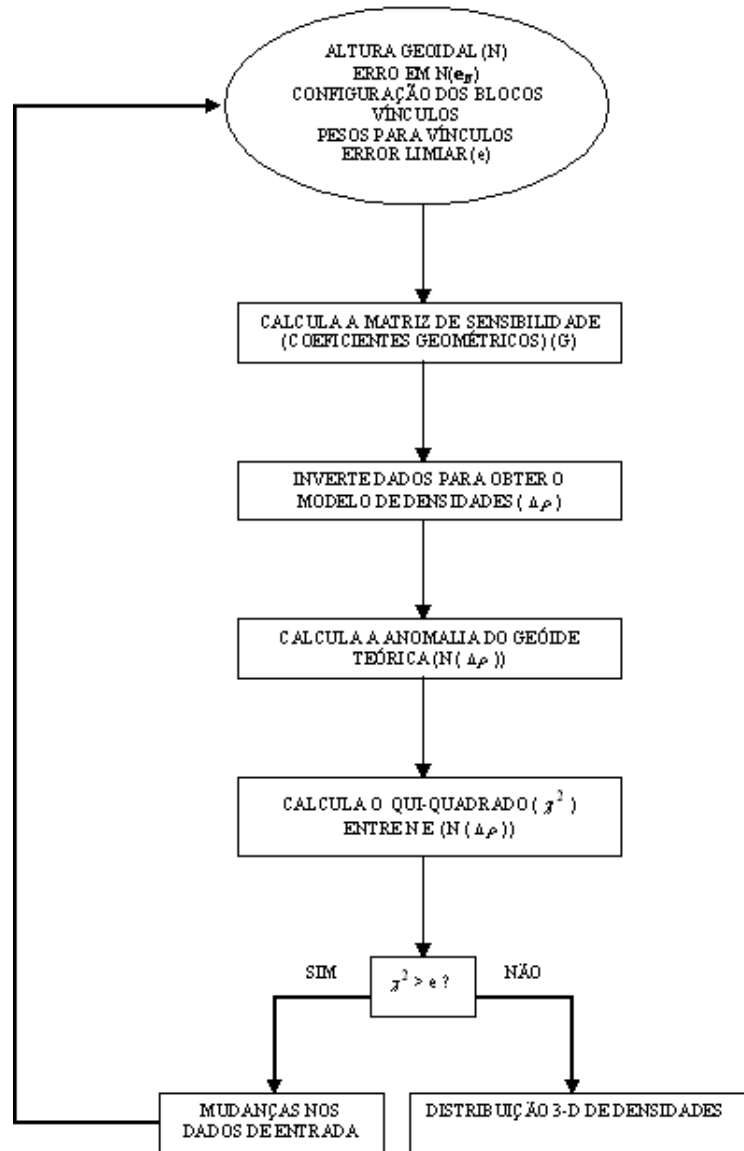


Figura 8.1: Fluxograma do procedimento de inversão 3-D de anomalias do geóide obtido da Figura 2.3 de Leite (2005).

em grau e ordem 70 ( $L=M=70$ ), mostrando a área quadrada (em vermelho) utilizada para a inversão das anomalias residuais do geóide, uma área de  $6^\circ \times 6^\circ$  entre  $20.5^\circ$  e  $26.5^\circ$  de latitude sul e entre  $48.5^\circ$  e  $54.5^\circ$  de longitude oeste, que compreende a porção oeste do Estado do Mato Grosso, toda parte leste do Estado de São Paulo e todo o Estado do Paraná.

Resumidamente a metodologia de inversão linear 3-D pode ser dividida nas

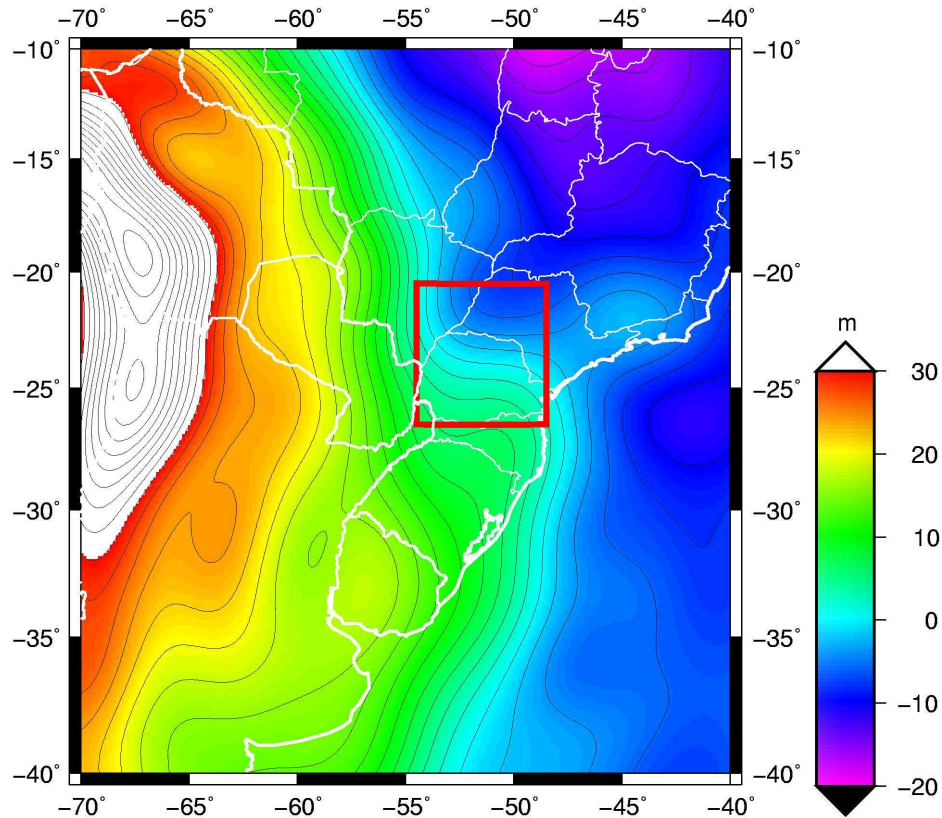


Figura 8.2: Área de  $6^\circ \times 6^\circ$  utilizada para inversão 3-D dos dados da altura geoidal residual (das diferenças geoidais).

seguintes etapas:

1. Determinar a parametrização mais adequada para o problema;
2. Equacionar o problema da determinação de parâmetros do meio a partir de anomalias do geóide;
3. Obter uma solução que minimize a diferença entre os valores observados e os valores calculados e que permita a introdução de vínculos de forma a estabilizar a solução, além de fornecer uma solução geológica e geofisicamente plausível e;
4. Utilizar de um algoritmo de inversão de anomalias do geóide que permita trabalhar com densidades que variam lateralmente e verticalmente.

## 8.1 Método Direto

Antes de formular e resolver o problema inverso deve-se conhecer o problema direto. Em Geofísica, os dados medidos ( $d$ ) na superfície da Terra são relacionados à alguma propriedade física do interior da Terra ( $p$ ) e à configuração geométrica ( $k$ ) da fonte (corpo anômalo) que gera os dados. A propriedade física juntamente com a configuração geométrica é denominada modelo geofísico.

Leite (2005) define um modelo de  $m$  prismas retangulares onde o potencial gravitacional em um ponto  $P(x, y, z)$  no espaço  $\mathbb{R}^3$  dado por um contraste de densidade  $\Delta\rho$  (neste caso, a grandeza  $\Delta\rho$  corresponde à propriedade física da Terra  $p(x, y, z)$ ) fornece a contribuição na altura geoidal a partir de um potencial perturbador gerado pelo modelo através da fórmula de Bruns (Heiskanen & Moritz, 1967).

Considerando  $n$  pontos de cálculo sobre a superfície da Terra e  $m$  prismas, uma vez que o parâmetro  $\Delta\rho$  a ser calculado é constante dentro de cada prisma, pode-se reescrever a equação da altura geoidal ( $N$ ) como um sistema linear de equações do tipo,

$$N = G\Delta\rho \quad (8.1)$$

que é equivalente a

$$\begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ \vdots \\ N_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & \dots & G_{1m} \\ G_{21} & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ G_{n1} & \dots & \dots & G_{nm} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta\rho_1 \\ \Delta\rho_2 \\ \vdots \\ \Delta\rho_n \end{bmatrix} \quad (8.2)$$

onde  $G$  é uma matriz  $n \times m$  normalmente chamada de matriz de sensibilidade do sistema. No método direto, as variáveis  $G$  e  $\Delta\rho$  são supostamente conhecidas. A partir delas calcula-se  $N$  e compara-se o resultado com a anomalia do geóide observada ( $N^o$ ). Enquanto a discrepância entre  $N$  e  $N^o$  for grande, modificam-se os parâmetros  $G$  e/ou  $\Delta\rho$  até que essa discrepância diminua para um valor aceitável, como por exemplo, o resíduo quadrático médio das observações.

## 8.2 Formulação do Problema Inverso

Assumindo que  $p(x, y, z)$  é uma constante em relação às variáveis  $x, y$  e  $z$ , tem-se uma equação linear em relação à  $p$ , porque a derivada da função  $d(p)$  em relação a

esse parâmetro resulta numa expressão que não depende do mesmo. Desta forma, a resolução do problema para  $p$  é denominado problema linear. Quando se resolve a equação para alguma variável embutida no núcleo da função  $d(p)$ , o problema é denominado não-linear. Os problemas lineares possuem solução analítica simples enquanto que os problemas não-lineares devem ser solucionados por métodos iterativos, a partir de um valor inicial para o parâmetro a determinar, ou por linearização do funcional original através de séries de potência.

Nesse caso, o problema inverso consiste em encontrar um modelo de densidades ( $\Delta\rho$ ) a partir da anomalia do geóide ( $N$ ) observada. Como em qualquer outro caso de inversão em Geofísica, este problema é mal posto. Isto significa que pelo menos uma das três premissas abaixo não é válida:

1. Existe uma solução para o problema, ou seja, a matriz  $G$  (matriz de sensibilidade do sistema) é inversível.
2. A solução é única (se  $G \cdot \Delta\rho_1 = G \cdot \Delta\rho_2 \Leftrightarrow \rho_1 = \rho_2$ ).
3. A solução é estável, ou seja, a inversa de  $G$  é bem-condicionada.

Problemas mal-postos resultam em soluções, se estas existirem, pouco confiáveis do ponto de vista físico. Devem-se então garantir que as três premissas acima sejam válidas.

Os parâmetros de entrada requeridos na inversão são: (a) mapa de anomalias de geóide (b) incertezas nos dados de entrada (c) configuração dos blocos usados no modelo da Terra (d) vínculos absolutos e relativos. Ao iniciar o procedimento, a matriz  $G$  é calculada para um conjunto de dados e configuração de blocos no interior da Terra. Então  $\Delta\rho$  é calculado e  $N$  é obtido. Por sua vez,  $N$  é comparado com os dados de entrada de anomalia do geóide ( $N^o$ ). Uma descrição mais detalhada do procedimento de inversão linear 3-D de anomalias do geóide pode ser encontrada em Leite (2005).

Como dito anteriormente, a altura geoidal utilizada aqui é a diferença de um geóide mensal ( $N$ ) em relação à um geóide médio ( $\bar{N}$ ), ambos obtidos dos coeficientes do geopotencial do GRACE, ou seja, foi utilizado um ( $\Delta N$ ) para fazer a inversão.



### 8.3 Teste da Modelagem Direta

A análise utilizada neste trabalho tem como premissa que o efeito das formações sedimentares, dos embasamento, dos sedimentos e das rochas ígneas são removidos dos dados iniciais, restando apenas a contribuição da variação das massas de água, que é a grandeza a ser estimada neste trabalho. A variação das anomalias do geóide residuais é atribuída à variação de água, de forma que toda a água será reduzida a uma camada, levando-se em consideração a diferença de densidade (contraste de densidade) entre a água e o ar, pela ausência de rochas e sedimentos (cujo efeito foi removido previamente). A espessura média do aquífero foi de 250 metros e a porosidade efetiva de 15%, ou seja, um contraste de densidade de  $0,15 \text{ g/cm}^3$ .

Como a inversão é linear o algoritmo utilizado para determinar cada valor da matriz de sensibilidade é simplesmente o potencial gravitacional dos prismas no ponto de observação, onde cada prisma tem um contraste de densidade unitário. O cálculo direto é importante, pois é necessária a comparação da anomalia residual do geóide calculada (causada pela distribuição de densidades) com a anomalia observada. A Figura 8.3 mostra a modelagem direta da anomalia residual do geóide de fevereiro de 2003 para uma camada de água do aquífero de 250 *m* necessária para a obtenção da matriz de sensibilidade utilizada na inversão dos dados calculados com a configuração dos blocos mostrada na Figura 8.4. Para a anomalia residual do geóide observada, por exemplo, para fevereiro de 2003, deve haver uma fonte de contraste de densidade de forma a compatibilizar os valores calculados aos valores observados. A anomalia residual do geóide apresentada na Figura 8.3 é intercalada por fontes de densidade menor que o meio circundante e maior que o meio circundante situadas entre 250 e 500 *m* de profundidade, conforme mostra o modelo de densidades com seu correspondente mapa de anomalias residuais do geóide calculado (Figura 8.5). Uma explicação possível para estes contrastes de densidade é a diferente porosidade efetiva das rochas e arenitos que formam o SAG, que explicaria as características dos dados obtidos do GRACE, que mostram este padrão intercalado nas anomalias residuais dos geóides obtidos. (Figuras 7.3, 7.4, 7.5, 7.6 e 7.7)

O procedimento de inversão é então aplicado à anomalia residual do geóide da Figura 8.3. O objetivo é checar se a distribuição de densidades obtida a partir da inversão reproduz a fonte da anomalia de densidade. O vínculo absoluto ( $\mu_a$ ) e

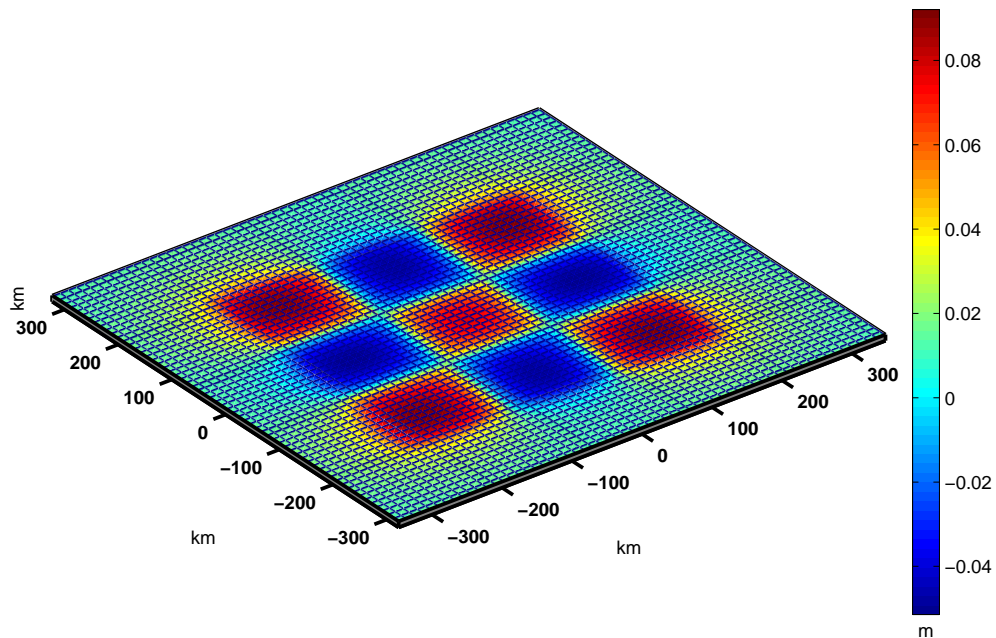


Figura 8.3: Anomalia residual do geóide devida a um bloco de água de 250 m. O bloco representa um arenito com porosidade efetiva de 15% e com  $\Delta\rho$  intercalado por  $150\text{ kg/m}^3$  e  $-150\text{ kg/m}^3$ . As dimensões dessa fonte anômala são as mesmas da grade analisada para inversão  $(\Delta x, \Delta y, \Delta z) = (695.6676, 645.1306, 0.25)\text{ km}$ .

o vínculo relativo ( $\mu_r$ ) que resultaram em modelos de densidades que representam melhor a fonte que produz a anomalia observada foram  $\mu_a = 1$  e  $\mu_r = 0,001$ .

Antes da inversão deve-se escolher um tamanho adequado para a área de inversão onde o corpo anômalo deve ser localizado, porque neste tipo de inversão os valores de densidades tendem a se espalhar lateralmente. Além disso, se a área é muito grande, torna-se impossível encontrar a posição do centro de massa. Neste caso, Leite (2005) recomenda que o interpretador fixe os limites laterais da área de inversão como sendo a distância do centro da anomalia do geóide ao local no qual a anomalia é reduzida a metade do seu valor máximo. As Figuras 8.6 e 8.7 mostram os resultados da anomalia residual do geóide da Figura 8.3.

No exemplo apresentado para o geóide residual de fevereiro de 2003 é utilizada a configuração apresentada na Figura 8.4. Para fins de obter resultados de inversão satisfatórios com o modelo da Figura 8.4, a camada 1, os primeiros 250 m do modelo, teve valores fixados em  $\Delta\rho = 0\text{ kg/m}^3$ , representando os 250 m iniciais da bacia

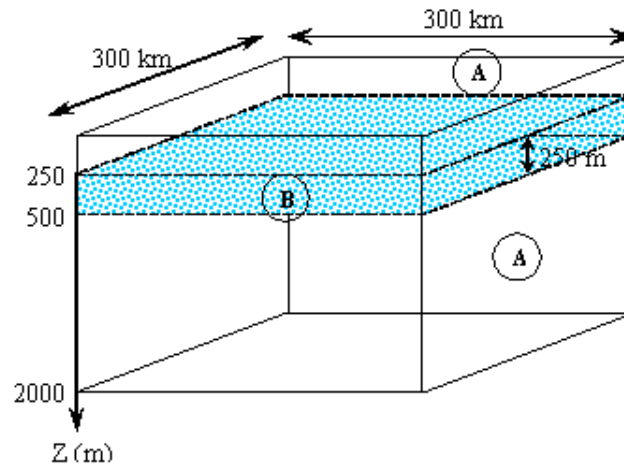


Figura 8.4: Modelo de um aquífero, fora de escala, utilizado para gerar dados de entrada da inversão. A camada *A* representa as formações sedimentares, embasamento, sedimentos e rochas ígneas de 250 m cujo efeito foi removido com o cálculo da anomalia do geóide residual e, portanto tiveram valores fixados em  $\Delta\rho = 0 \text{ kg/m}^3$ . A camada *B* representa uma camada saturada de água de 250 m de espessura com  $\Delta\rho$  intercalado lateralmente entre os blocos com valores de  $-150 \text{ kg/m}^3$  e  $150 \text{ kg/m}^3$ .

do Paraná que ficam acima do aquífero Guarani, cujo efeito foi removido com o cálculo da anomalia do geóide residual; portanto foi considerado o  $\Delta\rho = 0 \text{ kg/m}^3$  e o valor de  $\Delta\rho$  da camada *B* como relativo às rochas saturadas com água (arenitos e fissuras em basaltos) que apresentam uma porosidade média efetiva de 15%, ou seja, apresenta um contraste de densidade de  $-150 \text{ kg/m}^3$  e/ou  $150 \text{ kg/m}^3$ . O modelo de densidades com seu correspondente mapa de anomalias residuais do geóide calculado é mostrado na Figura 8.3.

A partir dos dados de entrada, foi realizada a modelagem direta e os valores calculados pela inversão após a introdução do ruído aos dados de entrada são apresentados na Figura 8.8. Observa-se que primeira camada, que vai de 0 a 250 m, apresenta valor zero para o contraste de densidade. Este resultado era esperado porque essa camada foi fixada previamente com valor nulo antes da realização da inversão, ou seja, assume-se que a fonte anômala está situada abaixo de 250 m de profundidade. Se o resultado da inversão tivesse resolução e acurácia perfeitas, as células da camada 2 deveriam apresentar valores alternados respectivamente iguais à  $-150$  e  $150 \text{ kg/m}^3$ . Os valores da camada 3, 4, 5, 6, 7 e 8 apresentam valores próximos de zero uma vez que estas camadas também foram fixadas previamente

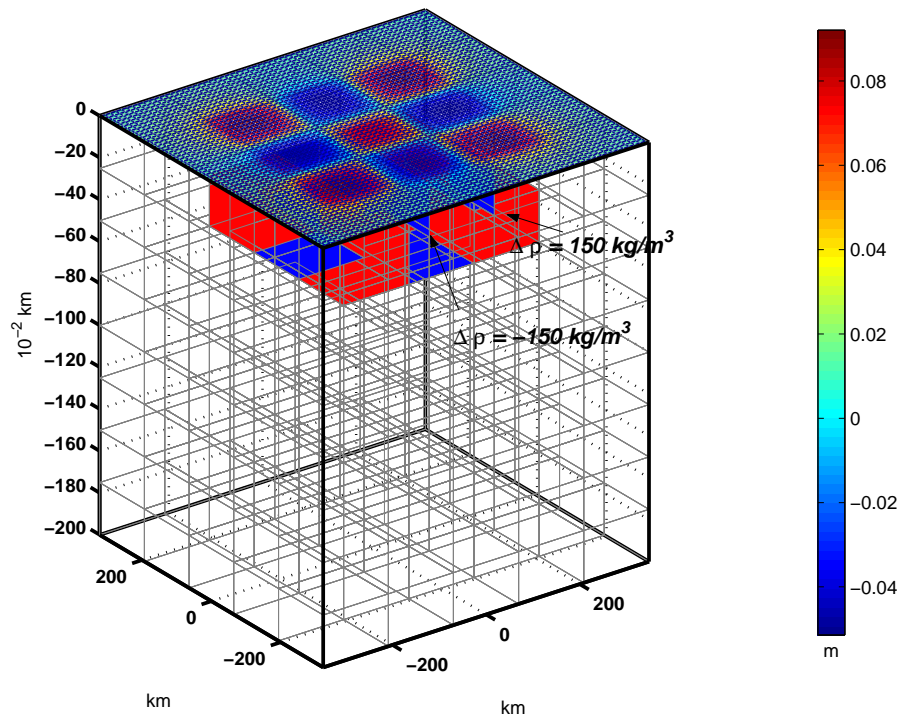


Figura 8.5: Anomalia residual do geóide gerada pela combinação dos efeitos de cada prisma (blocos vermelhos e azuis) e seus respectivos contrastes de densidades. Estes prismas situam-se entre 250 e 500  $m$  de profundidade.

com valor nulo antes da realização da inversão. Nota-se que, pelos valores calculados pela inversão, é possível distinguir um corpo de densidade anômala positiva máxima de  $\sim 75 kg/m^3$ . No entanto, o corpo “real” que está localizado entre 250 e 500  $m$  tem densidade máxima de  $150 kg/m^3$  e mínima de  $-150 kg/m^3$ . Nota-se também a densidade negativa decaindo até  $\sim -87 kg/m^3$ , o que corresponde ao corpo com densidade anômala negativa que alterna com o de densidade anômala positiva localizado também entre 250 e 500  $m$ . (Figura 8.6 e 8.7)

### 8.3.1 Análise Estatística das Soluções

A inversão dos dados de anomalia do geóide foi realizada a partir da modelagem direta das anomalias residuais do geóide dadas para um bloco de água de 250  $m$  de espessura a uma profundidade de 250 a 500  $m$  no interior da Terra com um contraste de densidade ( $\Delta\rho$ ) intercalado de  $150 kg/m^3$  e  $-150 kg/m^3$ . Aqui serão

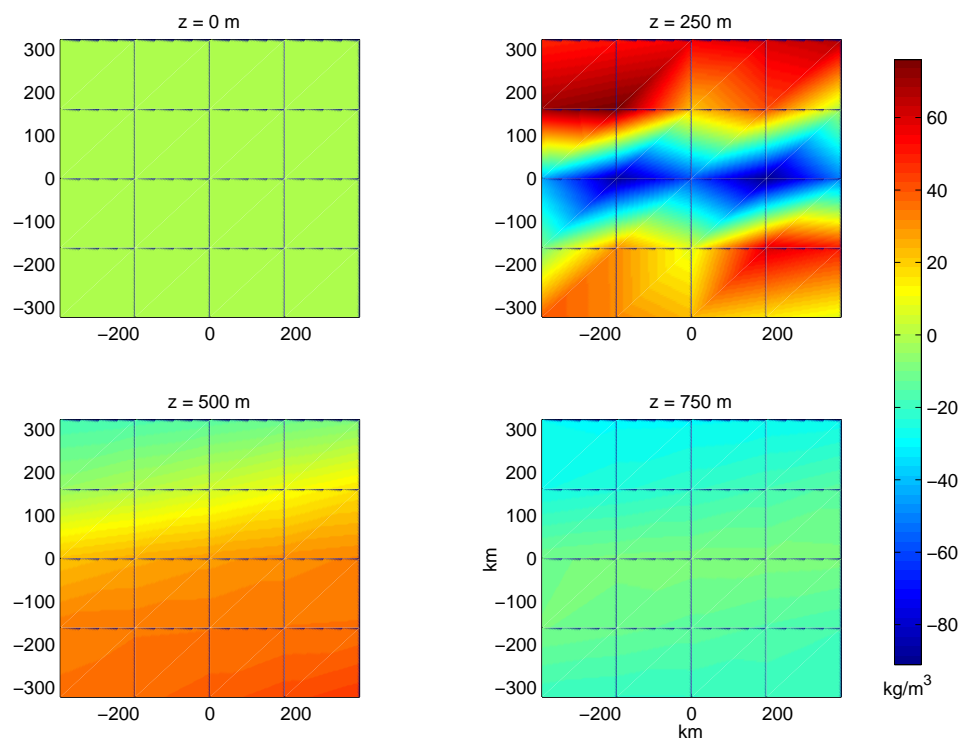


Figura 8.6: Seções transversais de densidade, de 250 m de espessura cada, extraídas do modelo 3-D obtido a partir da inversão da anomalia residual do geóide da Figura 8.3. A inversão foi realizada dentro da área limitada pelas coordenadas  $x = \{-347.8338; +347.8338\}$  km,  $y = \{-322.5653; +322.5653\}$  km e  $z = \{0; 2\}$  km

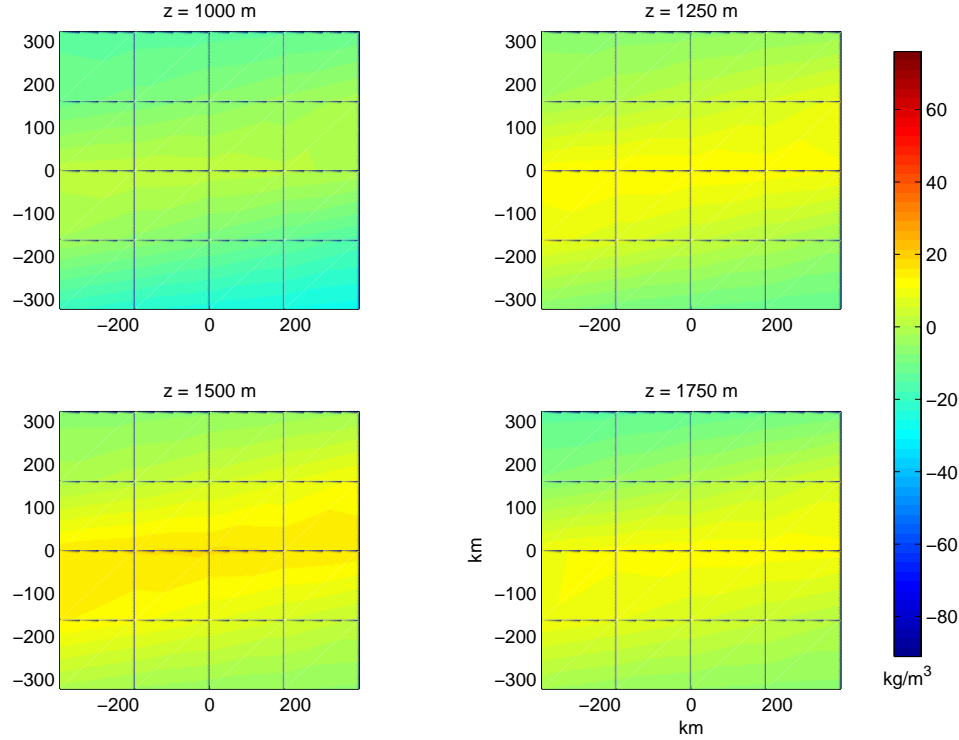


Figura 8.7: Seções transversais de densidade, de 250 m de espessura cada, extraídas do modelo 3-D obtido a partir da inversão da anomalia residual do geóide da Figura 8.3. A inversão foi realizada dentro da área limitada pelas coordenadas  $x=\{-347.8338;+347.8338\}$ km,  $y=\{-322.5653;+322.5653\}$ km e  $z=\{0;2\}$ km

tomados somente como exemplo para análise estatística os resultados da inversão do geóide residual de fevereiro de 2003.

Uma maneira adequada de avaliar a qualidade da solução é através do parâmetro  $\chi^2$  entre a distribuição dos valores calculados e observados. Essa grandeza pode ser definida pela expressão

$$\chi^2 = \frac{1}{(n - m)} \sum_{i=1}^N \frac{(N^o - N)^2}{\sigma^o} \quad (8.3)$$

onde o  $m$  é a quantidade de prismas regulares para a inversão de  $n$  dados observados de anomalias do geóide e  $\sigma^o$  é o valor da incerteza nos dados de entrada (observados). Neste trabalho, atribuiu-se  $\sigma^o = 5 \times 10^{-3} m$  (5 mm) constante como estimativa dos erros nos dados.

Em geral, se  $\chi^2 < 1$ , a solução é uma boa aproximação para os dados reais e

o procedimento de inversão é imediatamente suspenso. Se  $\chi^2 \geq 1$ , então um ou mais parâmetros de entrada são modificados, como os vínculos, configuração e/ou tamanho dos blocos, ou mesmo os pesos para os vínculos, e repete-se o procedimento. A solução final fornece uma distribuição tridimensional de densidades, bem como a resolução e covariância de cada parâmetro.

O  $\chi^2$  da anomalia geoidal de fevereiro de 2003, utilizado aqui como exemplo do procedimento de inversão, é igual a 0.0289, o que indica no mínimo um bom ajuste.

A matriz de resolução é uma forma de analisar o comportamento dos parâmetros calculados. As colunas dessa matriz, quando tomadas individualmente, revelam a maneira pela qual a solução para um dado bloco depende da solução de outros blocos. Especificamente nesse caso, as soluções mostram suavidade, o que é característica de métodos lineares que utilizam fatores de estabilização. A diagonal da matriz de resolução mostra o comportamento da solução com a profundidade. A Figura 8.9(a) apresenta a diagonal na matriz de resolução para os dados de fevereiro de 2003.

A matriz de covariância indica como o valor de um parâmetro individual está relacionado aos valores de outros parâmetros. A Figura 8.9(b) mostra a raiz quadrada da diagonal dessa matriz, que dá uma idéia de porcentagem do erro em relação aos valores do contraste de densidade obtidos.

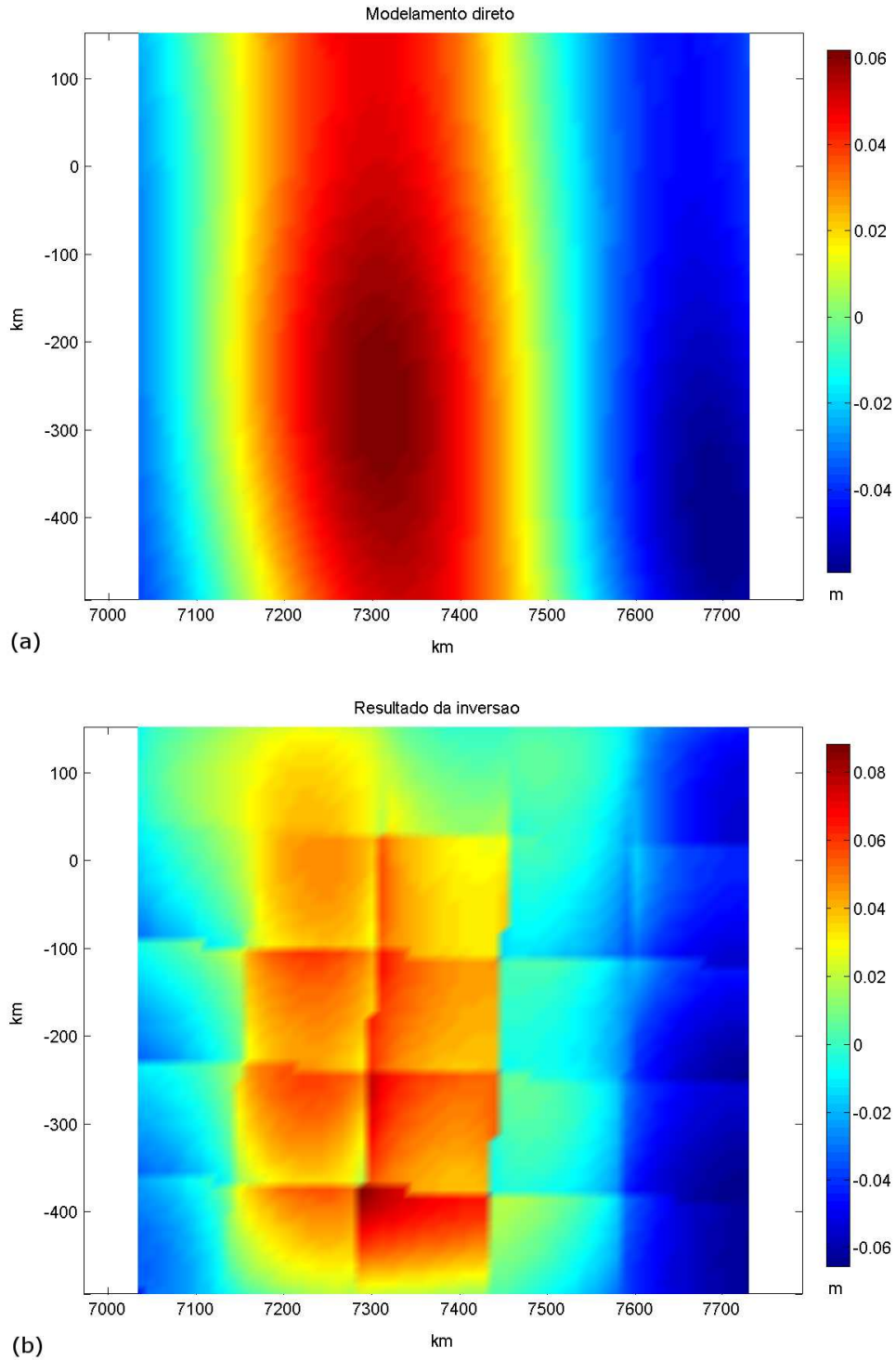
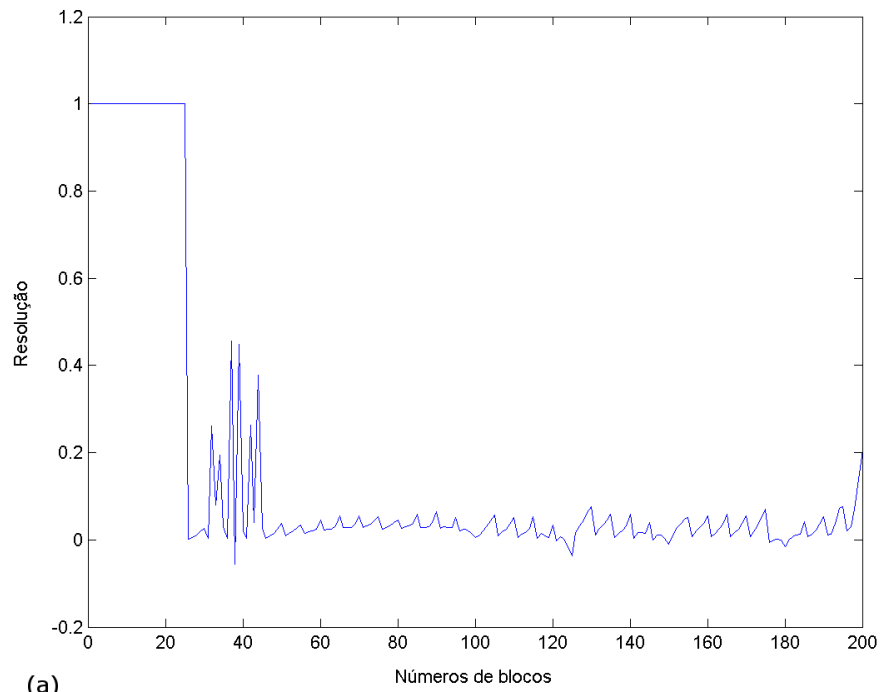
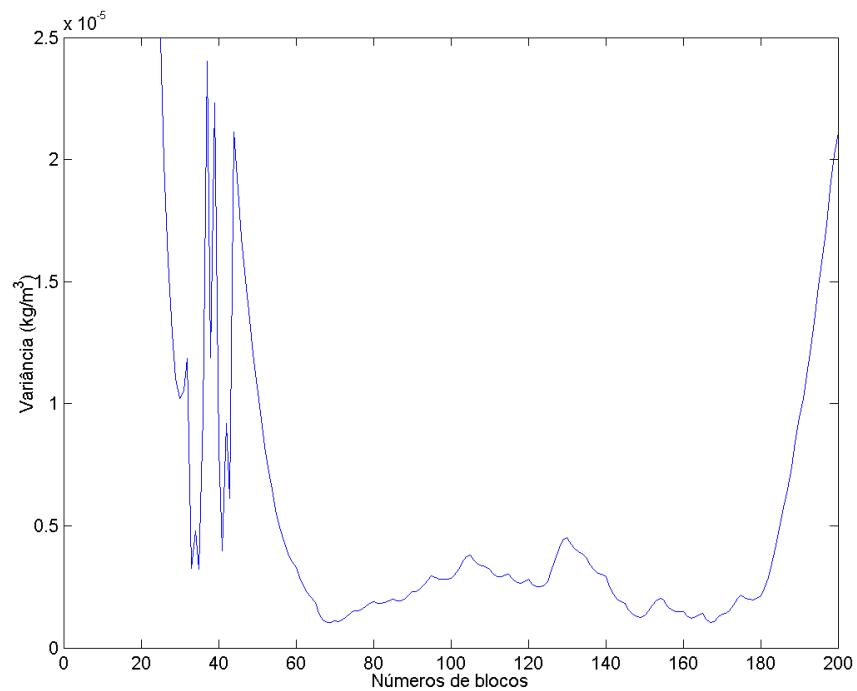


Figura 8.8: (a) Anomalia residual do geóide produzida pelo modelo apresentado na Figura 8.3. (b) Anomalia residual do geóide gerada a partir da inversão do resultado obtido em (a).





(a)



(b)

Figura 8.9: (a) representação da diagonal da matriz de resolução dos parâmetros calculados na inversão (densidades) . (b) representação da diagonal da matriz de covariância da inversão da Figura 8.3.

## Capítulo 9

# Tratamento dos Dados de Gravidade dos Satélites GRACE para uma Análise em Perfil

Como uma maneira independente de avaliar a variação de massa de água no aquífero Guarani a partir dos dados do GRACE, as soluções mensais do campo de gravidade (em coeficientes do geopotencial truncado em grau e ordem 70 ( $L=M=70$ )) foram convertidas em anomalias ar-livre mensais e, a partir destas anomalias e da topografia, foram obtidas estimativas mensais da anomalia Bouguer no Perfil A–A', de aproximadamente 1.860 km, representado na Figura 9.1.

### 9.1 Estimativa da Anomalia Ar-Livre, Anomalia Bouguer e Topografia em Perfil

Os valores da estimativa da anomalia Bouguer foram calculados pela seguinte expressão:

$$\Delta g_B = g - \gamma + C_F(h) + C_B(h) \quad (9.1)$$

onde o  $g$  é a gravidade medida no ponto de observação,  $\gamma$  é a gravidade normal calculada para o ponto de observação, que, segundo o GRS67, é expressa em  $mGal$  ( $10^{-3}Gal = 10^{-5}m/s^2$ ) como:

$$\gamma = 978031,85(1 + 0,005278895 \sin^2 \varphi + 0,000023462 \sin^4 \varphi) \quad (9.2)$$

onde  $\varphi$  é a latitude do ponto de observação.



Figura 9.1: Perfil A–A' analisado para estimativa da variação da Anomalia Bouguer.

$C_F(h)$  é a correção ar-livre,  $C_B(h)$  é a correção Bouguer e  $h$  é a altitude ortométrica do ponto de observação em metros.

- A correção ar-livre pode ser obtida pela seguinte expressão (em mGal):

$$C_F(h) = 0,3086h \quad (h \text{ em metros}) \quad (9.3)$$

- A anomalia ar-livre (também chamada de anomalia free-air) pode ser obtida segundo a relação:

$$\Delta g_a = g - \gamma + 0,3086h \quad (9.4)$$

No presente trabalho, a anomalia ar-livre foi calculada diretamente a partir dos

coeficientes fornecidos pelo GRACE. A anomalia ar-livre no perfil A–A' da Figura 9.1, obtida para cada solução mensal, está representada na Figura 9.2.

Observa-se que a anomalia ar-livre mantém o mesmo padrão mês a mês, ou

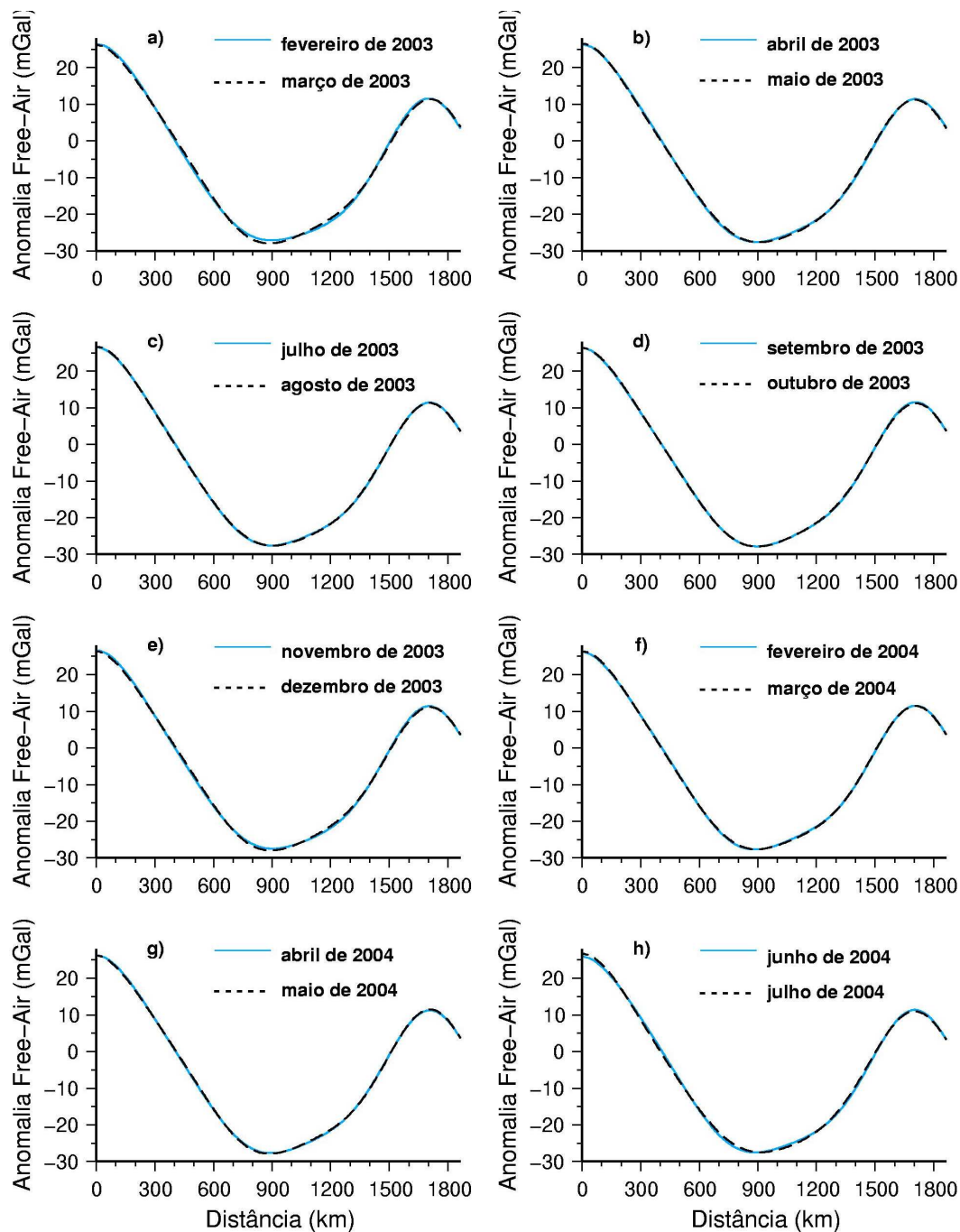


Figura 9.2: Anomalia ar-livre no Perfil A–A' para cada solução mensal.

seja, a escala da Figura 9.2 mostra que a anomalia ar-livre tem o mesmo padrão geral em todos os meses analisados, o que era esperado, uma vez que anomalia dessa região devido às características geológicas não muda com tempo (no curto intervalo de tempo); porém, obtendo uma ampliação em determinado trecho do perfil, percebe-se uma pequena variação da anomalia ar-livre (Figura 9.3) de um mês em relação ao outro, o que também era de se esperar pelas características dos dados temporais do GRACE. Nesta figura estão representadas as anomalias a cada dois meses consecutivos de dados do campo de gravidade da Terra coletados pelos satélites GRACE para uma análise das anomalias mês a mês. Os meses janeiro de 2003, janeiro de 2004 e junho de 2003 não foram mostrados nas figuras devidos à falta de dados coletados pelos satélites GRACE em quantidade e qualidade suficientes para gerar o campo de gravidade da Terra nesses meses. As soluções do campo de gravidade para os meses de abril, agosto e novembro de 2002, liberados para grau e ordem máximos 120, que não são mostrados nas figuras, também foram processados pelos mesmos procedimentos obtidos neste trabalho.

- A correção Bouguer simples é obtida pela seguinte expressão:

$$C_B(h) = -2\pi G\rho h \quad (9.5)$$

onde  $G = 2,672 \times 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$  é o valor da constante de gravitação universal e  $\rho = 2,67 g/cm^3$  é a densidade média da crosta terrestre, normalmente utilizada para o cálculo da anomalia Bouguer.

A correção Bouguer (em mGal) pode ser dada então por:

$$C_B(h) = -0,1119h \quad (9.6)$$

Portanto, a estimativa mensal da anomalia Bouguer foi obtida utilizando-se a densidade  $\rho = 2,67 g/cm^3$  e  $h$  em metros com a relação:

$$\Delta g_b = g - \gamma + 0,3086h - 2\pi G\rho h = \Delta g_a - 0,1119h \quad (9.7)$$

Para obter o valor de  $h$  em cada ponto observado do perfil A–A' foi utilizado o modelo topográfico digital do Shuttle Radar Topography Mission (SRTM) (Zyl, 2001), de forma a obter, juntamente com a anomalia ar-livre, a estimativa da anomalia Bouguer em perfil. Foi aplicado um filtro Gaussiano para suavização topográfica

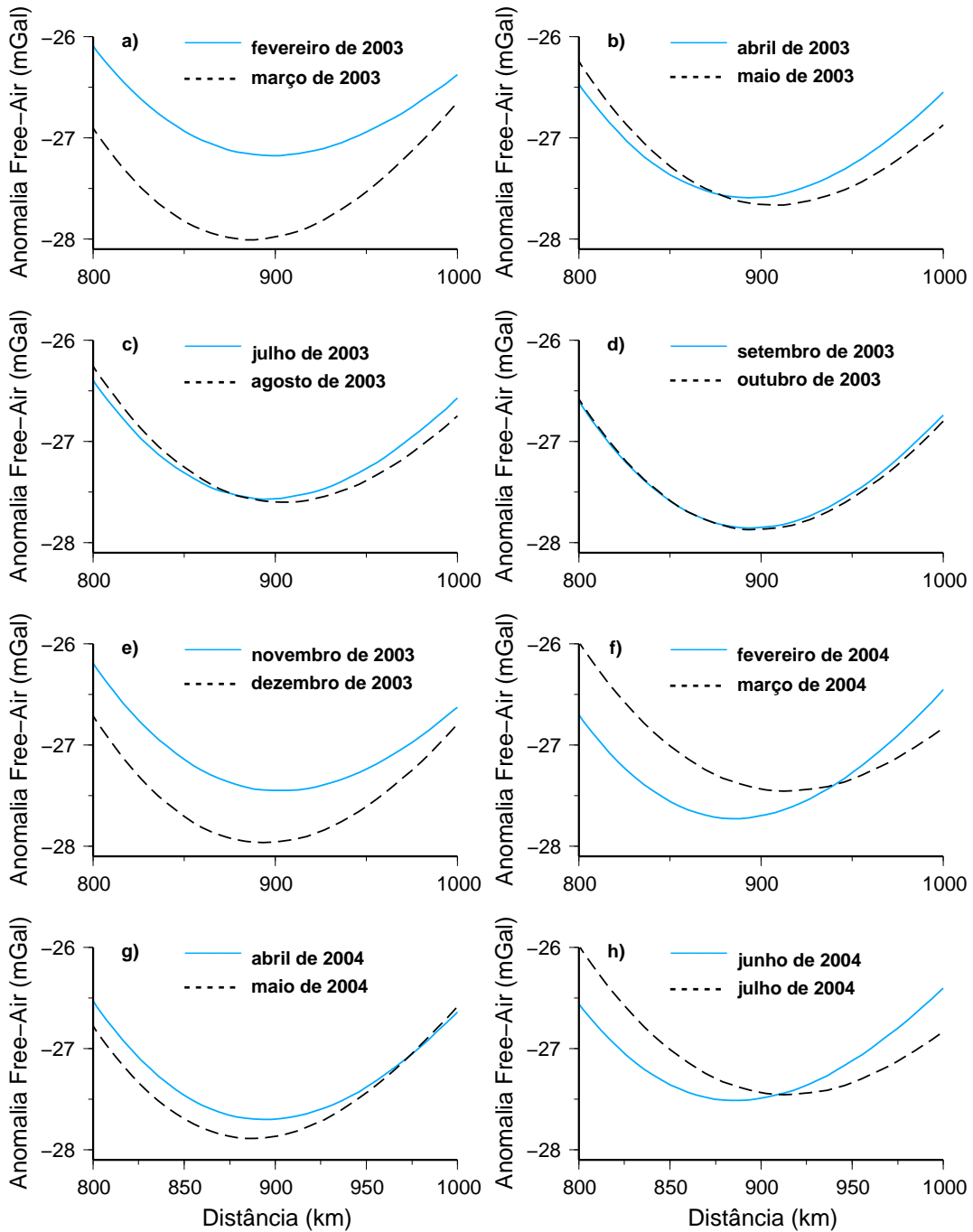


Figura 9.3: Ampliação no trecho entre 800 e 1000 *km* no Perfil A–A' da anomalia ar-livre para cada solução mensal.

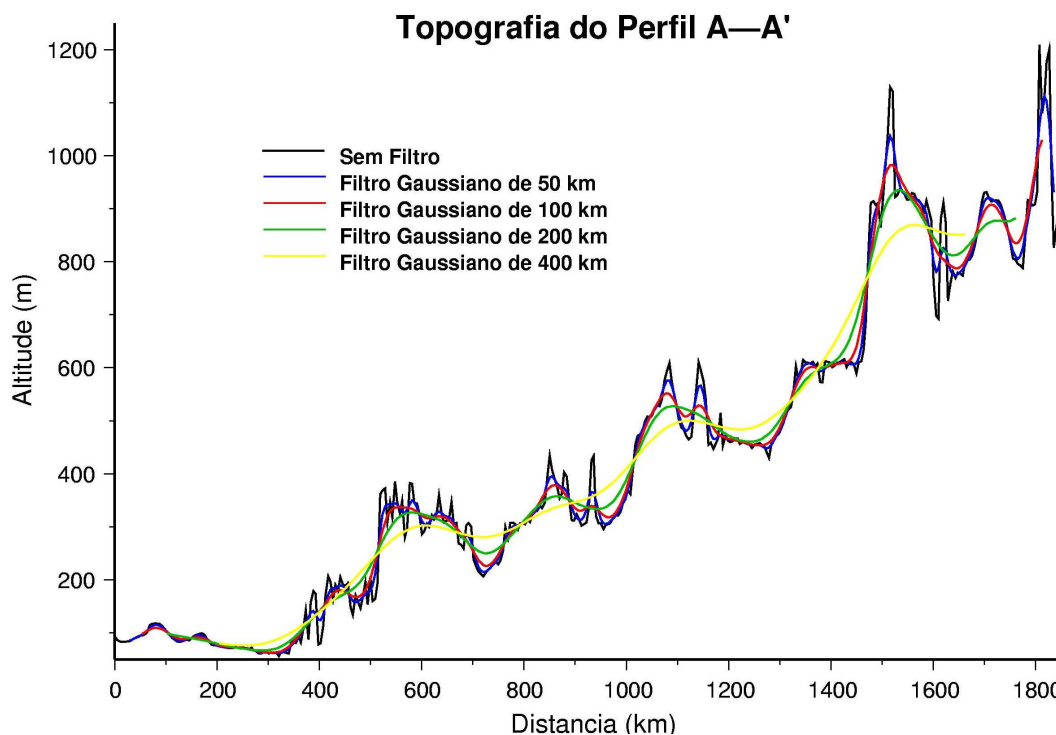


Figura 9.4: Topografia do Perfil A—A' sem filtro e com filtros Gaussiano com resolução de 50, 100, 200 e 400 *km*.

(Figura 9.1) de maneira a se ter uma estimativa da anomalia Bouguer sem a introdução de componentes espúrias de curto comprimento de onda. Foram utilizadas várias resoluções de suavização gaussiana e o filtro Gaussiano com uma resolução de 200 *km* foi o que melhor se ajustou aos dados topográficos de forma a obter uma anomalia Bouguer média que acompanha as mesmas características da anomalia Bouguer obtida com dados gravimétricos terrestres obtidos por Sá et al. (1993). A Figura 9.1 mostra a comparação da anomalia Bouguer estimada pelo GRACE com anomalia Bouguer obtida por Sá et al. (op.cit).

A anomalia Bouguer mês a mês está representada na Figura 9.6. Aqui também foi observado, como nas soluções da anomalia ar-livre, um padrão da anomalia Bouguer praticamente constante para todos os meses analisados neste trabalho; os maiores valores observados estão a sudoeste do perfil e os valores menores estão na região nordeste.

Segundo a análise feita por Quintas (2002) do sinal gravimétrico gerado pelas rochas que preenchem a bacia do Paraná, na qual encontra-se parte do aquífero,

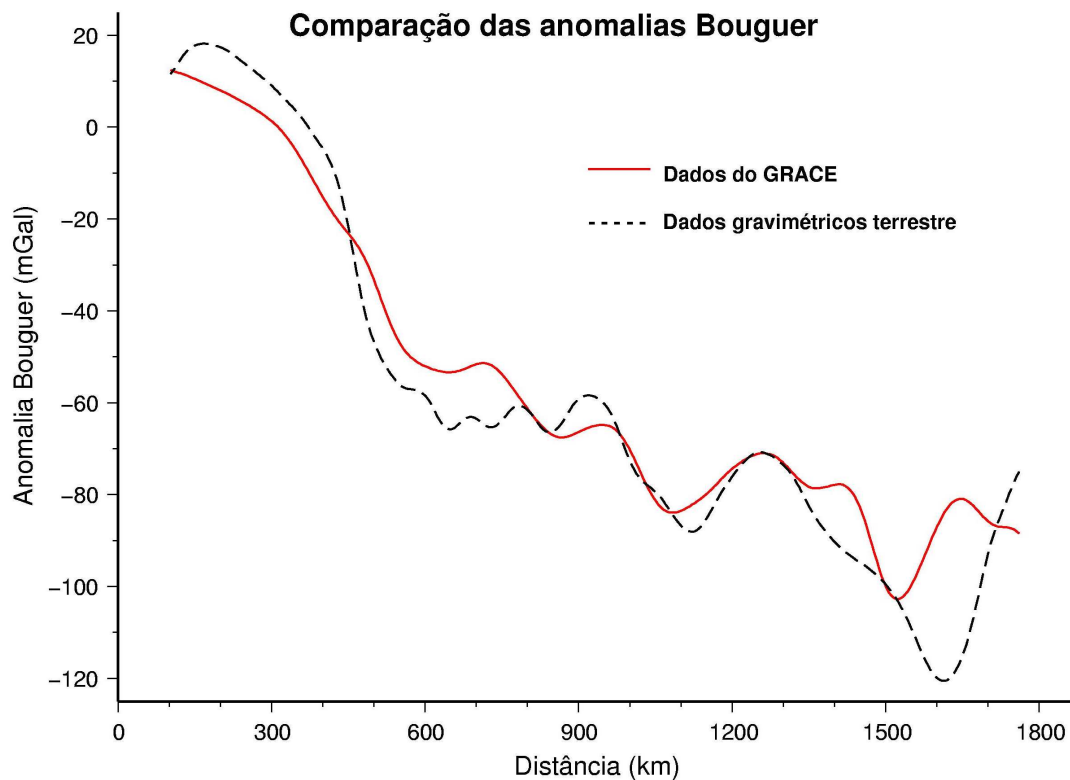


Figura 9.5: Comparação da estimativa da anomalia Bouguer dos satélites GRACE com anomalia Bouguer estimada pelo levantamento gravimétrico.

tem-se que: o pacote de formações sedimentares situados na parte interna da bacia, com densidade média de  $2,55 \text{ g/cm}^3$ , gera um sinal gravimétrico negativo, uma vez que esses sedimentos foram se depositando sobre o embasamento que constitui a crosta superior (densidade de  $2,75 \text{ g/cm}^3$ ). A diferença de densidade entre eles é de  $-0,20 \text{ g/cm}^3$ , determinando uma deficiência de massa e gerando uma anomalia negativa. Já o pacote de rochas ígneas resulta em anomalia positiva, pois a alta densidade das rochas ( $2,87 \text{ g/cm}^3$ ) determina um excesso de massa sobre o material deslocado, implicando em uma diferença de densidade de  $+ 0,12 \text{ g/cm}^3$ .

Aparentemente não se percebe variação alguma da estimativa da anomalia Bouguer mês a mês obtida dos satélites GRACE; porém, ampliando-se um trecho do Perfil A-A' pode-se perceber claramente uma pequena variação mensal dessa estimativa (Figura 9.7), que aqui é atribuída à variação de massa de água. A estimativa da anomalia Bouguer obtida a partir dos 376 dias dados do GRACE condiz aproximadamente com a anomalia Bouguer obtida dos dados da representação integrada do



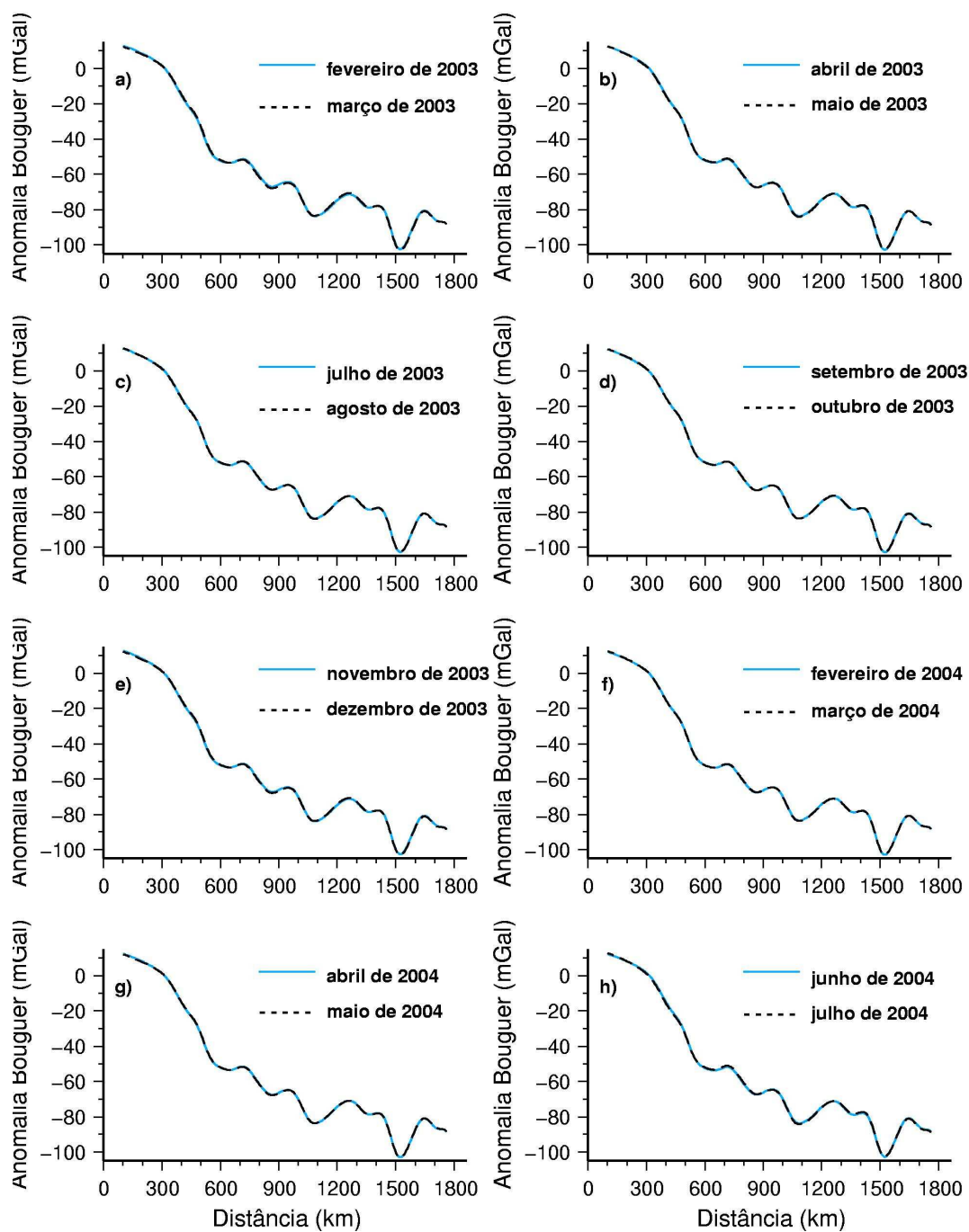


Figura 9.6: Estimativa da anomalia Bouguer no Perfil A–A' mês a mês.

campo de gravidade no Brasil (Sá et al., 1993) (Figura 9.1).

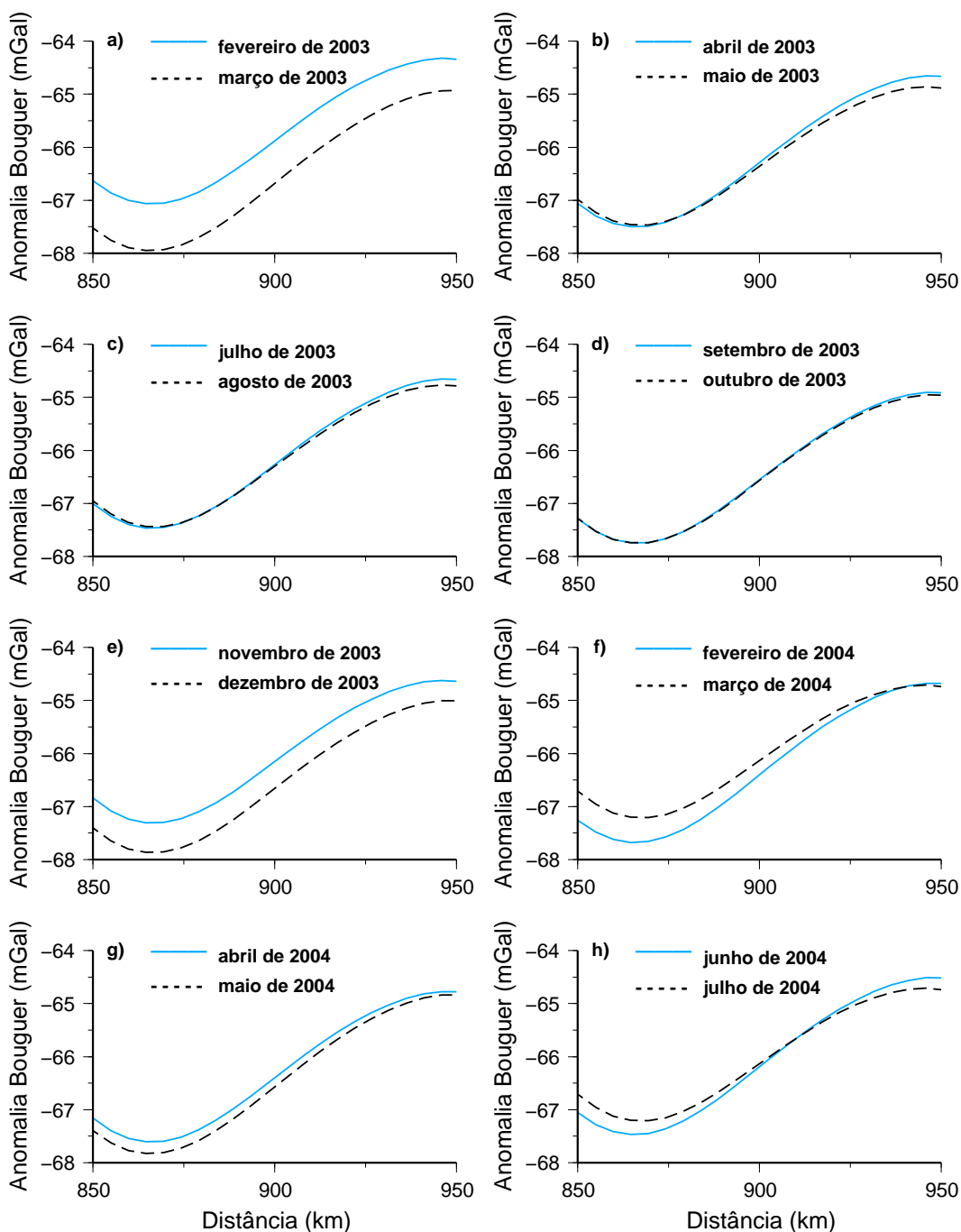


Figura 9.7: Ampliação no trecho entre 850 e 950 km no Perfil A–A' da estimativa da anomalia Bouguer mês a mês.

## 9.2 Estimativa da Variação da Massa de Água para Justificar a Estimativa da Anomalia Bouguer Obtida

A modelagem direta a partir das estimativas da anomalia Bouguer em perfil se deu para estimar quantitativamente, utilizando o platô de Bouguer, a variação de um volume de água em uma área retangular de espessura  $h$  mês a mês, conforme mostra a Figura 9.8.

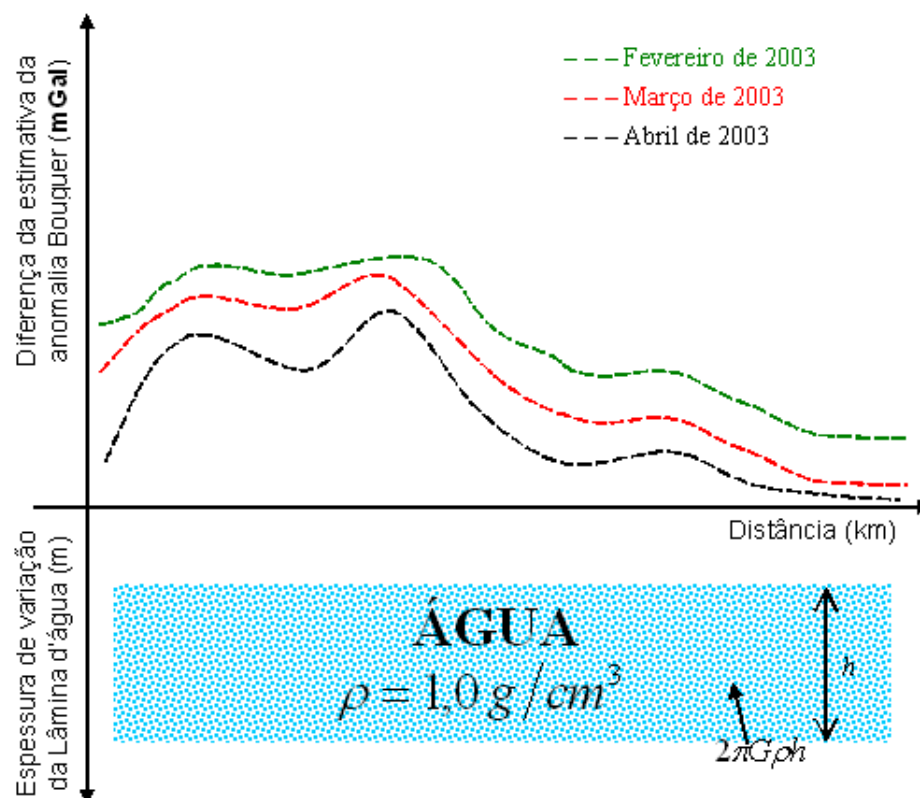


Figura 9.8: Estimativa esquemática do volume de água necessário para obter as diferenças da estimativa da anomalia Bouguer mês a mês.

Uma vez obtidas as estimativas das anomalias Bouguer para cada solução mensal, remove-se então a estimativa Bouguer média obtida de 376 dias de dados coletados pelos satélites GRACE de cada estimativa Bouguer mensal, para então obter as diferenças das estimativas da anomalia Bouguer e estimar volume de água necessário

para justificar aquela anomalia (modelagem direta). Estas diferenças das estimativas da anomalia Bouguer representadas na Figura 9.9 foram consideradas provenientes das variações de água subterrânea, como já assumido por *Wahr et al.* (1998). Aqui este procedimento é aplicado para as estimativas da anomalia Bouguer, e não para as diferenças das alturas geoidais, para se obter uma estimativa independente do efeito da variação das massas de água na anomalia gravimétrica.

Os resultados obtidos das diferenças das estimativas da anomalia Bouguer fornecem um comportamento ondulatório ao longo do perfil, mostrando um padrão um tanto difícil de interpretar geológica e geofisicamente. Provavelmente este é o motivo que leva diversos pesquisadores a efetuar uma filtragem nos dados, como pode ser observado em *Andersen et al.* (2005), *Chen et al.* (2005), *Gerrits* (2005), *Ramillien et al.* (2004, 2005), *Reigber et al.* (2005), *Rodell e Famiglietti* (1999, 2001 e 2002), *Swenson e Wahr* (2002), *Tapley* (1997), *Tapley et al.* (2004), *Wahr et al.* (1998), *Wahr et al.* (2004). Mesmo não tendo sido possível obter os resultados descritos por estes pesquisadores, tentou-se utilizar o mesmo conceito neste trabalho com os dados de anomalia Bouguer ao longo de um perfil

Na tentativa de estimar a variação de água que justificasse a anomalia Bouguer residual estimada com modelagem direta, foram estimadas as médias das amplitudes pico-a-pico destas variações, que oscilam em torno de uma média zero, resultando em anomalias dadas na Figura 9.10.

Em março de 2003 obteve-se o maior valor para estimativa das diferenças pico-a-pico da anomalia Bouguer, e conseqüentemente um maior nível de variação do volume de água do aquífero no perfil analisado, se admitido que esta variação é causada pela variação da massa de água em subsuperfície. Em abril de 2002 obteve-se o menor pico da variação da anomalia Bouguer. A Tabela 9.1 mostra os valores em *mGal* de cada estimativa mensal das diferenças da anomalia Bouguer média.

A Figura 9.11 mostra a variação dessas diferenças médias da anomalia Bouguer mês a mês para os dados investigados.

A partir da análise da Tabela 9.1 foi calculado o valor de  $h$  representando a variação de água na forma de um platô de Bouguer que justifica a anomalia Bouguer residual média de cada solução mensal obtida. (Tabela 9.2)

---

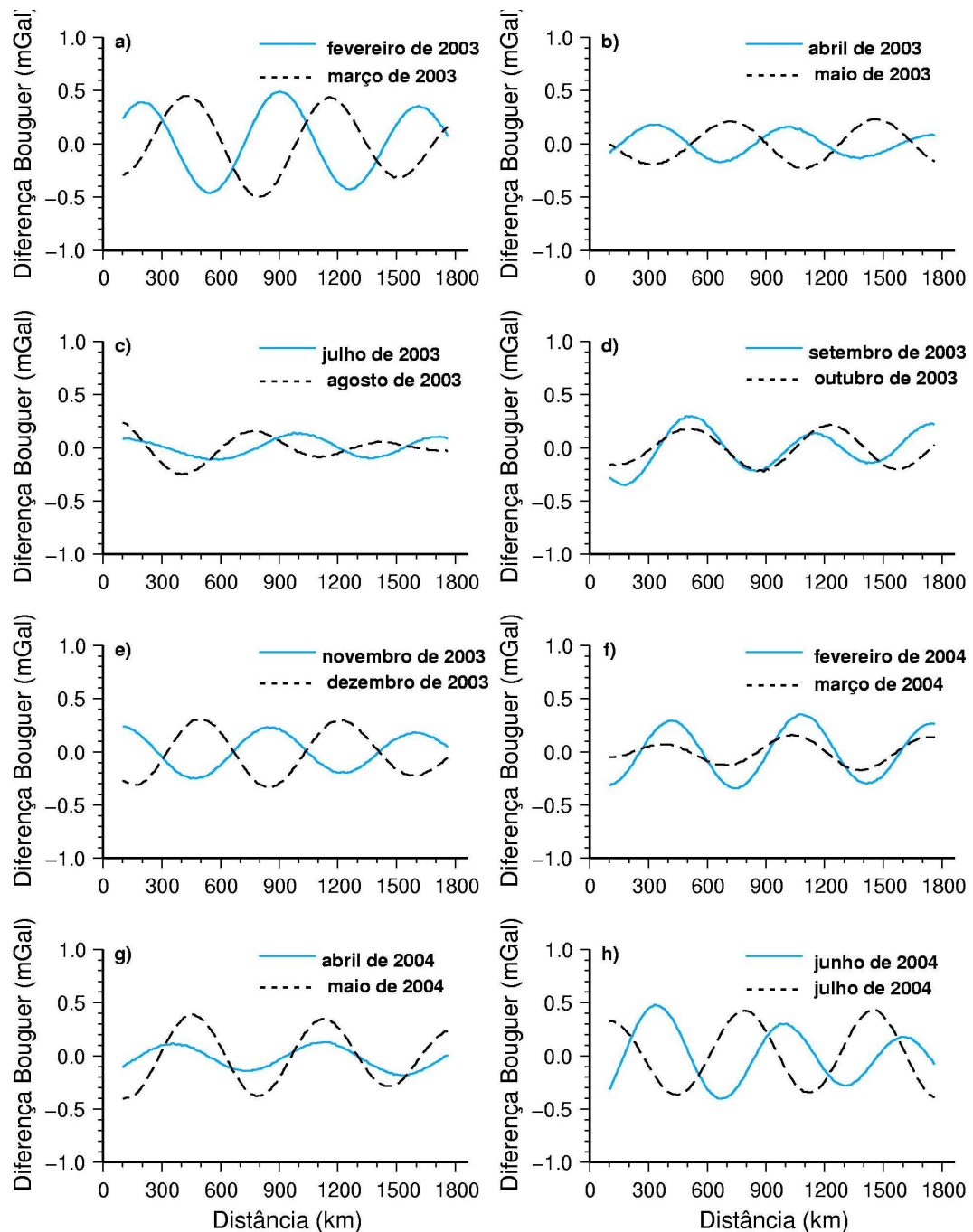


Figura 9.9: Diferenças das estimativas da anomalia Bouguer mês a mês no Perfil A-A'.

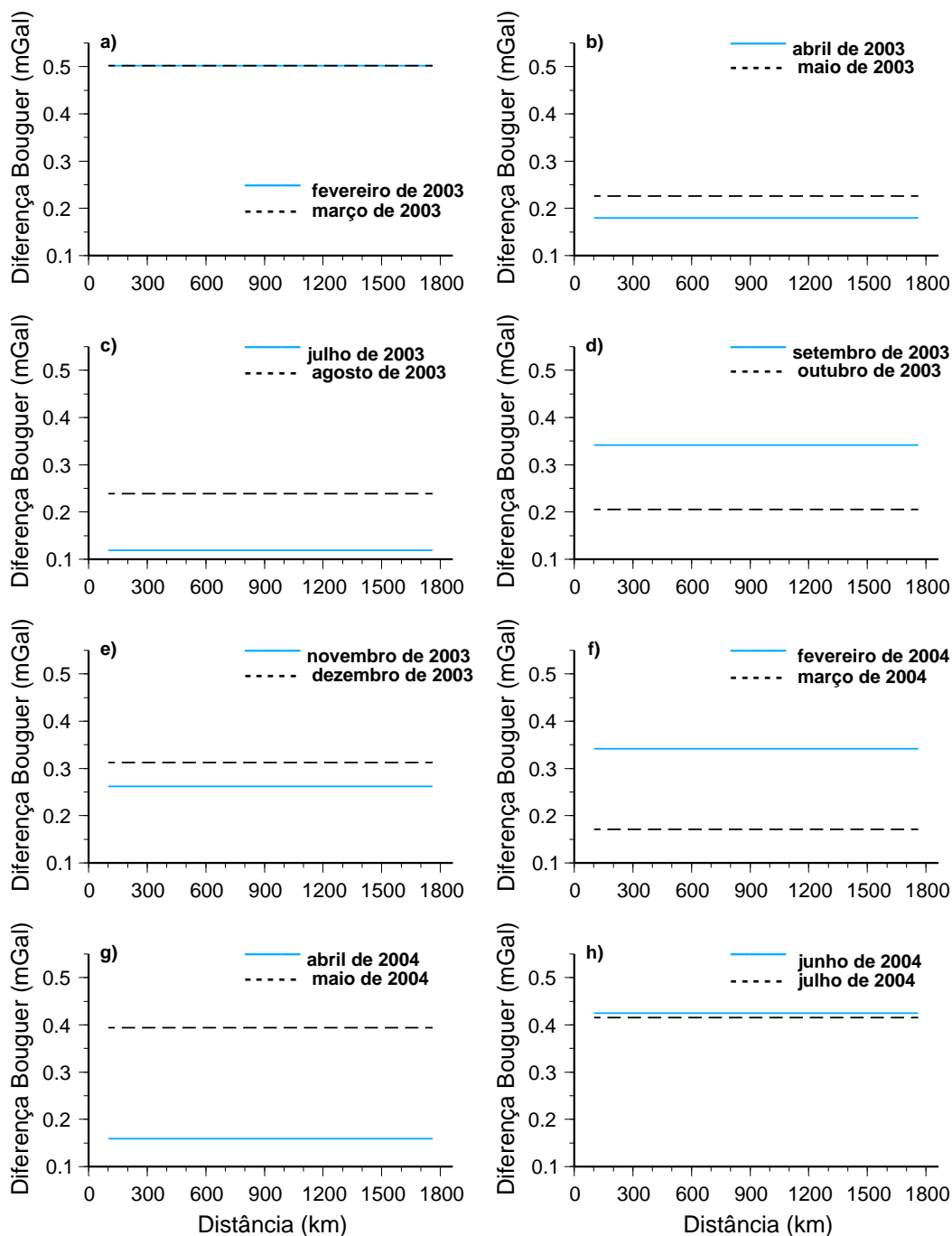


Figura 9.10: Diferenças das estimativas da anomalia Bouguer mês a mês no Perfil A–A’.

Tabela 9.1: Estimativa de diferenças da anomalia Bouguer média para cada solução mensal.

Solução Mensal obtida do GRACE	Diferença Bouguer Média ( <i>mGal</i> )
Abril/maio de 2002	0.0755853
Agosto de 2002	0.284567
Novembro de 2002	0.309971
Fevereiro de 2003	0.501630
Março de 2003	0.502108
Abril de 2003	0.179730
Mai de 2003	0.225650
Julho de 2003	0.118545
Agosto de 2003	0.238909
Setembro de 2003	0.341460
Outubro de 2003	0.205050
Novembro de 2003	0.261587
Dezembro de 2003	0.312373
Fevereiro de 2004	0.341350
Março de 2004	0.171527
Abril de 2004	0.159420
Mai de 2004	0.393617
Junho de 2004	0.424457
Julho de 2004	0.415707

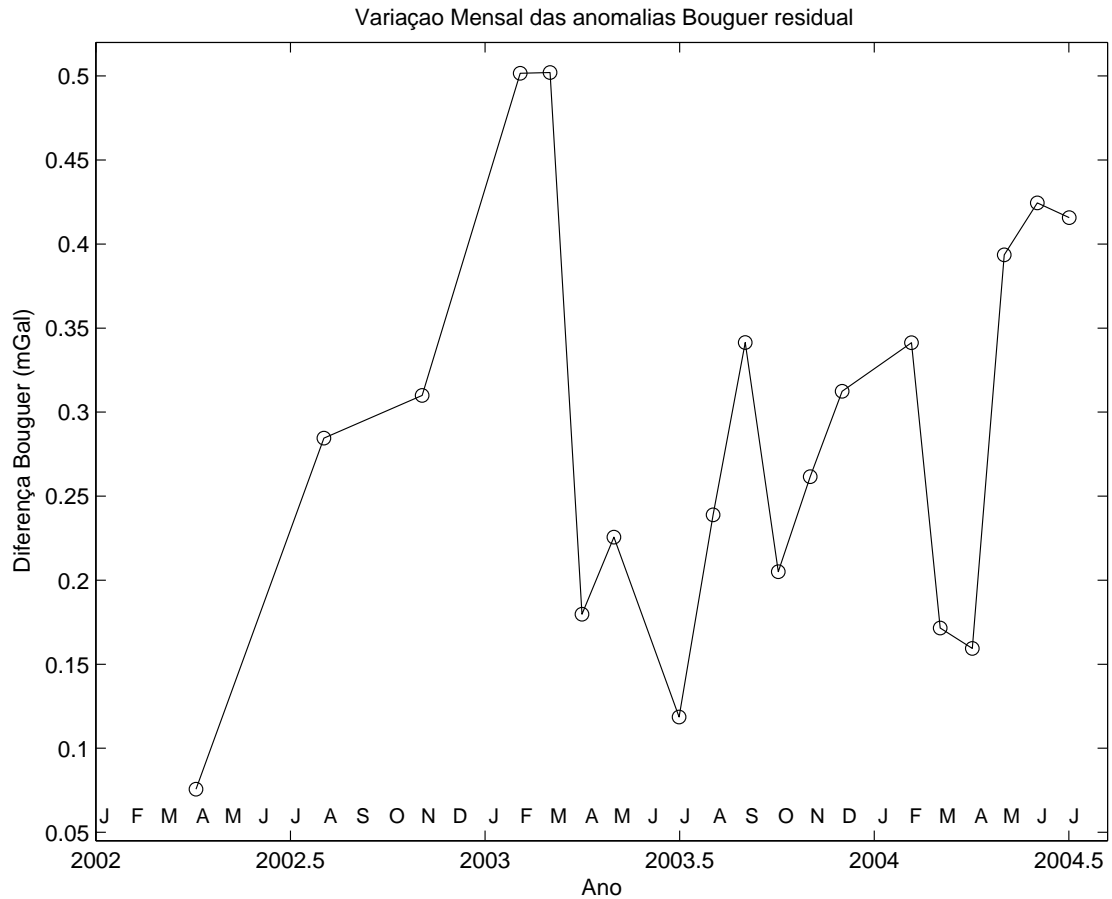


Figura 9.11: Variação das estimativas médias das diferenças da anomalia Bouguer mês a mês no Perfil A–A’.

A Figura 9.12 mostra a variação da altura de água calculada a partir da anomalia Bouguer média estimada a partir dos dados do GRACE para o período de abril de 2002 a julho de 2004.

Nota-se que o valor médio da altura  $h$  calculada fica em torno de 17  $m$ , com variação ao longo dos meses.



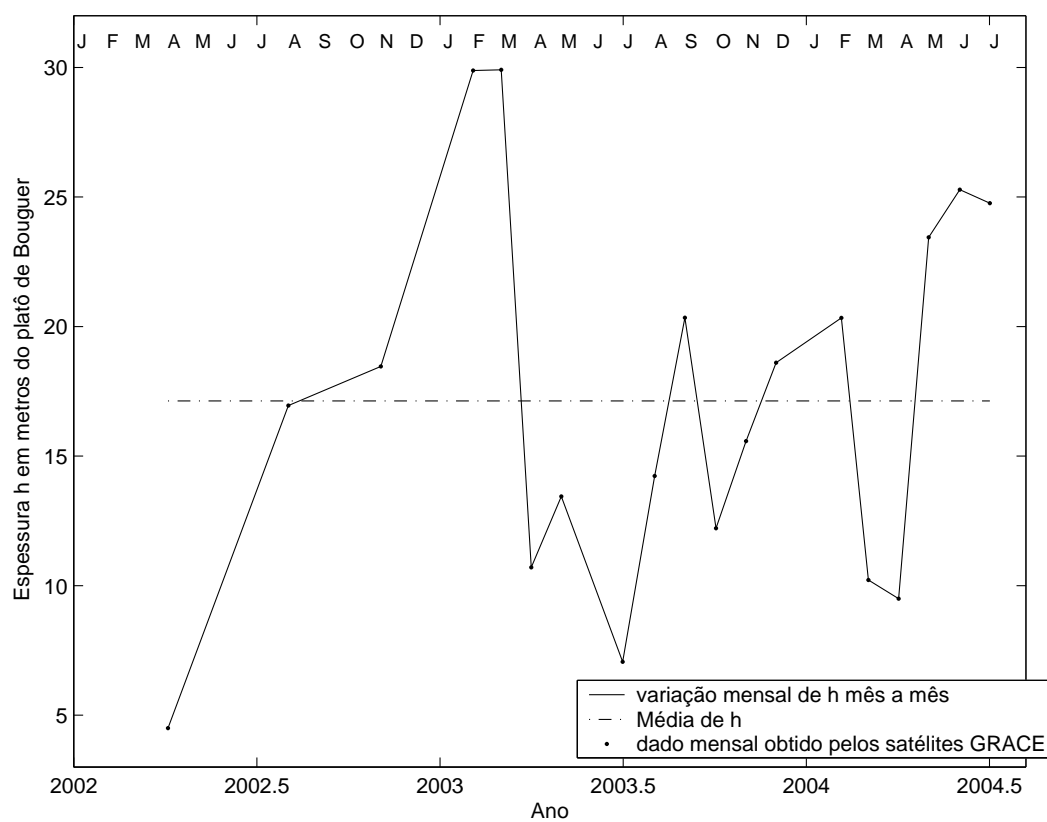


Figura 9.12: Variação da espessura  $h$  do platô de Bouguer analisado nas anomalias Bouguer residuais médias no Perfil A-A'.

Tabela 9.2: Estimativa da variação da espessura d camda de água  $h$ , que justifica a estimativa da anomalia Bouguer média de cada solução mensal.

Solução Mensal obtida do GRACE	Diferença Bouguer Média ( $mGal$ )	Variação de água $h(m)$ para justificar a anomalia
Abril/maio de 2002	0.0755853	4.502
Agosto de 2002	0.284567	16.950
Novembro de 2002	0.309971	18.463
Fevereiro de 2003	0.501630	29.879
Março de 2003	0.502108	29.908
Abril de 2003	0.179730	10.705
Mai de 2003	0.225650	13.441
Julho de 2003	0.118545	7.061
Agosto de 2003	0.238909	14.230
Setembro de 2003	0.341460	20.339
Outubro de 2003	0.205050	12.214
Novembro de 2003	0.261587	15.581
Dezembro de 2003	0.312373	18.606
Fevereiro de 2004	0.341350	20.332
Março de 2004	0.171527	10.217
Abril de 2004	0.159420	9.496
Mai de 2004	0.393617	23.445
Junho de 2004	0.424457	25.282
Julho de 2004	0.415707	24.761

# Capítulo 10

## Discussão dos Resultados e Conclusões

Foram obtidas as soluções do campo de gravidade terrestre mensais fornecidas pelos satélites GRACE desde abril de 2002 a julho de 2004, e foram gerados os mapas mensais da altura geoidal ( $N$ ), os mapas das anomalias ar-livre e os mapas da altura geoidal residual na região de interesse (aquífero Guarani). Foi realizada uma análise em perfil para a estimativa da variação de massa de água a partir dos dados gravimétricos. Foi feita também uma inversão linear 3D das anomalias residuais do geóide para investigar se é possível, a partir da altura geoidal residual, estimar a variação de água em subsuperfície para o aquífero Guarani. Os mapas mensais aqui produzidos mostram mudanças significativas nos elementos do campo de gravidade (variação da altura geoidal e anomalia ar-livre) na região em estudo. Essas observações das variações sazonais do campo de gravidade constituem uma informação importante para a modelagem da distribuição de massa e variação de matéria no sistema subsuperfície-continente-oceano-atmosfera, em particular no que se refere a grandezas de difícil monitoramento, como o monitoramento sazonal da variação da massa de água em superfície e subsuperfície nessa região de estudo. Como na estrutura interna da Terra as variações de massas se dão por processos geológicos, ou seja, em intervalos de tempo geológico, as mudanças sazonais (mensais) obtidas aqui podem ser devidamente atribuídas à transferência de massa entre a atmosfera, oceano, e fontes de águas continentais (superfície e subsuperfície), uma vez que estas transferências de massas são as responsáveis pela variação temporal do campo de gravidade terrestre neste curto intervalo de tempo.

A partir da obtenção da componente estática do campo de gravidade,  $G_0$ , foram obtidas também as alturas geoidais residuais para as soluções mensais de grau e ordem 150, compreendendo o período de fevereiro/2003 a julho/2004.

O erro do GRACE foi analisado o erro do GRACE na forma do grau de amplitude (variância do grau), como descrito na subseção 4.2.2 e foi constatado, conforme mostra a Figura 10.1, que os erros aumentam com o aumento do grau  $l$ , isto é, com a diminuição da escala espacial. Foi considerado aqui que o erro total foi determinado da média de 16 soluções do campo de gravidade GRACE de grau e ordem 150, (soluções de fevereiro de 2003 a julho de 2004), ou seja, foi obtida a média do erro formal (erro de calibração) fornecido pelo GRACE para cada conjunto de solução fornecido. A Figura 10.1 mostra os erros calibrados da média de 376 dias de dados coletados pelos satélites GRACE com relação à escala espacial (20.000  $km/l$ ). Conforme o trabalho de *Warh et al.* (2004), assume-se que os coeficientes  $C_{lm}$  e  $S_{lm}$  são afetados por erro aleatório e que no cálculo da variância do grau não estão computados os erros devidos aos coeficientes  $C_{20}$  e nem os erros para os coeficientes de grau 0 e 1 ( $l = 0$  e  $l = 1$ ), conforme discutido na seção §4.2.1.

A Figura 10.1 mostra que com aplicação de um raio médio de suavização espacial de 500  $km$  nos dados do GRACE é possível diminuir o erro nos altos graus dos harmônicos esféricos. Nesta figura observa-se um erro máximo de aproximadamente 1.72  $mm$  para grau e ordem 40, sendo o erro para grau e ordem 150 foi de aproximadamente 444  $mm$ .

## 10.1 Inversão Linear 3-D de Anomalias Residuais do Geóide

A inversão linear 3-D das anomalias residuais do geóide foi obtida no Capítulo 8 para a anomalia do geóide residual de fevereiro de 2003. Estas anomalias residuais são as alturas geoidais residuais da solução mensal de fevereiro de 2003 em relação a uma média de 376 dias de dados coletados pelos satélites GRACE.

Aqui mostrou-se que as anomalias residuais obtidas do campo de gravidade da Terra pelos satélites GRACE podem ser utilizadas como variação de massas de água em subsuperfície, pois a inversão permitiu recuperar os valores de anomalia

---

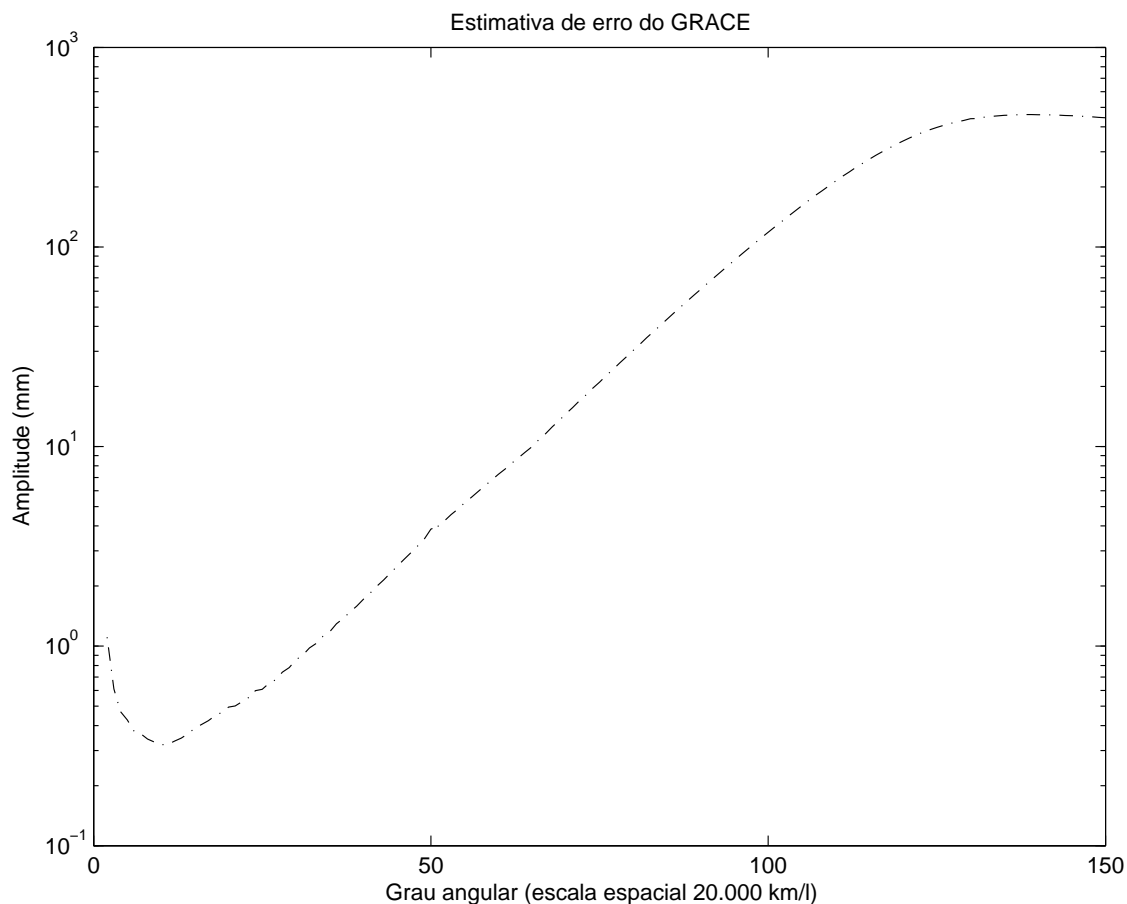


Figura 10.1: Amplitude do erro para a componente de variação do geóide: estimativas da amplitude dos erros GRACE calibrados.

observados com uma distribuição de densidades que poderia representar uma parte do aquífero Guarani.

## 10.2 Análise em Perfil dos Dados de Gravimétricos Obtidos dos Coeficientes do Geopotencial do GRACE

A obtenção das anomalias Bouguer residuais foi utilizada como uma estimativa de mudanças no armazenamento da massas de água em termos das variações mensais de amplitudes das massas água, uma vez que a previsão das mudanças do

armazenamento de água é difícil, mesmo com modelos computacionais sofisticados. Além disso, esta técnica do GRACE não é uma forma de medir quantidades exatas do armazenamento de água do espaço, e sim, estimar somente como é a mudança no armazenamento de água com o tempo. Aqui obtiveram-se uma estimativa médias da variação da massa a partir das anomalias Bouguer residuais média mensais, onde foi observado um maior valor da anomalia para fevereiro e março de 2003 e junho e julho de 2004, e os menores valores foram observados em abril de 2002, 2003 e 2004.

No entanto, neste trabalho não foi possível uma análise hidrológica ou de precipitação mensal no mesmo período das análises obtidas pelo dados do GRACE, de forma que se pudesse verificar a relação dos dados de pluviosidade com os dados do GRACE, ou seja, mostrar se os dados do GRACE aqui obtidos mostram uma variação nos elementos associados ao campo de gravidade na região para os períodos de aumento ou diminuição de chuva no perfil analisado. Isso não feito por causa da falta de dados de precipitação na região no período estudado (Weykamp, 2006). Como indicativo de que os dados de anomalia Bouguer provenientes do GRACE podem fornecer informação sobre a variação de massa de água no SAG, foi realizado um teste para estimar qual a variação de massa de água que poderia gerar os valores observados de anomalia, sem entretanto fazer nenhuma hipótese sobre a geometria da distribuição de massa. Mesmo de maneira rudimentar, esta análise indica que o GRACE pode fornecer informação importante para a modelagem hidrológica em grandes aquíferos, como é o caso do aquífero Guarani.

### 10.3 Perspectivas

Os resultados aqui obtidos mostram que para uma modelagem hidrológica do SAG é necessário um modelo hidrológico regional para um “first guess”, no caso de se utilizar a metodologia de *Ramillien et al.* (2004), ou a implementação adequada de um filtro que permita eliminar dos dados residuais a componente gerada pela distribuição não uniforme dos dados, utilizando o método de *Wahr et al.* (1998).

A análise aqui realizada, porém, permite vislumbrar um grande potencial na utilização dos dados do GRACE para a hidrologia.

# Capítulo 11

## Referências Bibliográficas

- Andersen, O.B., e Hiderer, J, 2005. Global inter-annual gravity changes from GRACE: Early results, *Geophysical Research Letters*, v.32, L01402.
- Araújo, L.M. França, A.B. e Potter, P.E. 1995. Aquífero Gigante do MERCOSUL no Brasil, Argentina, Paraguai e Uruguai: Mapas hidrogeológicos das Formações Botucatu, Pirambóia, Rosário do Sul, Buena Vista, Misiones e Tacuarembó. UFPR e PETROBRÁS, 16 p. Curitiba, Paraná - Brasil.
- Campos, H.C.N.S. Modelación Conceptual y Matemática del Acuífero Guarani, Cono Sur - mapa hidrogeológico do aquífero Guarani. RS: UNISINO, 2000. Escala 1:2.500.000.
- CETESB, 2001. Relatório de qualidade das águas subterrâneas no Estado de São Paulo 1998 - 2000 - São Paulo. 96 p. + anexos: il.; 30 cm. - (Série Relatórios CETESB, ISSN 0103-4103).
- Chang, H.K., 2001. Atividade 3b: Uso Atual e Potencial do Aquífero Guarani -Brasil/ Relatório Final. UNESP/IGCE, Proteção Ambiental e Gerenciamento Sustentável Integrado do Aquífero Guarani Argentina/Brasil/Paraguai/Uruguai-GEF/BANCO MUNDIAL/OEA.
- Chen, J. L., Wilson, C. R., Famiglietti, J. S., & Rodell, M., 2005. Spatial sensitivity of the Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) time-variable gravity observations, *J.Geophys. Res.*, 110, B08408, doi:10.1029/2004JB003536.
- Chao, B., F., and Gross, R., S., 1987. Changes in the Earth's rotation and low-degree gravitational field induced by Earthquakes. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*,

- 91, 569-596, 1987.
- Dickey, J.O., Bentley, C.R., Bilham, R., Carton, J.A., Eanes, R.J., Herring, T.A., Kaula, W. M., Lagerhof, G.S.E., Rojstaczer, S., Smith, W.H.F., van den Dool, H M., Wahr, J. M. e Zuber, M., 1997. Satellite Gravity and the Geosphere: Contributions to the Study of the Solid Earth and Its Fluid Earth, Global Change and Natural Hazards Research, National Academy Committee on Earth Gravity from Space . Natl. Acad. Press, Washington, D.C., 112 p.
- Flechtner, F., 2003. GFZ Level-2 Processing Standards Document for Level-2 products Release 0001, GRACE 327-742, GFZ publ. GR-GFZ-STD-001, 14 p., GeoForschungszentrum Potsdam, Potsdam.
- Gerrits, A.M.J., 2005. Hydrological modelling of the Zambezi catchment for gravity measurements. MSc Thesis. TU Delft, The Netherlands.
- Heiskanen, W. & Moritz, H.-1967 - Physical Geodesy. W. H. Freeman and Company, San Francisco, 364 p.
- Jekeli, C., 1981. Alternative Methods to Smooth the Earth's Gravity Field, Rep. 327. Dep. of Geod. Sci. and Surv., Ohio State Univ., Columbus.1981.
- Leite, E.P., 2005. Inversão 3-D de Anomalias do Geóide com Aplicação no Estudo da Evolução Térmica da Margem Continental Leste do Brasil. Tese de doutorado, USP.
- NASA, 2003: Studying the Earth's Gravity from Space: The Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE). URL:  
*[http : //www.csr.utexas.edu/grace/publications/fact\\_sheet/index.html](http://www.csr.utexas.edu/grace/publications/fact_sheet/index.html)*
- Quintas, M.C.L., 2002. Um Estudo de Compensação Isostática para a Bacia do Paraná, Bol. Ciênc. Geod., sec. Artigos, Curitiba, v. 8, no 2, p.93-108.
- Ramillien, G., Cazenave, A., & Brunau, O., 2004. Global time variations of hydrological signals from GRACE satellite gravimetry, Geophysical Journal International, v.158, p.813-826.
- Ramillien, G., Frappart, F., Cazenave, A., Güntner, A., 2005. Time variations of land water storage from an inversion of 2 years of GRACE geoids, Earth and Planetary Science Letters, v.235, p.283-301.
- Rebouças, A.C. 1976. Recursos Hídricos Subterrâneos da Bacia do Paraná: Análise
-



- da pré-viabilidade. Tese de Livre Docência. Universidade de São Paulo, 143p.
- Reigber, C., Schmidt, R., Flechtner, F., König, R., Meyer, U., Neumayer, K.-H., Schwintzer, P., Zhu, S.Y., 2005. An Earth gravity field model complete to degree and order 150 from GRACE: EIGEN-GRACE02S, *Journal of Geodynamics*, v.39, p.1-10.
- Rocha, G.A. 1997. O grande manancial do Cone Sul. *USP, Estudos Avançados* v.11, n.30, p.191-212.
- Rodell, M. & Famiglietti, J. S., 1999. Detectability of variations in continental water storage from satellite observations of the time dependent gravity field. *Water Resources Research*, 35:9, 2705-2723.
- Rodell, M. & Famiglietti, J. S., 2001. An analysis of terrestrial water storage variations in Illinois with implications for the Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE). *Water Resources Research*, 37:5, 2705-2723.
- Rodell, M., & Famiglietti, J. S., 2002. The potential for satellite-based monitoring of groundwater storage changes using GRACE: the High Plains aquifer, Central US, *Journal of Hydrology*, v.263, p.245-256.
- Rodell, M., Houser, P. R., Jambor, U., Gottschalck, J., Mitchell, K., Meng, C.-J., Arsenault, K., Cosgrove, B., Radakovich, J., Bosilovich, M., Entin, J. K., Walker, J. P., Lohmann, D., & D. Toll, 2004. The Global Land Data Assimilation System, *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 85:381.
- Sá, N. C.de, Ussami, N., Molina, E. C., 1993. Gravity map of Brazil 1: representation of free-air and Bouguer anomalies. *Journal of Geophysical Research*, Washington, v. 98, n. B2, p. 2187-2197.
- Schmidt, R., 2003. GRACE Scientific Product Descriptio, GFZ publ. 3 pp., Geoforschungszentrum Potsdam, Potsdam.
- Swenson, S. & Wahr, J., 2002. Methods for inferring regional surface-mass anomalies form Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) measurements of time-variable gravity. *Journal of Geophysical Research*, 107(B9), 2193.
- Tapley, B. D., 1997. The gravity recovery and climate experiment (GRACE) American Geophysical union, fall meeting. *Eos Trans. AGU78* (48), F163.
- Tapley, B. D., Bettadpur, S., Ries, J. C., Thompson, P. F. e Watkins, M. M., 2004,
-

- GRACE measurements of mass variability in the Earth System. *Science*, 305:5683, 503-505.
- Tscherning, C.C., 1976. On the Chain-Rule Method for Computing Potential Derivatives, *Manuscripta Geodaetica*, Vol. 1, pp. 125-141.
- Wahr, J., Molenaar, M., Bryan, F., 1998. Time variability of the Earth's gravity field: Hydrological and oceanic effects and their possible detection using GRACE. *JOURNAL OF GEOPHYSICAL RESEARCH-SOLID EARTH* 103 (B12): 30205-30229.
- Wahr, J., Swenson, S., Zlotnicki, V., & Velicogna, I., 2004. Time-variable gravity from GRACE: First results, *Geophys. Res. Lett.*, 31, L11501, doi:10.1029/2004GL019779.
- Ward, A. & McClung, A., 2003. Weighing Earth's Water from Space, NASA/GSFC Earth Observatory. <http://eobglossary.gsfc.nasa.gov/>.
- Weykamp, F.V., 2006. Eventos extremos de precipitação no sul/sudeste da América do Sul associados a jatos de baixo níveis. Dissertação de mestrado, IAG-USP.
- Yoder, C.F., Williams, J.G., Dickey, J.O., Schutz, B.E., Eanes, R.J. e Tapley, B.D., 1983: Secular variation of the Earth's gravitational harmonic J2 coefficient from LAGEOS and nontidal acceleration of Earth rotation. *Nature*, 303, 757-762.
- Zyl, J.J., 2001. The Shuttle Radar Topography Mission (SRTM): a breakthrough in remote sensing of topography. *Acta Astronautica*, v.48, p.559-565.
-

# Apêndice A

## Anomalia de Gravidade Média

Aqui será desenvolvida a ferramenta matemática para estudar a suavização do campo de gravidade. O ponto da anomalia de gravidade, com o padrão de aproximação esférica já aplicada, tem a seguinte representação em série:

$$\Delta g(r, \theta, \lambda) = \gamma \sum_{n=0}^{\infty} (n-1) \left(\frac{R}{r}\right)^{n+2} \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos(m\lambda) + \bar{S}_{nm} \sin(m\lambda)) \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \quad (\text{A.1})$$

onde  $r$  é a distância do centro da Terra;  $\gamma = kM/R^2$  é um valor médio da gravidade;  $kM$  é o produto da constante gravitacional e da massa da Terra;  $R$  é o raio da esfera que se aproxima a superfície da Terra; e  $\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$  são constantes, coeficientes adimensionais. A equação A.1 pode ser reescrita na forma mais compacta como

$$\Delta g(r, \theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left(\frac{R}{r}\right)^{n+2} A_{nm} \bar{Y}_{nm}(\theta, \lambda) \quad (\text{A.2})$$

onde os coeficientes,

$$A_{nm} = \begin{cases} \gamma(n-1)\bar{C}_{nm} & \text{se } m \geq 0 \\ \gamma(n-1)\bar{S}_{nm} & \text{se } x < 0 \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

constituem o espectro da anomalia de gravidade na esfera de raio  $R$ . Vale a pena notar que o espectro em uma esfera de raio  $r = R_1 > R$  é dado pelo conjunto de coeficientes  $\{(R/R_1)^{n+2} A_{nm}\}$ . A anomalia de gravidade média é obtida do ponto de anomalia sujeitando a anterior a um processo do cálculo da média (Jekeli, 1981). Matematicamente, isto é formulado pela aplicação de um operador (operador somente isotrópico será considerado aqui), tal como,

$$\frac{1}{4\pi} \int \int_{\Delta\sigma} B(\psi)(\cdot) d\sigma \quad (\text{A.4})$$

para a anomalia de gravidade dentro da região  $\Delta\sigma$  na superfície da Terra. Pois o núcleo desse operador,  $B(\psi)$ , supostamente só depende de  $\psi$  (a distância esférica entre o ponto computado e o ponto de integração), e a região é necessariamente uma casca esférica centrada no ponto computado. Por definição, obtém-se  $B(\psi) = 0$  fora da casca, e a seguinte formulação geral do cálculo da média ponderada:

$$\overline{\Delta g}(\bar{\theta}, \bar{\lambda}) = \frac{1}{4\pi} \int \int_{\sigma} B(\psi) \Delta g(\theta, \lambda) d\sigma \quad (\text{A.5})$$

O operador dessa forma torna-se um membro da classe de operadores da equação (24) de *Jekeli* (1981) e a operação torna-se uma convolução. Por conveniência, o núcleo é escrito como uma função ponderada normalizada:

$$B(\psi) = \frac{w(\psi)}{\frac{1}{4\pi} \int \int_{\sigma} w(\psi) \Delta w(\psi) d\sigma} \quad (\text{A.6})$$

onde  $|w(\psi)| \leq 1$  para  $0 \leq \psi \leq \pi$ . Agora, se  $\{b_n\}$  for o espectro, isto é

$$B(\psi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{2n+1} b_n P_n(\cos \psi) \quad (\text{A.7})$$

de acordo com a equação (6) e (7) de *Jekeli* (1981),

$$b_n = \frac{\sqrt{2n+1}}{2} \int_0^{\pi} B(\psi) P_n(\cos \psi) \sin(\psi) d\psi \quad (\text{A.8})$$

O teorema de convolução enunciado pela equação (22) e (23) de *Jekeli* (1981) fornece então, diretamente, o espectro da anomalia média  $\overline{\Delta g}$ :

$$\overline{A}_{nm} = \frac{b_n}{\sqrt{2n+1}} A_{nm} = \beta_n A_{nm} \quad (\text{A.9})$$

As constantes  $\beta_n$  são os auto-valores do operador médio, ou no jargão da teoria do espectro, a resposta da frequência do filtro. Em vista da equação (A.9),  $|100\beta_n|$  é a porcentagem do  $n$ -ésimo grau do coeficiente harmônico que é retido no processo do cálculo da média. O cálculo da anomalia de gravidade média sobre uma casca esférica não é uma operação típica em prática geodésica. A anomalia média é vista como cálculo da média sobre blocos esféricos (trapezóides) delimitados por uma linha de coordenada global ou curvelínea conveniente. A média sobre tal bloco é caracterizada pelos operadores que são anisotrópico, e o processo do cálculo da média é uma convolução do tipo da equação (28) de *Jekeli* (1981). O espectro de tal média é difícil de se obter em termos do espectro do ponto de anomalia.

## A.1 Média Gaussiana

As seguintes funções ponderadas são adaptações em filtros geralmente encontrados na engenharia elétrica. A média Gaussiana, função de densidade da probabilidade normal (Gaussiana), na qual essa função ponderada assemelha-se para  $\psi$  pequeno:

$$\begin{aligned} w_G(\psi) &= e^{-a(1 - \cos \psi)} \quad , \quad a > 0, \quad 0 \leq \psi \leq \pi \\ &\cong e^{-\frac{a}{2}\psi^2} \quad , \quad \psi \text{ pequeno} \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

O parâmetro adimensional  $a$  (identificável com a inversa do segundo momento  $\sigma^2$  da distribuição Gaussiana) caracteriza o processo de suavização. Desde que

$$\frac{1}{4\pi} \int \int_{\sigma} w_G(\psi) d\sigma = \frac{1}{2a} a (1 - e^{-2a}) \quad (\text{A.11})$$

o núcleo torna-se

$$B_G(\psi) = \frac{2ae^{-a(1 - \cos \psi)}}{(1 - e^{-2a})} \quad (\text{A.12})$$

e os auto-valores do operador correspondente são

$$\beta_{G_n} = \frac{b_{G_n}}{\sqrt{2n+1}} = \int_{-1}^1 \frac{ae^{-a(1-y)}}{(1 - e^{-2a})} P_n(y) dy, \quad y = \cos \psi \quad (\text{A.13})$$

para os quais a seguinte fórmula de recursão é dada por:

$$\begin{aligned} \beta_{G_0} &= 1 \\ \beta_{G_1} &= \frac{1 + e^{-2a}}{1 - e^{-2a}} - \frac{1}{a} \\ \beta_{G_{n+1}} &= -\frac{2n+1}{a} \beta_{G_n} + \beta_{G_{n-1}} \quad , \quad n \geq 1 \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

a equação (A.14) é prontamente verificada pela aplicação da relação  $P'_{n+1}(y) = (2n+1)P_n(y) - P'_{n-1}(y)$  na equação (A.13) e integrada por partes. A função da equação (A.10) é uma função ponderada global a ser convolvida com a anomalia de gravidade sobre toda a esfera. Ou seja, restringindo o processo da média para uma casca,

$$\tilde{w}_G(\psi) = \begin{cases} w_G(\psi) & , \quad 0 \leq \psi \leq \psi_0 \\ 0 & , \quad \psi_0 < \psi \leq \pi \quad , \end{cases} \quad (\text{A.15})$$

deixa os auto-valores satisfazerem a seguinte fórmula recursiva:

$$\begin{aligned}\tilde{\beta}_{G_0} &= 1 \\ \tilde{\beta}_{G_1} &= \frac{1 - y_0 e^{-a(1-y_0)}}{1 - e^{-a(1-y_0)}} - \frac{1}{a}, \quad y_0 = \cos \psi_0 \\ \tilde{\beta}_{G_{n+1}} &= -\frac{2n+1}{a} \tilde{\beta}_{G_n} + \tilde{\beta}_{G_{n-1}} + \frac{e^{-a(1-y_0)}}{1 - e^{-a(1-y_0)}} [P_{n-1}(y_0) - P_{n+1}(y_0)], \quad n > 0\end{aligned}\tag{A.16}$$

Os auto-valores  $\beta_{G_n}$  (equação(A.13)) são todos positivos. Para provar é necessário mostrar que

$$I_n = \int_{-1}^1 e^{ay} P_n(y) dy > 0; \quad n \geq 0, \quad a > 0\tag{A.17}$$

substituindo a expansão em série convergente uniforme da função exponencial,

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} (ay)^k,$$

na integral acima, produz

$$I_n = \sum_{k=n}^{\infty} \frac{1}{k!} a^k [(-1)^{k+n} + 1] \int_0^1 e^{y^k} P_n(y) dy, \tag{A.18}$$

onde se nota pela sua ortogonalidade

$$\int_{-1}^1 e^{y^k} P_n(y) dy = 0, \quad k = 0, 1, \dots, n-1\tag{A.19}$$

e que  $y^k P_n(y)$  é uma função ímpar ou par de tal forma que  $k+n$  seja ímpar ou par. Agora, obtendo

$$\int_0^1 e^{y^k} P_n(y) dy = \frac{k(k-1)(k-2)\dots(k-n+2)}{(k+n+1)(k+n-1)\dots(k-n+3)}\tag{A.20}$$

Isto é sempre positivo para  $k \geq n$ ; logo todos os termos da soma da equação (A.18) são não-negativas, assim, estabelecem a desigualdade da equação (A.17). O sinal dos coeficientes harmônicos são conseqüentemente preservados no processo de suavização. O mesmo não é verdadeiro para a função peso da equação (A.15). Os valores da função peso  $w_G(\psi)$  se aproximam do zero (ele nunca poderá ser igual a zero), as oscilações das correspondentes resposta da freqüência diminui em magnitude. Além do mais, quanto menor for o valor de “a” os mais altos graus dos

harmônicos serão filtrados da anomalia. Projetando o filtro Gaussiano de modo a ter uma certa propriedade de suavização é, portanto, efetuado pela a escolha apropriada do valor de “ $a$ ” e  $\psi_0$ . A seleção de “ $a$ ” controla a largura de banda essencial do filtro, ou seja, qual frequência seria passada; enquanto que a escolha subsequente de  $\psi_0$  controla a magnitude das oscilações da resposta de frequência da função. A resposta da frequência do filtro Gaussiano definido pelos dados na linha real é dado por *Holloway* (1958, apud *Jekeli* (1981)) como

$$g_n = e^{-\frac{1}{2} \frac{n^2}{a}} \quad (\text{A.21})$$

(onde, se  $f$  denota frequência, a relação  $2\pi f = n$  é usada). Existe uma similaridade entre  $\beta_{G_n}$  (filtro global) e  $g_n$  mostrado por *Jekeli* (1981) e pode ser invocado para fornecer um valor aproximado de “ $a$ ” dando um valor desejado de  $\beta_{G_n}$  para alguns  $n$ . Por exemplo, se o harmônico no grau  $\bar{n}$  suprimido a  $100f_0\%$  do seu valor original (menos que  $100f_0\%$  de cada harmônico subsequente serão passado), então

$$a = \frac{\bar{n}_2}{2 \ln 1/f_0} \quad (\text{A.22})$$

(*Jekeli*, 1981).

## Apêndice B

# Formulação Geodésica de um Campo Gravitacional e do Tensor de Inércia

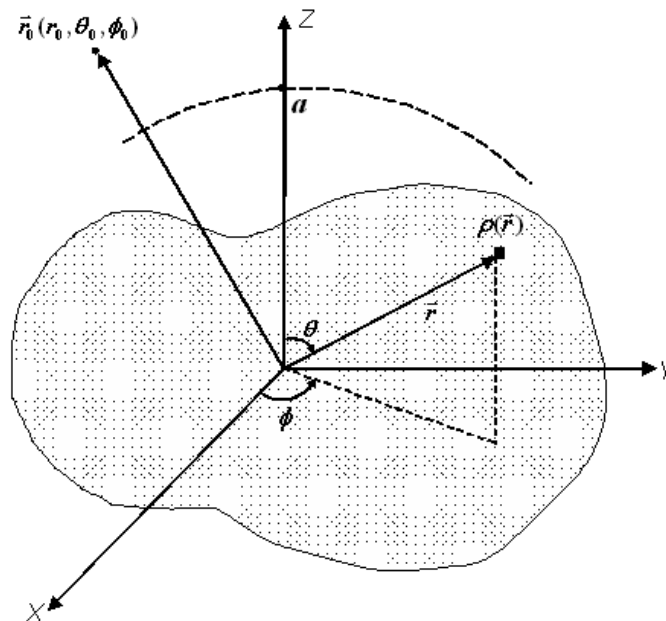


Figura B.1: Geometria de um corpo gravitando em relação ao campo pontual  $r_0$ .

Suponha um corpo arbitrário que se encontra dentro de uma região esférica de raio  $a$  (ver Figura B.1). Seja a distribuição de densidade de massa do corpo dada por



$\rho(\vec{r})$ . Então, o potencial gravitacional  $V$  em qualquer campo pontual  $\vec{r}_0$  externo ao corpo está de acordo com a lei gravitacional de Newton.

$$V(\vec{r}_0) = G \int \frac{\rho(\vec{r})}{|\vec{r} - \vec{r}_0|} dv \quad (\text{B.1})$$

onde  $G$  é a constante gravitacional,  $\vec{r}$  é a posição do elemento de massa em  $dv$ , e a integração se dá sobre todo o volume  $v$  do corpo. Agora invoque a expansão multipolar em coordenadas esféricas onde  $\vec{r} = (r, \theta, \phi)$  e  $\vec{r}_0 = (r_0, \theta_0, \phi_0)$ :

$$\frac{1}{\vec{r} - \vec{r}_0} = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \frac{4\pi}{2l+1} \frac{r^l}{r_0^{l+1}} Y_{lm}(\Omega) Y_{lm}^*(\Omega_0) \quad (\text{B.2})$$

para  $r_0 > a$ , onde  $\Omega$  é uma abreviação dos ângulos  $\theta$  e  $\phi$ , e o asterisco denota o complexo conjugado. As funções harmônicas esféricas de superfície  $Y_{lm}(\Omega)$  de grau  $l$  e ordem  $m$ , definidas por

$$Y_{lm}(\Omega) = (-1)^m \left( \frac{(2l+1)(l-m)!}{4\pi(l+m)!} \right)^{1/2} P_{lm}(\cos \theta) \exp(im\phi) \quad (\text{B.3})$$

são completamente normalizadas:

$$\int Y_{l'm'}(\Omega) Y_{lm}^*(\Omega) d\Omega = \delta_{ll'} \delta_{mm'} \quad (\text{B.4})$$

onde  $P_{lm}$  é a função associada de Legendre

$$P_{lm}(\mu) = \frac{(1-\mu^2)^{\frac{m}{2}}}{2^l l!} \frac{d^{l+m}}{d\mu^{l+m}} (\mu^2 - 1)^l \quad (\text{B.5})$$

e  $\delta$  é a função delta de Kronecker. Substituindo a equação (B.2) na equação (B.1), pode-se agora escrever

$$V(\vec{r}_0) = G \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \frac{4\pi}{2l+1} \Gamma_{lm} \frac{1}{r_0^{l+1}} Y_{lm}^*(\Omega_0) \quad (\text{B.6})$$

onde os valores dos coeficientes complexos

$$\Gamma_{lm} = \int \rho(\vec{r}) r^l Y_{lm}(\Omega) dv \quad (\text{B.7})$$

são momentos de multipolo da distribuição de densidade  $\rho(\vec{r})$ . Em geodésia, entretanto, isto é costumeiramente expresso em  $V(\vec{r}_0)$  na seguinte forma:

$$V(\vec{r}_0) = \frac{GM}{r_0} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \left( \frac{a}{r_0} \right)^l \tilde{P}_{lm}(\cos \theta_0) (C_{lm} \cos m\phi_0 + S_{lm} \sin m\phi_0) \quad (\text{B.8})$$

onde  $M$  é a massa total do corpo,  $\tilde{P}_{lm}$  é a função associada de Legendre normalizada:

$$\tilde{P}_{lm} = \left( \sqrt{\frac{(2 - \delta_{m0})(2l + 1)(l - m)!}{(l + m)!}} \right) P_{lm} \quad (\text{B.9})$$

Os valores reais dos coeficientes harmônicos gravitacionais, adimensionais e normalizados,  $C_{lm}$  e  $S_{lm}$  são geralmente conhecidos como coeficientes de Stokes. Note que o presente fator de escala  $a < (r_0)$  não necessariamente corresponde a toda dimensão física do corpo. Comparando as duas equações equivalente (B.6) e (B.8), e usando relação  $Y_{lm}(\Omega) = (-1)^m Y_{lm}^*(\Omega)$  tão bem quanto uma relação similar para  $\Gamma_{lm}$ , obtém-se

$$C_{lm} + iS_{lm} = (K_{lm}/Ma^l)\Gamma_{lm} \quad (\text{B.10})$$

para  $m = 0, 1, 2, \dots, l$ , onde  $i \equiv \sqrt{-1}$ . A constante de normalização  $K_{lm}$  é dada por

$$K_{lm} = (-1)^m \frac{2\sqrt{(2 - \delta_{m0})\pi}}{2l + 1} \quad (\text{B.11})$$

A equação (B.10) relaciona-se a quantidade  $\Gamma_{lm}$  física (valores complexos) aos parâmetros geodésico  $C_{lm}$  e  $S_{lm}$  (valores reais). Para qualquer  $l$  dado, há  $2l + 1$  relações (note que  $S_{l0} = 0$  identicamente). Para  $l = 0$  (e  $m = 0$ ), o momento de monopolo  $\Gamma_{00} = M/(2\sqrt{\pi})$  e aqui  $C_{00} = 1$  identicamente. Para  $l = 1$  ( $m = 0, m = 1$ ), o momento dipolo  $\Gamma_{lm}$  (e aqui  $C_{10}, C_{11}$  e  $S_{11}$  desaparece se a origem do sistema de coordenada coincidir com o centro de massa do corpo. Os casos não triviais começam, portanto, com o grau  $l = 2$ . As equações (B.7) e (B.10), quando expressa em coordenadas cartesianas, mostram que o momento de quadrupolo  $\Gamma_{2m}$ , e aqui os cinco correspondentes coeficientes de Stokes  $C_{20}, C_{21}, S_{21}, C_{22}$  e  $S_{22}$  são relacionados pelo tensor de inércia  $\mathbf{I}$  do corpo na seguinte maneira:

$$\begin{aligned} C_{20} &= (I_{xx} + I_{yy} - 2I_{zz})/(2\sqrt{5}Ma^2) \\ C_{21} &= -\sqrt{3}I_{zx}/(2\sqrt{5}Ma^2) \\ S_{21} &= -\sqrt{3}I_{yz}/(2\sqrt{5}Ma^2) \\ C_{22} &= \sqrt{3}I_{yy}/(2\sqrt{5}Ma^2) \\ S_{22} &= -\sqrt{3}I_{xy}/(2\sqrt{5}Ma^2) \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

onde, em uma representação matricial,

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} \int (y^2 + z^2) \rho dV = I_{xx} & - \int xy \rho dV = I_{xy} & - \int zx \rho dV = I_{zx} \\ I_{xy} & \int (z^2 + x^2) \rho dV = I_{yy} & - \int yz \rho dV = I_{yz} \\ I_{zx} & I_{yz} & \int (x^2 + y^2) \rho dV = I_{zz} \end{bmatrix} \quad (\text{B.13})$$

A Equação (B.12) pode ser vista como uma fórmula de MacCullagh generalizada. Note que há cinco coeficientes de Stokes com  $l = 2$ , porém seis componentes no tensor de inércia; os anteriores não são suficientes para determinar excepcionalmente o último. Isto em geral é verdade: o momento de multipolo  $2l + 1$  do  $\rho(\vec{r})$  não é suficiente para determinarem os termos da expansão de Taylor do  $\rho(\vec{r})$  com grau  $l$ . Para um dado  $l$ , o ‘a deficiência do grau’ é  $l(l - 1)/2$ . Isto é, 0 para  $l = 0$  ou  $l = 1$ , 1 para  $l = 2$ , e cresce rapidamente com o aumento de  $l$ . Isto, de fato, é a razão para a bem conhecida não unicidade nos problemas inversos gravitacionais. Em particular, caso se queira determinar as seis componentes de  $\mathbf{I}$ , é necessário um parâmetro mais independente além dos cinco coeficientes de Stokes com  $l = 2$ . Um tal parâmetro que tem a vantagem de ser matematicamente simples é o traço de  $\mathbf{I}$ :

$$T \equiv \text{Tr}(\mathbf{I}) K_{lm} = (-1)^m \frac{2\sqrt{(2 - \delta_{m0})\pi}}{2l + 1} \quad (\text{B.14})$$

Note que  $T$  é uma invariante sobre a coordenada de rotação e igual a soma dos três principais momentos de inércia. Aqui  $T$  é chamado de o momento de inércia total para sua simplificação. Os momentos maiores (com  $l > 2$ ), com raras exceções, são de menos interesse da física direta (Chao & Gross, 1987).

# Apêndice C

## Funções de Legendre

No seção (§3.5) foi introduzido a função de Legendre  $P_{lm}(\cos \theta)$  como uma solução da equação diferencial de legendre (3.35). O  $l$  denota o grau e o  $m$  a ordem de  $P_{lm}$ . É conveniente transformar a equação de Legendre (3.35) pela substituição de

$$t = \cos \theta \quad (\text{C.1})$$

A fim de evitar confusão, usa-se uma barra para denotar  $g$  como uma função de  $t$ .

$$\begin{aligned} g(\theta) &= \bar{g}(t), \\ g'(\theta) &= \frac{dg}{d\theta} = \frac{dg}{dt} \frac{dt}{d\theta} \\ g''(\theta) &= \bar{g}''(t) \sin^2 \theta - \bar{g}'(t) \cos \theta \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

Inserindo a equação (C.2) na equação (3.35), dividindo por  $\sin \theta$  e substituindo  $\sin^2 \theta = 1 - t^2$ , obtem-se

$$(1 - t^2)\bar{g}''(t) - 2t\bar{g}'(t) + \left[ l(l+1) - \frac{m^2}{1-t^2} \right] \bar{g}(t) = 0 \quad (\text{C.3})$$

A função de Legendre  $\bar{g}(t) = P_{lm}(t)$ , que é definida por

$$P_{lm}(t) = \frac{1}{2^l l!} (t^2 - 1)^{m/2} \frac{d^{l+m}}{dt^{l+m}} (t^2 - 1)^l, \quad (\text{C.4})$$

satisfaz a equação (C.3). A menos do fator  $(t^2 - 1)^{m/2} = \sin^m \theta$  e de uma constante, a função  $P_{lm}$  é a  $(l + m)$ -ésima derivada do polinômio  $(t^2 - 1)^l$ . Por exemplo:

$$P_{11}(t) = \frac{(t^2 - 1)^{1/2}}{2 \cdot 1} \frac{d^2}{dt^2} (t^2 - 1) = \frac{1}{2} \sqrt{1 - t^2} \cdot 2 = \sqrt{1 - t^2} = \sin \theta$$

Para  $m = 0$  tem-se um caso particular. As funções  $P_{l0}(t)$  são muitas vezes simplificada por  $P_l(t)$ . Então, a equação (C.4) fica

$$P_l(t) = P_{l0}(t) = \frac{1}{2^l l!} \frac{d^l}{dt^l} (t^2 - 1)^l. \tag{C.5}$$

Pois  $m = 0$ , não há raiz quadrada, isto é, não tem o  $\sin \theta$ . Portanto, os  $P_l(t)$  são simplesmente polinômios em  $t$ . Ou seja, são os chamados polinômios de Legendre. Os polinômios pode ser obtidos pela forma da equação (C.5) ou mais simplesmente pela fórmula de recursão

$$P_l(t) = -\frac{l-1}{l} P_{l-2}(t) + \frac{2l-1}{l} t P_{l-1}(t), \tag{C.6}$$

pelo qual  $P_2$  pode ser calculado de  $P_0$  e  $P_1$ ,  $P_3$  de  $P_1$  e  $P_2$ , etc. As potências do  $\cos \theta$  pode ser expressa em termos dos cossenos múltiplos de  $\theta$ , tal como  $\cos^2 \theta = \frac{1}{2} \cos 2\theta + \frac{1}{2}$ ,  $\cos^3 \theta = \frac{1}{4} \cos 3\theta + \frac{3}{4} \cos \theta$ . Portanto, lembrando que  $t = (\cos \theta)$ , pode-se expressar o  $P_l(\cos \theta)$  nesta forma obtendo

$$\begin{aligned} P_2(\cos \theta) &= \frac{3}{4} \cos 2\theta + \frac{1}{4} \\ P_2(\cos \theta) &= \frac{5}{8} \cos 3\theta + \frac{3}{8} \cos \theta \\ P_2(\cos \theta) &= \frac{35}{64} \cos 4\theta + \frac{5}{16} \cos 2\theta + \frac{9}{64} \\ P_2(\cos \theta) &= \frac{63}{128} \cos 5\theta + \frac{35}{128} \cos 3\theta + \frac{15}{64} \cos \theta, \\ &\dots \end{aligned} \tag{C.7}$$

Se  $m$  não é zero, ( $m = 1, 2, \dots$ ), as  $l$  funções de Legendre  $P_{lm}(\cos \theta)$  são as chamadas funções de Legendre associadas, a quais podem ser facilmente reduzidas aos polinômios de Legendre por meio da equação

$$P_{lm}(t) = (1 - t^2)^{m/2} \frac{d^m P_l(t)}{dt^m}, \tag{C.8}$$

que seguem das equações (C.4) e (C.6). Assim, as funções associadas de Legendre são expressas em termos dos polinômios de Legendre do mesmo grau  $l$ . Obtém-se alguns  $P_{lm}$  escrevendo  $t = \cos \theta$ ,  $\sqrt{1 - t^2} \sin \theta$ :

$$\begin{aligned} P_{11}(\cos \theta) &= \sin \theta, & P_{31} &= \sin \theta \left( \frac{15}{2} \cos^2 \theta - \frac{3}{2} \right), \\ P_{21}(\cos \theta) &= 3 \sin \theta \cos \theta, & P_{32} &= 15 \sin^2 \theta \cos \theta, \\ P_{22}(\cos \theta) &= \sin^2 \theta, & P_{33} &= 15 \sin^3 \theta. \end{aligned} \tag{C.9}$$

A fórmula explícita para qualquer função de Legendre (polinômio ou função associada):

$$P_{lm}(t) = 2^{-l}(1-t^2)^{m/2} \sum_{k=0}^r (-1)^k \frac{(2l-2k)!}{k!(l-k)!(l-m-2k)!} t^{l-m-2k}, \quad (\text{C.10})$$

onde  $r$  é o maior inteiro  $\leq (l-m)/2$ , ou seja,  $r$  é  $(l-m)/2$  ou  $(l-m-1)/2$ . Como esta proveitosa fórmula é raramente encontrada na literatura, mostra-se a derivação, que é completamente direta. A informação necessária em fatoriais pode ser obtida de alguma coleção de fórmulas matemáticas. O teorema binomial é dado por

$$(t^2 - 1)^l = \sum_{k=0}^l (-1)^k \binom{l}{k} t^{2l-2k} = \sum_{k=0}^l (-1)^k \frac{l!}{k!(l-k)!} t^{2l-2k} t^{l-m-2k}, \quad (\text{C.11})$$

Então, a equação (C.4) torna-se

$$P_{lm}(t) = \frac{1}{2^l} (1-t^2)^{m/2} \sum_{k=0}^l (-1)^k \frac{l!}{k!(l-k)!} \frac{d^{l+m}}{dt^{l+m}} (t^{2l-2k}) \quad (\text{C.12})$$

a quantidade  $l!$  se cancela. A  $r$ -ésima derivada da potência  $t^s$  é

$$\frac{d^r}{dt^r} (t^s) = s(s-1)\dots(s-r+1)t^{s-r} = \frac{s!}{(s-r)!} t^{s-r} \quad (\text{C.13})$$

Ajustando  $r = l + m$  e  $s = 2l - 2k$  tem-se

$$\frac{d^{l+m}}{dt^{l+m}} (t^{2l-2k}) = \frac{(2l-2k)!}{(l-m-2k)!} \quad (\text{C.14})$$

Iserindo a equação (C.14) na expressão  $P_{lm}(t)$  e notando que a potência mais baixa possível de  $t$  é qualquer  $t$  ou  $t^0 = 1$ , obtem-se a equação (C.10). Os harmônicos esféricos de superfície são funções de Legendre multiplicadas por  $\cos m\phi$  ou  $\sin m\phi$ :

grau 0  $P_0(\cos \theta)$ ;

grau 1  $P_1(\cos \theta), P_{11}(\cos \theta) \cos \phi, P_{11}(\sin \theta) \cos \phi$ ;

grau 2  $P_2(\cos \theta), P_{21}(\cos \theta) \cos 2\phi, P_{21}(\sin \theta) \cos 2\phi$ ;

e assim por diante. A representação geométrica destes harmônicos esféricos é útil.

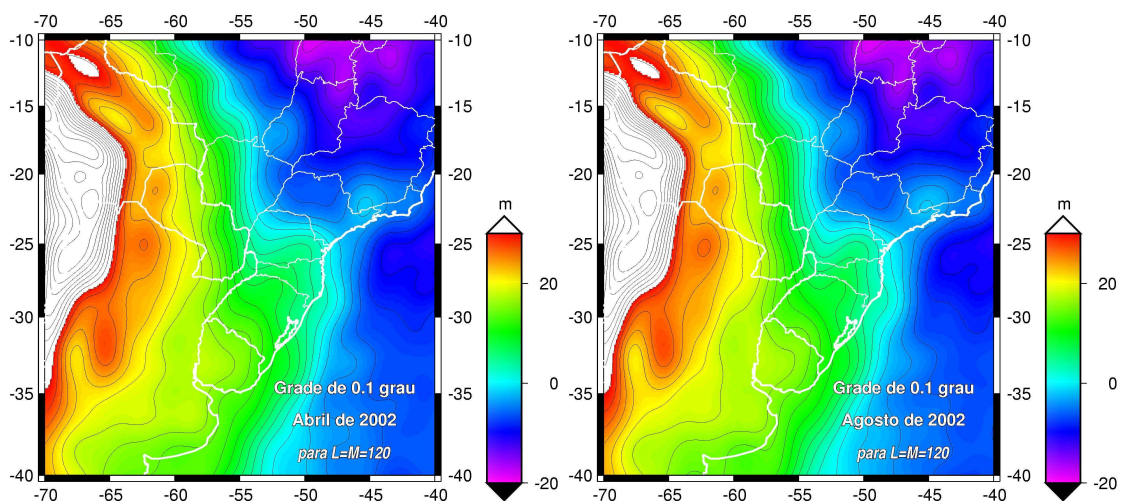
Os harmônicos com  $m = 0$ , isto é, polinômios de Legendre, são polinômios de grau  $l$  em  $t$ , de maneira que se têm  $l$  zeros. Estes  $l$  zeros são todos reais e situados no intervalo  $-1 \leq t \leq +1$ , ou seja,  $0 \leq \theta \leq \pi$ . Os harmônicos com  $m = 0$  mudam o seu sinal  $l$  vezes neste intervalo. Além do mais, os harmônicos não dependem de  $\phi$ . Uma vez que os harmônicos divide a esfera em zonas positivas e negativas alternadas, eles são chamados de harmônicos zonais. As funções associadas de Legendre mudam os seus sinais  $(l - m)$  vezes no intervalo  $0 \leq \theta \leq \pi$ . As funções  $\cos m\phi$  e  $\sin m\phi$  têm  $2m$  zeros no intervalo  $0 \leq \theta < 2\pi$ , de maneira que a representação harmônica para  $m \neq 0$  divide a esfera em compartimentos que alternam em positivo e negativo, um tanto como mosaicos (placas de queijos), e são chamados de harmônicos tesserais (*tessera* – quadrado ou retângulo, ou também uma telha). Em particular, para  $l = m$ , a função de Legendre se degenera em funções que dividem a esfera em setores positivo e negativo, onde são chamados de harmônicos setoriais (Heiskanen & Moritz, 1967).

---

## Apêndice D

# Soluções do Campo de Gravidade Obtidas dos Dados dos Satélites GRACE

- Representação da altura geoidal para a região de estudo calculadas a partir dos resultados do conjunto de solução do GRACE fornecidos para grau e ordem máximos (120 ou 150) no período de abril de 2002 a julho de 2004.



(a) Altura geoidal de abril/maio de 2002 para  $L=M=120$ .

(b) Altura geoidal de agosto de 2002 para  $L=M=120$ .

Figura D.1: Alturas geoidais para a solução mensal com seu respectivos grau e ordem máximos fornecido pelo GRACE



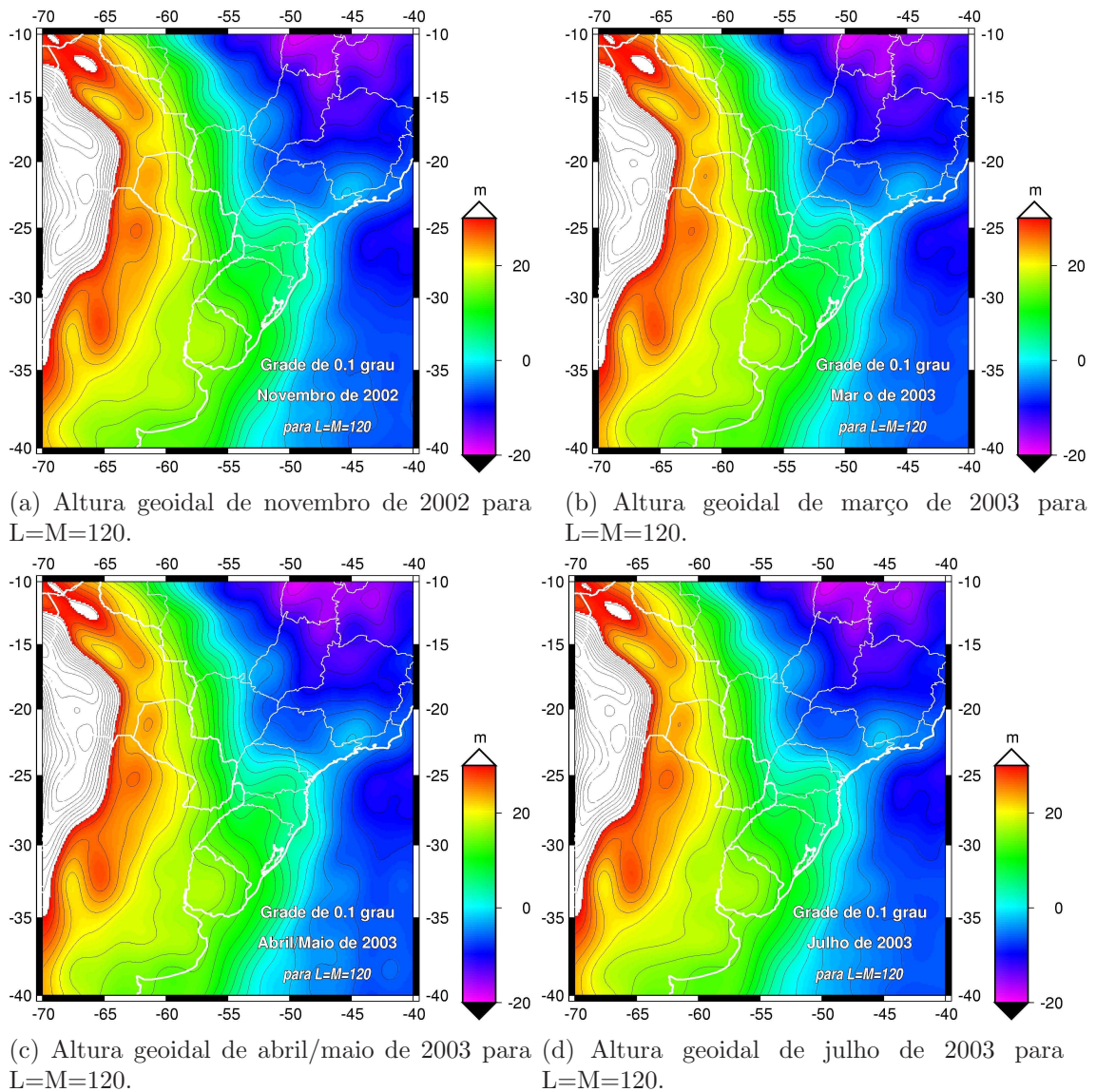
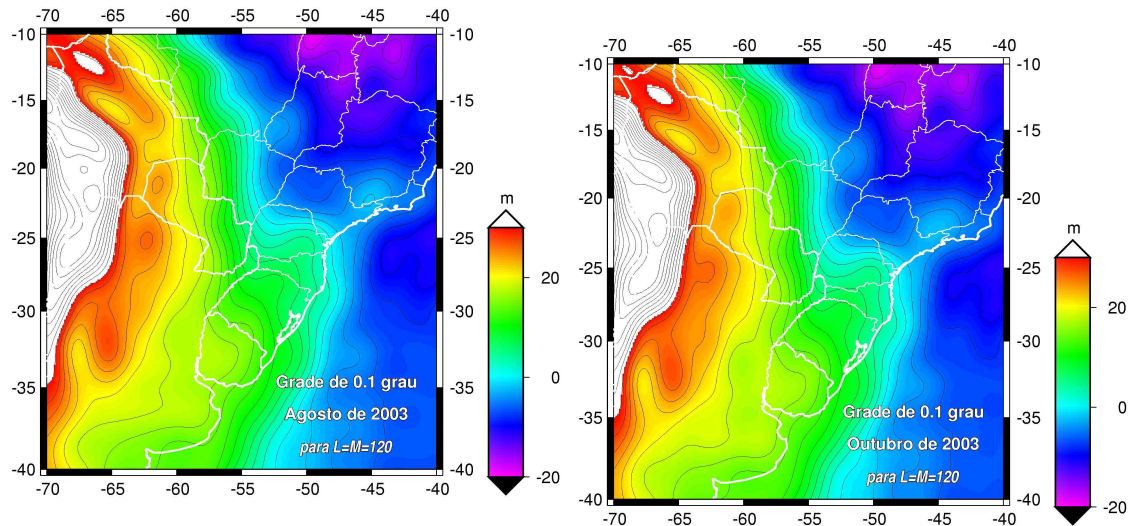
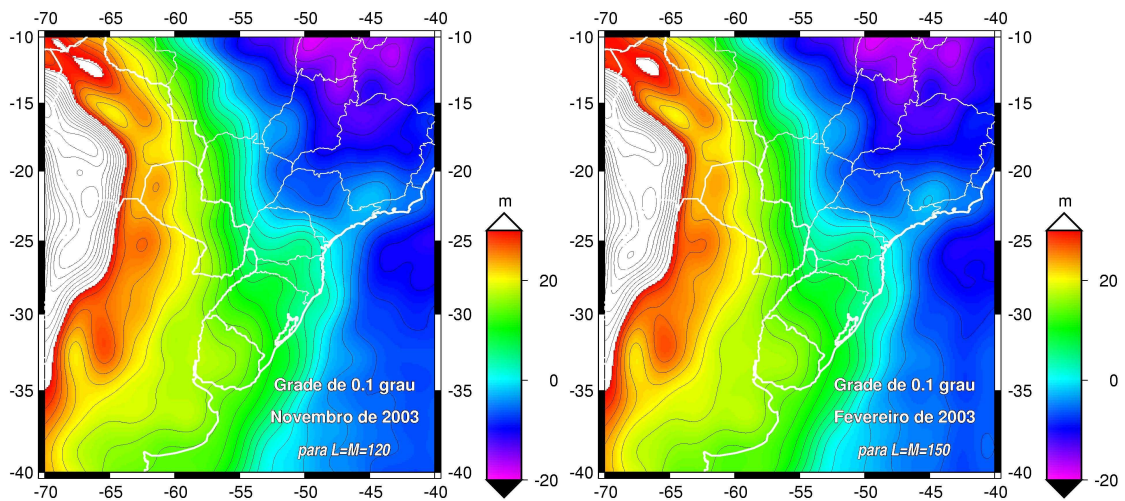


Figura D.2: Alturas geoidais para a solução mensal com seu respectivos grau e ordem máximos fornecido pelo GRACE.



(a) Altura geoidal de agosto de 2003 para  $L=M=120$ . (b) Altura geoidal de outubro de 2003 para  $L=M=120$ .



(c) Altura geoidal de novembro de 2003 para  $L=M=120$ . (d) Altura geoidal de fevereiro de 2003 para  $L=M=150$ .

Figura D.3: Alturas geoidais para a solução mensal com seu respectivos grau e ordem máximos fornecido pelo GRACE

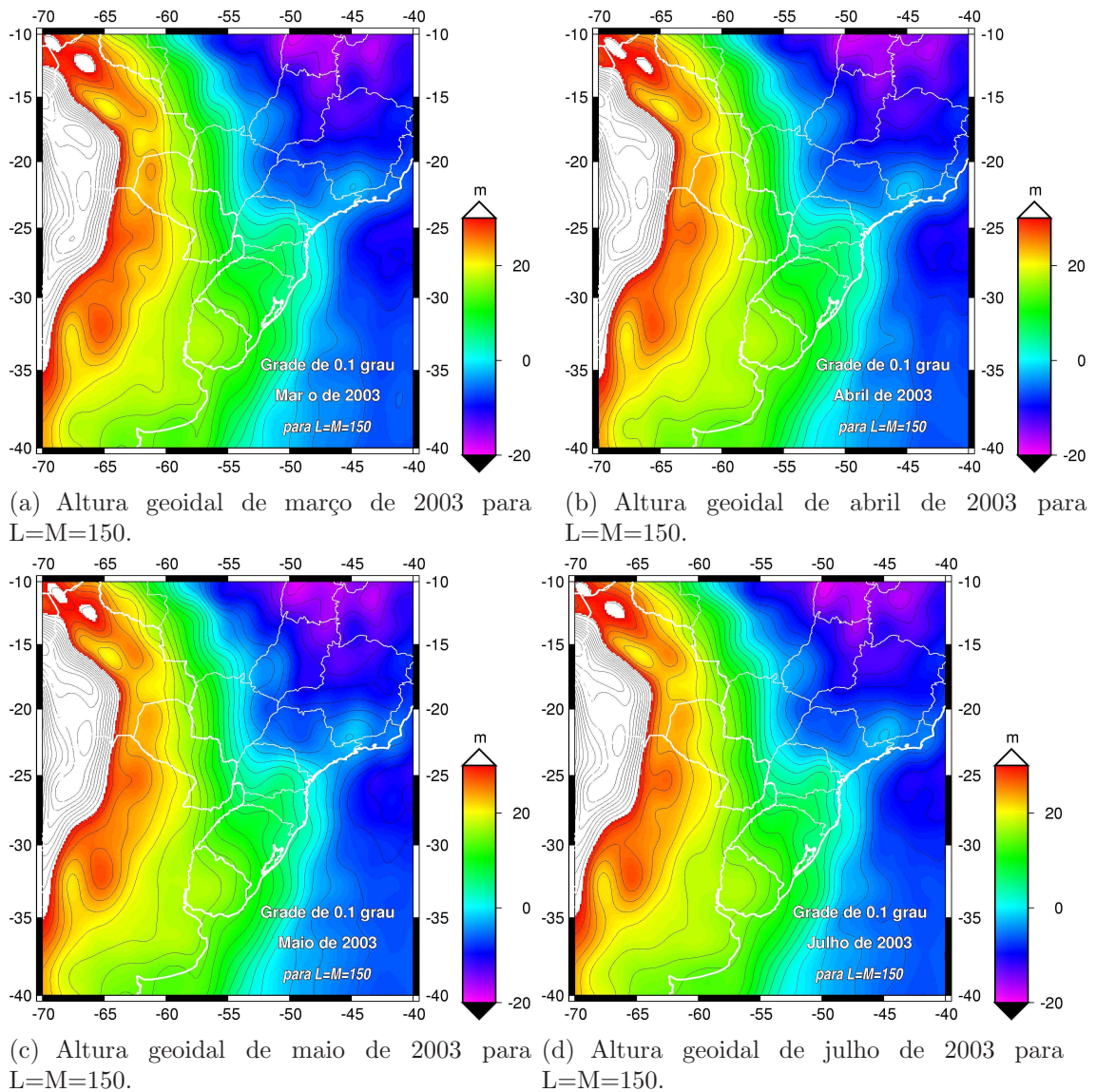


Figura D.4: Alturas geoidais para a solução mensal com seu respectivos grau e ordem máximos fornecido pelo GRACE

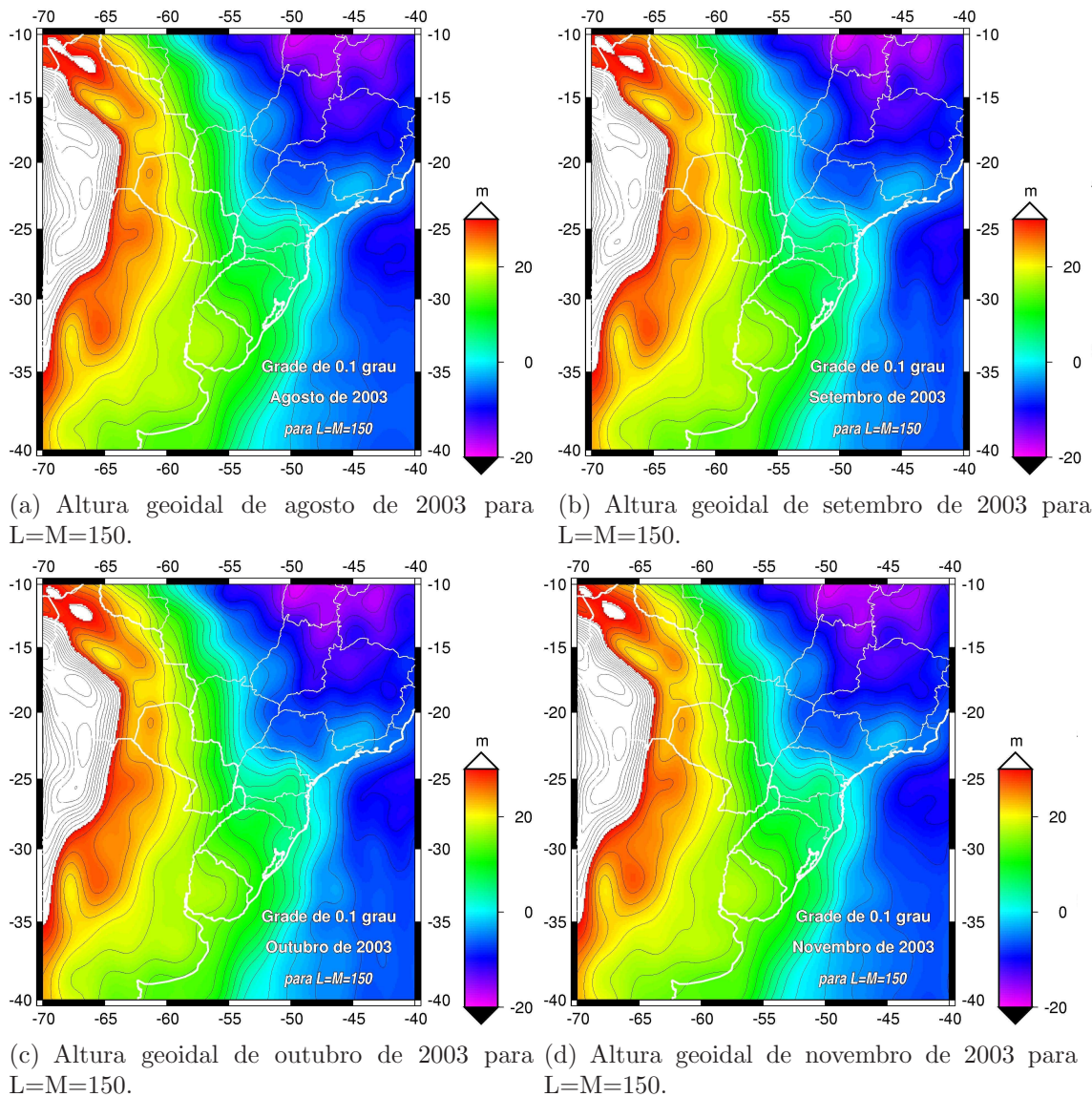


Figura D.5: Alturas geoidais para a solução mensal com seu respectivos grau e ordem máximos fornecido pelo GRACE

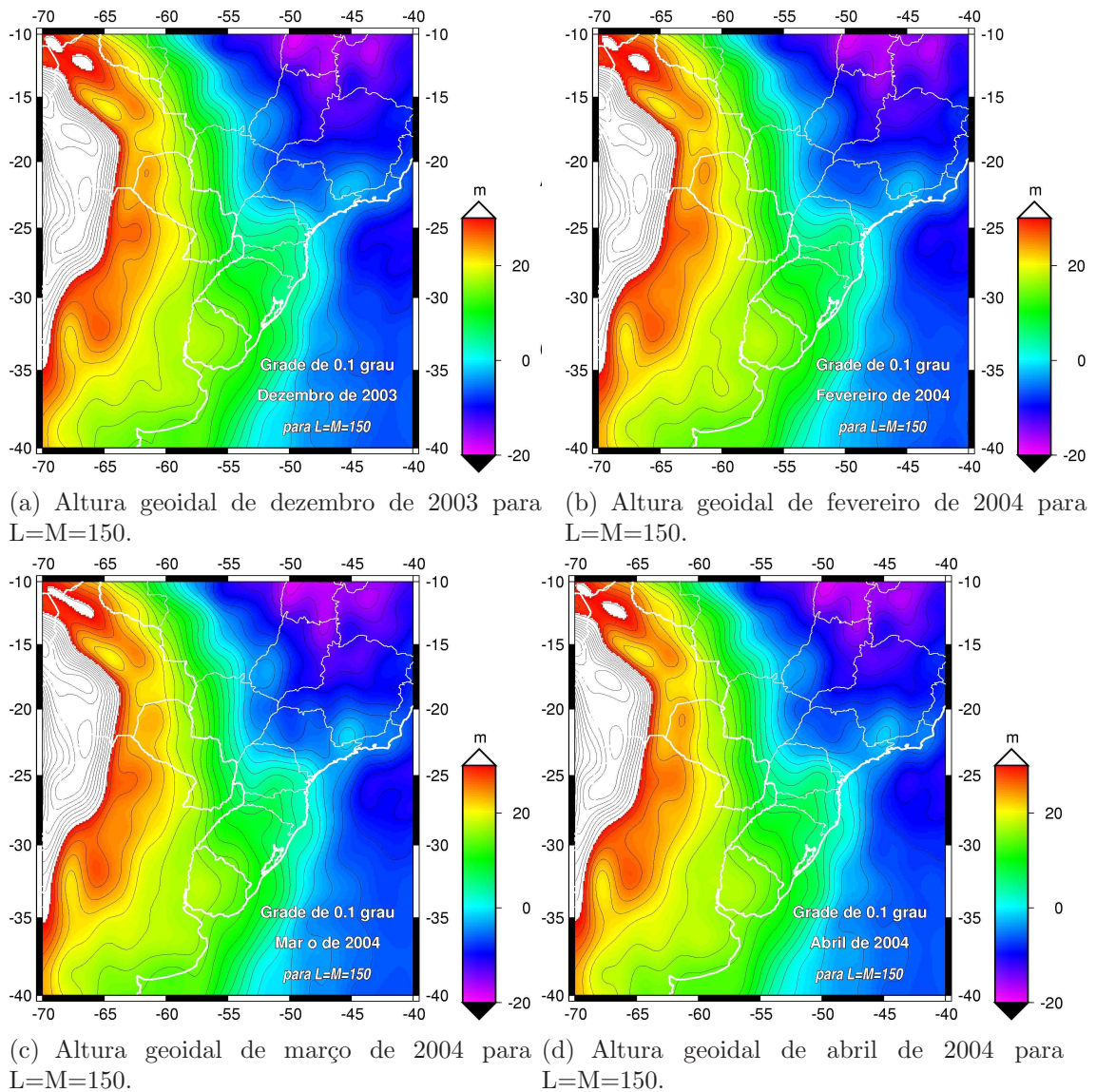


Figura D.6: Alturas geoidais para a solução mensal com seu respectivos grau e ordem máximos fornecido pelo GRACE

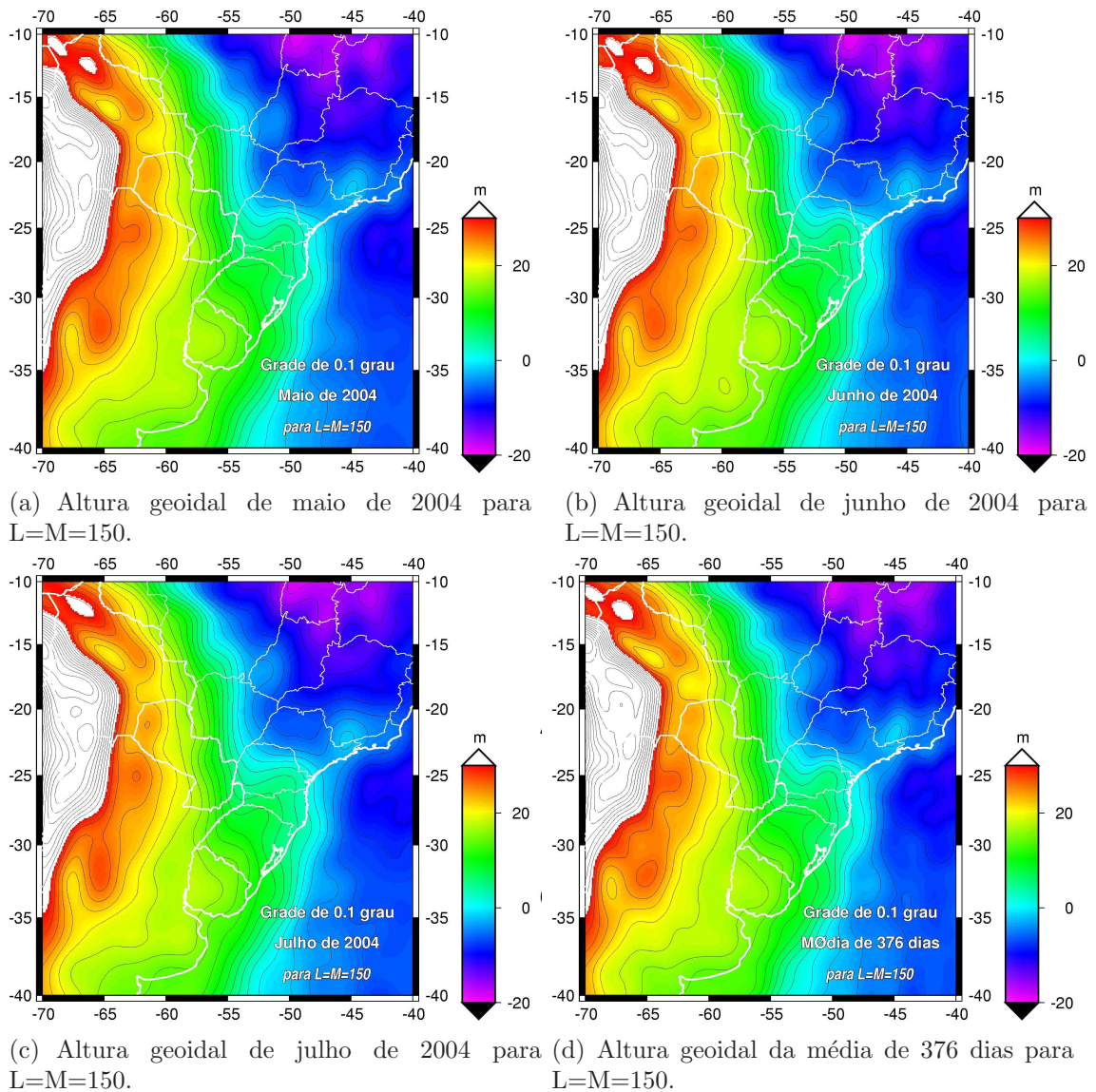
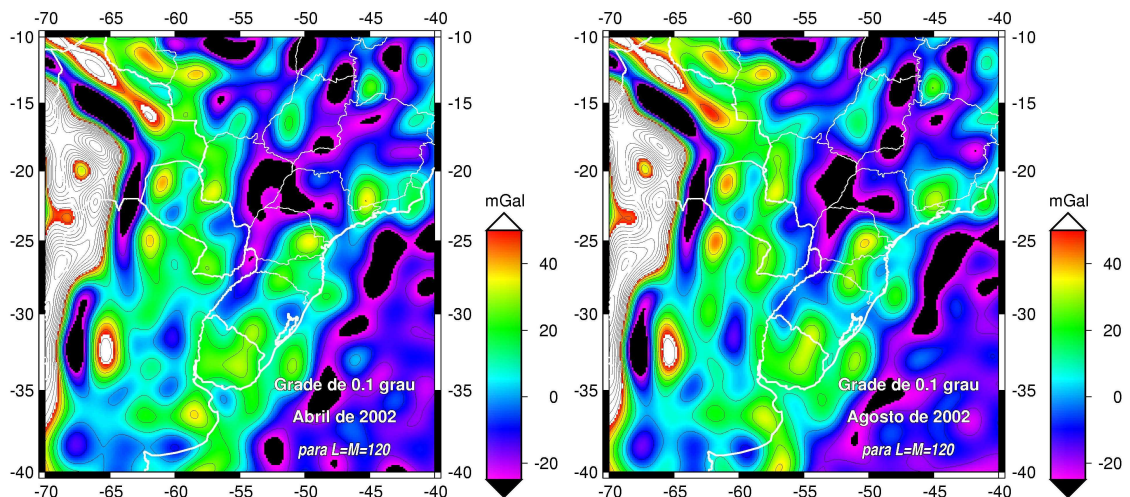


Figura D.7: Alturas geoidais para a solução mensal com seu respectivos grau e ordem máximos fornecido pelo GRACE

- Representação da anomalia ar livre para a região de estudo calculadas a partir dos resultados do conjunto de solução GRACE fornecidos para grau e ordem máximos (120 ou 150) no período de abril de 2002 a julho de 2004.



(a) Anomalia ar livre de abril/maio de 2002 para  $L=M=120$ . (b) Anomalia ar livre de agosto de 2002 para  $L=M=120$ .

Figura D.8: Anomalias ar livre para a solução mensal com seu respectivos grau e ordem máximos fornecido pelo GRACE

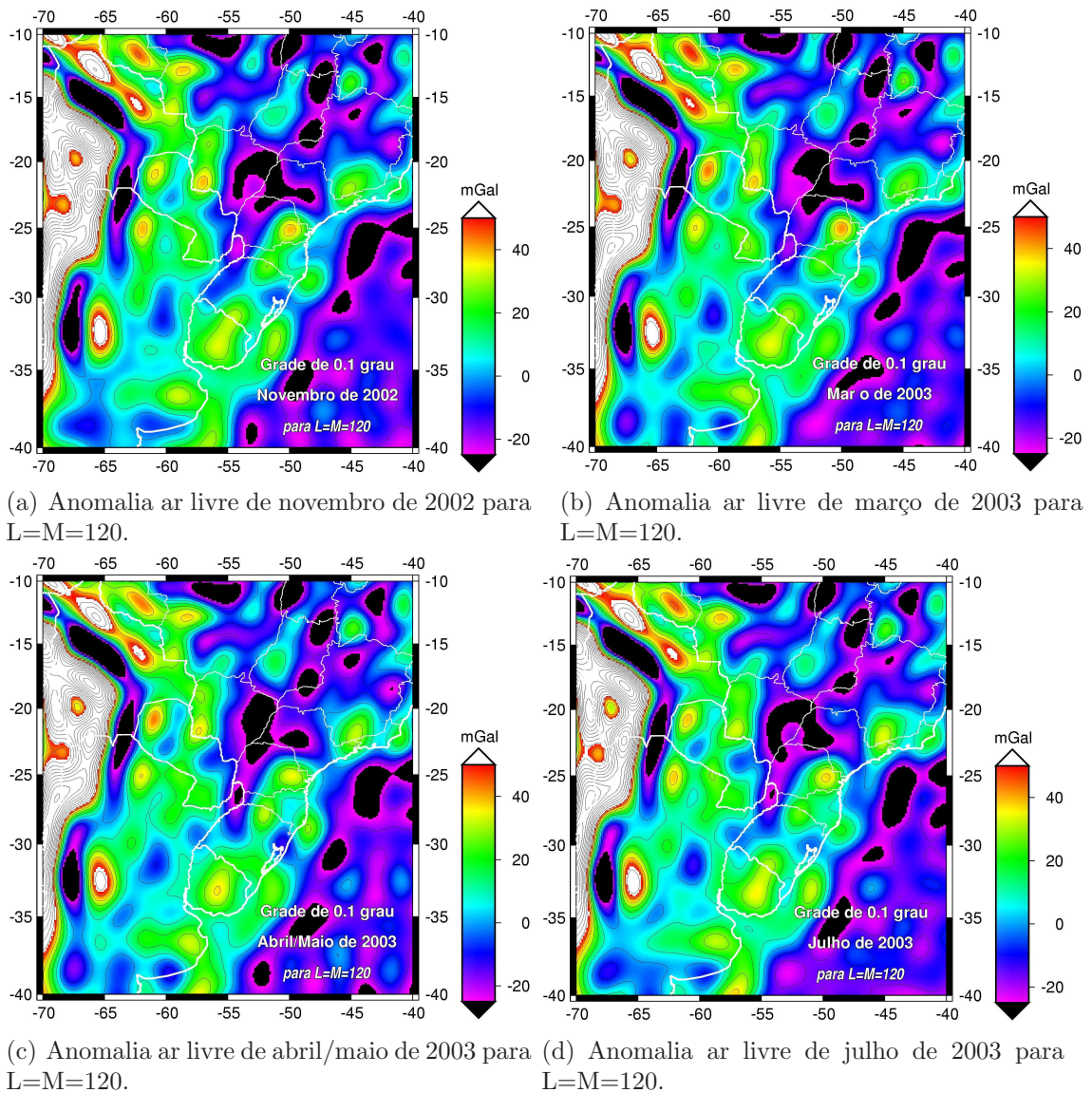


Figura D.9: Anomalias ar livre para a solução mensal com seu respectivos grau e ordem máximos fornecido pelo GRACE.



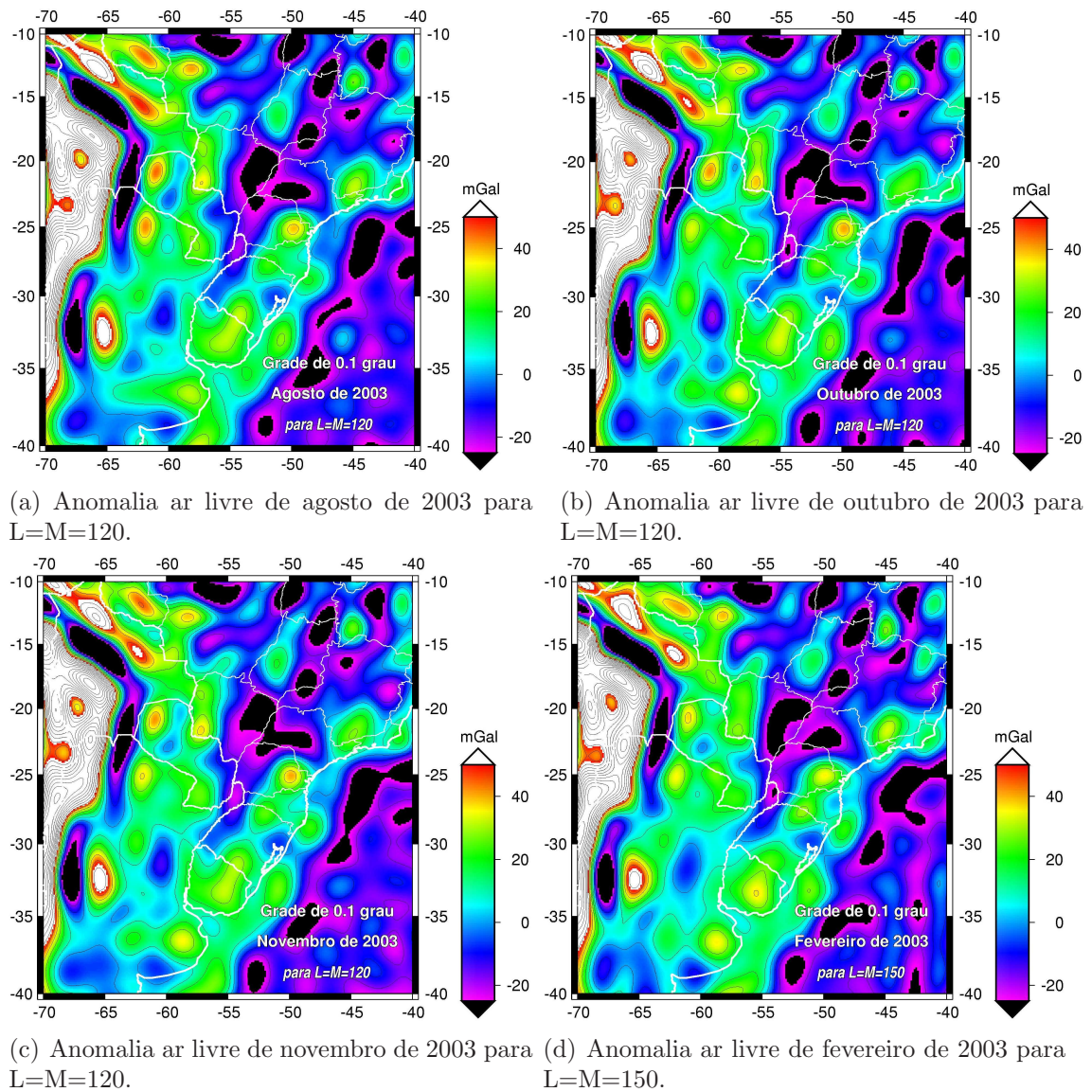


Figura D.10: Anomalias ar livre para a solução mensal com seu respectivos grau e ordem máximos fornecido pelo GRACE

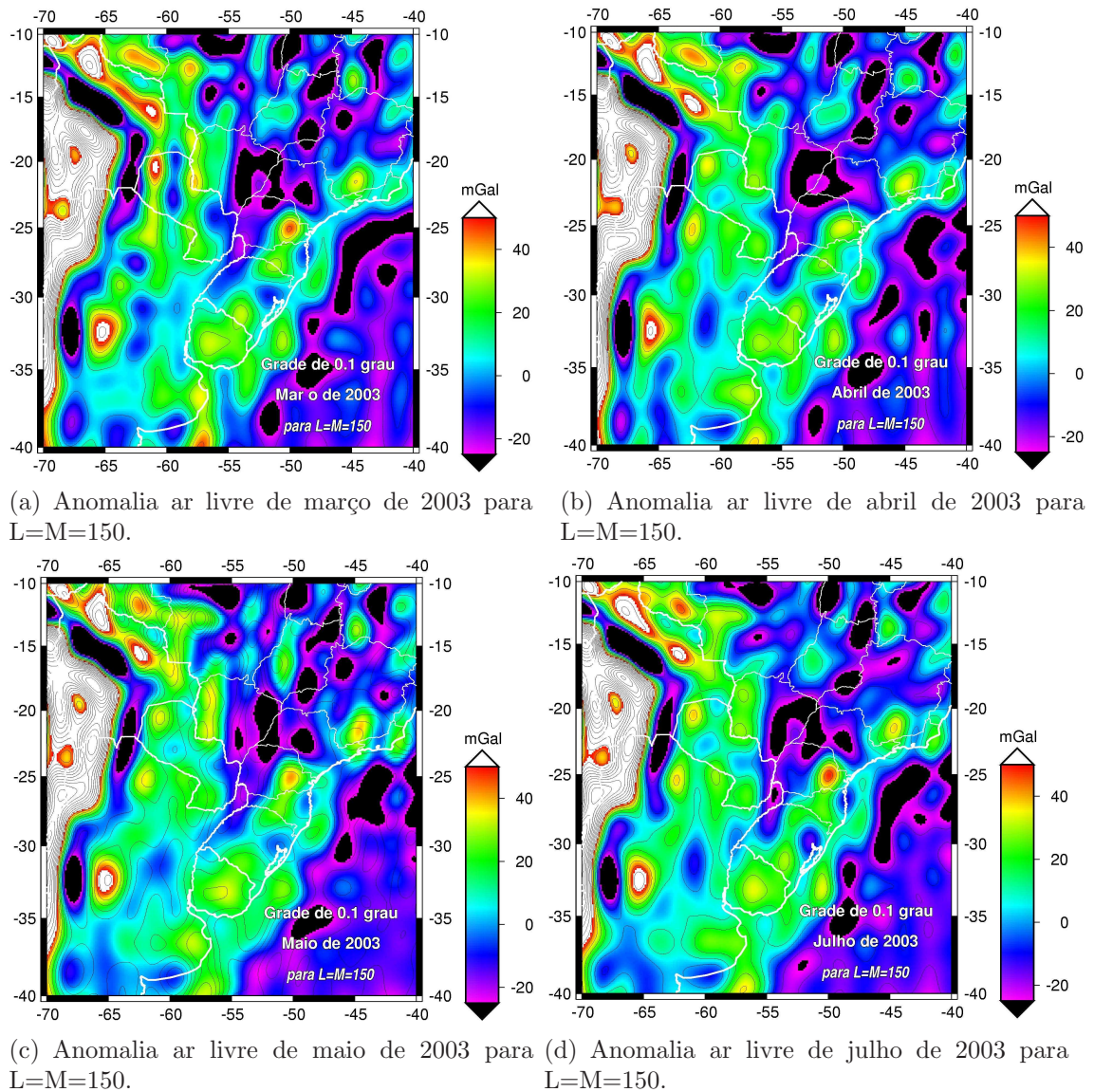


Figura D.11: Anomalias ar livre para a solução mensal com seu respectivos grau e ordem máximos fornecido pelo GRACE

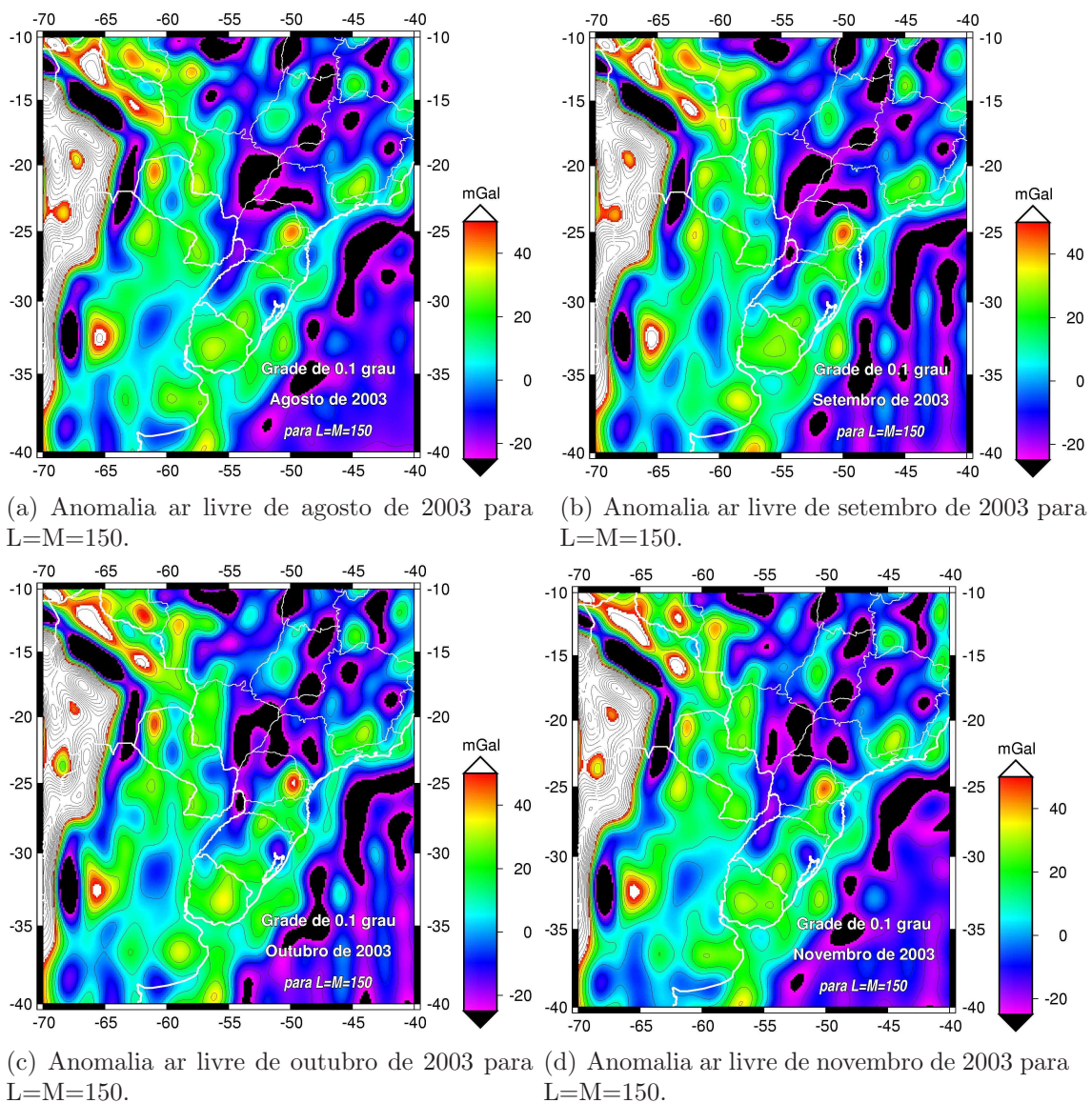


Figura D.12: Anomalias ar livre para a solução mensal com seu respectivos grau e ordem máximos fornecido pelo GRACE

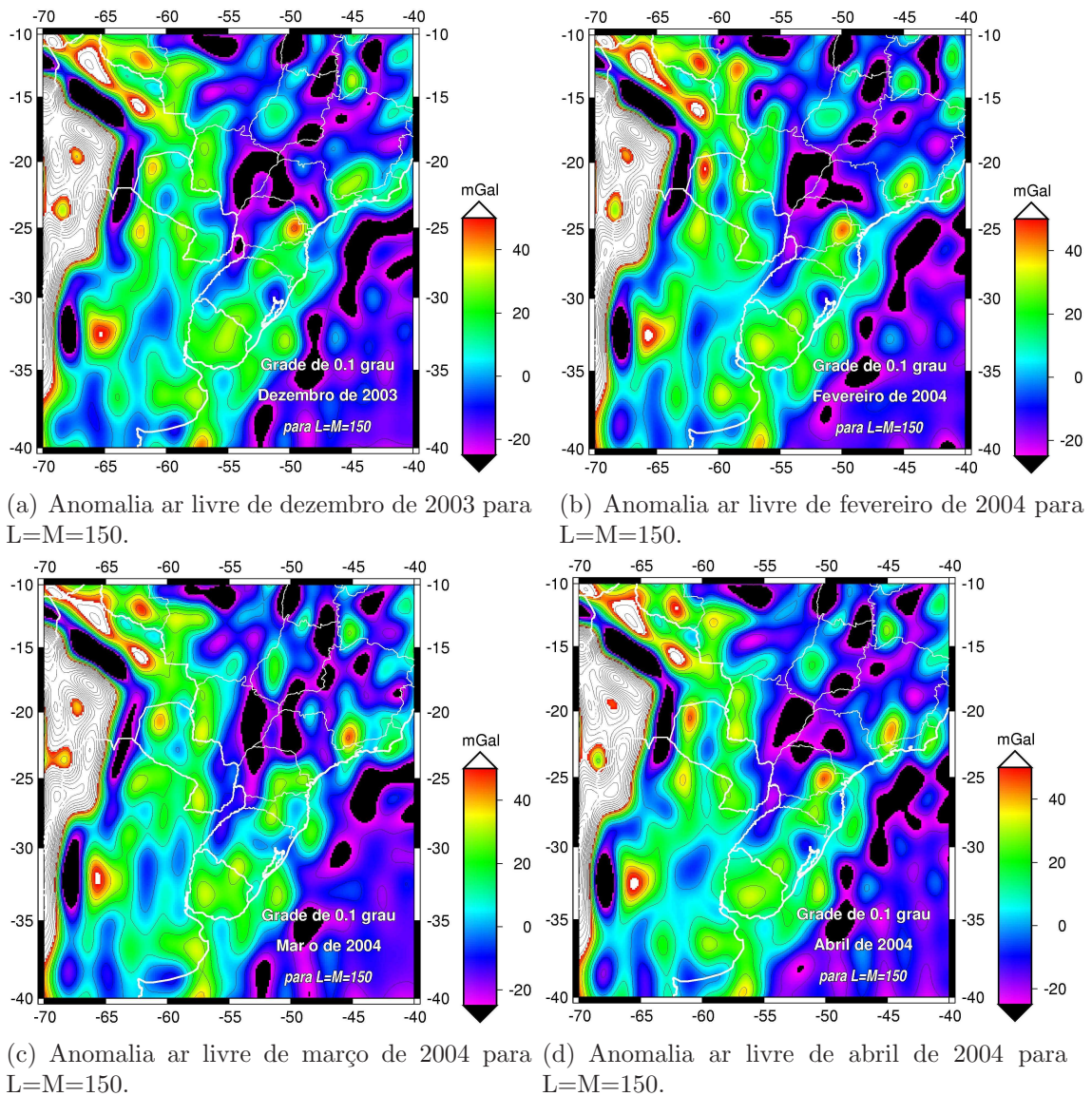


Figura D.13: Anomalias ar livre para a solução mensal com seu respectivo grau e ordem máximos fornecido pelo GRACE

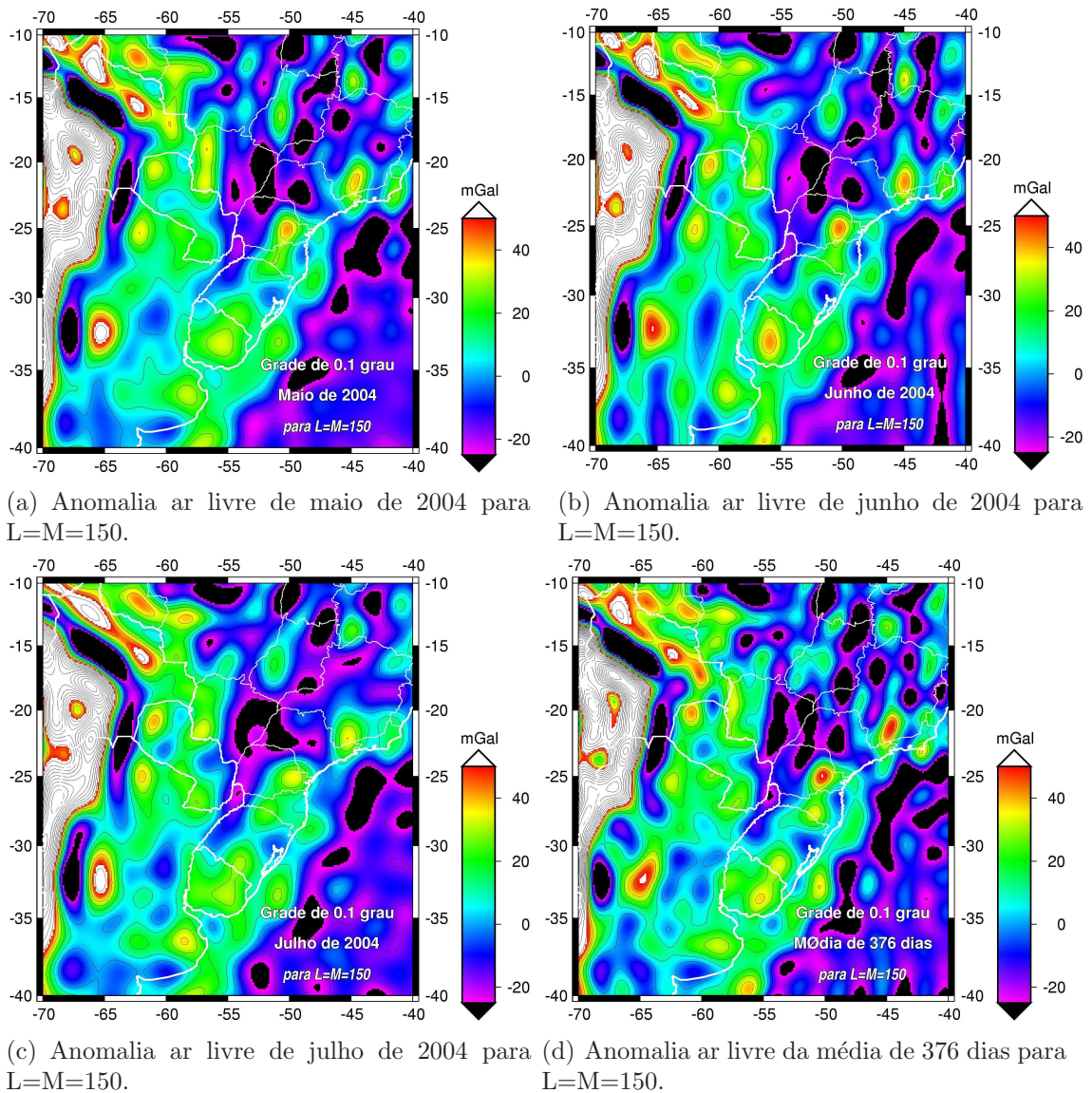


Figura D.14: Anomalias ar livre para a solução mensal com seu respectivos grau e ordem máximos fornecido pelo GRACE