

**USP - Universidade de São Paulo**

Rodrigo Bernadelli Santos

**Uma experiência de transposição didática e aplicação das principais  
contribuições teóricas e observacionais no campo de lentes gravitacionais e  
os conceitos físicos envolvidos**

**São Paulo**

**2023**



Rodrigo Bernadelli Santos

**Uma experiência de transposição didática e aplicação das principais contribuições teóricas e observacionais no campo de lentes gravitacionais e os conceitos físicos envolvidos**

Dissertação apresentada ao Departamento de Astronomia do Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas da USP – Universidade de São Paulo como requisito parcial para a conclusão do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Astronomia e obtenção do título de Mestre em Ensino, sob a orientação do Prof. Dr. José Ademir Sales Lima.

**VERSÃO CORRIGIDA. O ORIGINAL ENCONTRA-SE DISPONÍVEL NA UNIDADE.**

**São Paulo**

**2023**



Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Catálogo na publicação

Serviço de Biblioteca e Documentação

Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas da Universidade de  
São Paulo





Universidade de São Paulo  
Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas

## COMISSÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO

### LISTA DE ASSINATURAS

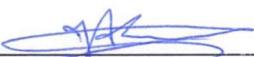
**MESTRANDO:** Rodrigo Bernadelli Santos

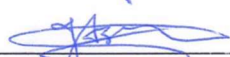
**PROGRAMA:** Mestrado Profissional em Ensino de Astronomia


**ÁREA:** Astronomia na Educação Básica

**TÍTULO:** "Uma experiência de transposição didática e aplicação das principais contribuições teóricas e observacionais no campo de lentes gravitacionais e os conceitos físicos envolvidos"


### MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA:

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. José Ademir Sales de Lima - orientador - IAG/USP

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Luiz Cleber Tavares de Brito - UFLA  
(por videoconferência)

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Rogolfo Valentim da Costa Lima - UNIFESP  
(por videoconferência)

**MESTRANDO:**

  
\_\_\_\_\_  
Rodrigo Bernadelli Santos

São Paulo, 27 de abril de 2023.





Dedico essa dissertação de mestrado à minha Mariana Schaper. Sempre ao meu lado, nos bons e maus momentos, viveu intensamente cada um dos dias enquanto caminhávamos juntos escrevendo nossos sonhos. Minhas palavras são ínfimas comparadas com a grandeza de seu amor e dedicação.

Obrigado. Eu te amo.



## AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus filhos Cecília e Dante, meus familiares e em especial à minha mãe Shyrley Bernadelli, que tanto lutou durante toda sua vida pensando em um futuro melhor para seus filhos incorrigíveis. Agradeço ao Prof. Dr. José Ademir que com uma paciência incansável e sabedoria inabalável me orientou e guiou, mesmo em tempos de pandemia, rumo a um futuro acadêmico melhor. Agradeço também aos meus amigos camaradas Adair Oliveira, Diego Bernadelli, Jean Marquez e Ronnie Lourenço que compreenderam minha ausência inexplicada em alguns momentos e sempre estiveram presentes ao meu lado.



“A matemática é o alfabeto com o qual Deus criou o Universo.”

Galileu Galilei



## RESUMO

UMA EXPERIÊNCIA DE TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA E APLICAÇÃO DAS PRINCIPAIS CONTRIBUIÇÕES TEÓRICAS E OBSERVACIONAIS NO CAMPO DE LENTES GRAVITACIONAIS E OS CONCEITOS FÍSICOS ENVOLVIDOS. 2023. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Astronomia) - Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2023.

O presente trabalho tem por objetivo desenvolver uma abordagem das lentes gravitacionais visando uma aplicação voltada para o Ensino Médio. Os efeitos das lentes gravitacionais podem ser evidenciados em diversos fenômenos de observação astronômica, sendo que seu entendimento é de grande importância para a divulgação dos conhecimentos científicos que envolvem os últimos avanços da ciência entre os alunos de ensino básico, além de contextualizar importantes conceitos de física moderna. Trataremos esse assunto utilizando sempre elementos já presentes na matriz curricular dos alunos como, Gravitação Universal, Leis de Kepler e Óptica Geométrica. Por fim, a aplicação em sala de aula será analisada quanto à sua eficiência para a aprendizagem dos conceitos tratados.

Palavras-Chave: Lentes Gravitacionais; Astronomia; Astrofísica;





## **ABSTRACT**

AN EXPERIENCE OF DIDACTIC TRANSPOSITION AND APPLICATION OF THE MAIN THEORETICAL AND OBSERVATIONAL CONTRIBUTIONS IN THE FIELD OF GRAVITATIONAL LENSING AND THE PHYSICAL CONCEPTS INVOLVED. 2023. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Astronomia) - Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2023.

This work aims to develop an approach to gravitational lenses aimed at an application aimed at high school. The effects of gravitational lenses can be evidenced in several astronomical observation phenomena, and their understanding is of great importance for the dissemination of scientific knowledge involving the latest advances in science among elementary school students, in addition to contextualizing important physics concepts Modern. We will deal with this subject always using elements already present in the students' curriculum, such as Universal Gravitation, Kepler's Laws and Geometrical Optics. Finally, the application in the classroom will be analyzed as to its efficiency for learning the concepts covered.

Key words: Gravitational Lenses; Astronomy; Astrophysics.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Competências específicas das três dimensões conhecimento .....	25
Figura 2 - Fluxograma da sequência do processo de aplicação do método IpC .....	33
Figura 3 - Curvatura do espaço alterado por grandes massas .....	57
Figura 4 - As geodésicas da esfera sempre serão círculos máximos .....	59
Figura 5 - Viagem de Nova Iorque a Lisboa por uma geodésica .....	59
Figura 6 - Em um cilindro teremos como geodésicas todos os paralelos, meridianos além das curvas helicoidais que podem ligar dois pontos escolhidos .....	60
Figura 7 - Efeito de deflexão da luz vinda de uma estrela distante, e que passa nas proximidades do Sol, determinado pelo seu campo gravitacional. ....	69
Figura 8 - Anéis de Einstein observado pelo telescópio Hubble.....	70
Figura 9 - Imagem do telescópio Hubble do quasar QSO 0957+561 com suas duas imagens formadas em azul (A e B) e a galáxia lente avermelhada (C) .....	72
Figura 10 - Resultados de fotometria de abertura de QSO 0957+561 A, B .....	72
Figura 11 - Fonte de luz (F) bem afastada de uma lente gravitacional (L) de massa M .....	74
Figura 12 - Duas imagens que não são simétricas, mas se encontram de lados opostos e, devido à simetria circular do problema degeneram os anéis de Einstein .....	75
Figura 13 - Várias imagens formadas por uma lente gravitacional devido à uma distribuição de massa não uniforme .....	77
Figura 14 - Formulário de pesquisa Google Forms da Tarefa de Leitura 1 (TL02) .....	80
Figura 15 - Formulário de pesquisa Google Forms da Tarefa Conceitual 1 (TC03) .....	83

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Diagrama de barras com o percentual de acertos da primeira rodada de votação da TC12 .....	87
Gráfico 2 - Diagrama de barras com o percentual de acertos após segunda rodada de votação da TC12 .....	88
Gráfico 3 - Pesquisa de Tema de Interesse com Alunos do Ensino Médio .....	98
Gráfico 4 - Pesquisa de Fonte de Informação Científica com Alunos do Ensino Médio .....	99
Gráfico 5 - Distribuição de notas na avaliação do SD no grupo de alunos pesquisados .....	105
Gráfico 6 - Distribuição de notas na avaliação do MD no grupo de alunos pesquisados .....	106

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Parâmetros e subníveis na abordagem científica .....	42
Tabela 2 - Descrição detalhada das aplicações em sala .....	44
Tabela 3 - Distribuição das diferentes atividades aplicadas .....	49
Tabela 4 - Distribuição e resultados das TLs e TCs nas aplicações em sala .....	88
Tabela 5 - Síntese da análise dos registros feitos a partir da análise das 35 apresentações produzidos pelos estudantes. ....	103



## LISTA DE SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
EsM	Ensino sob Medida
IpC	Instrução pelos Colegas
LG	Lentes Gravitacionais
MD	Material Didático
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Estudantes
PSSC	Physical Science Study Committe
QSO	Quasistellar Object
SD	Sequência Didática
TA	Texto de Apoio
TC	Teste Conceitual
TL	Tarefa de Leitura
TPA	Tarefa de Produção Avaliada
TRE	Teoria da Relatividade Especial
TRG	Teoria da Relatividade Geral
ZDP	Zona de Desenvolvimento Proximal





## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO .....	17
1.1	Estrutura da Dissertação .....	19
2	REFERENCIAL TEÓRICO .....	20
2.1	A inserção de tópicos de astrofísica no ensino médio .....	20
2.1.1	Justificativas para a inserção de tópicos de astrofísica .....	21
2.2	A Astrofísica nos atuais currículos de Ensino Médio .....	23
2.3	A Astrofísica e o Novo Ensino Médio .....	24
2.4	A formação em astrofísica dos professores .....	24
3	METODOLOGIA DE PESQUISA .....	28
3.1	Referencial Teórico da Metodologia .....	28
3.1.1	Ensino sob Medida (EsM) .....	31
3.1.2	Instrução pelos Colegas (IpC) .....	32
3.1.3	A Aprendizagem Significativa de Ausubel .....	34
3.1.4	O Sócio-interacionismo de Vigotski .....	36
3.2	Descrição detalhada da Metodologia .....	37
3.2.1	Metodologia de Investigação e Validação do Tema .....	38
3.2.2	Metodologia das Aplicações em Sala de Aula .....	40
3.3	Material Didático Utilizado .....	47
3.4	Tarefas de Litura (TL) e Testes Conceituais (TC) .....	49
4	A TEORIA DA RELATIVIDADE GERAL .....	51
4.1	Introdução .....	51
4.2	Teoria da Relatividade Especial (TRE) .....	51
4.2.1	Princípio da Relatividade .....	52
4.2.2	Princípio da Invariância da Velocidade da Luz .....	53
4.2.3	A Equivalência Massa-Energia .....	53



4.3 Teoria da Relatividade Geral (TRG) .....	54
4.3.1 Princípio da Equivalência .....	55
4.3.2 Gravidade e a Geometria do Espaço e Tempo .....	57
4.3.3 Geodésicas: o caminho mais curto .....	58
4.3.4 As Geodésicas do $R^4$ na TRG .....	61
4.3.5 A Interação Gravitacional na TRG .....	62
4.3.6 A Matemática da TRG .....	63
5 AS LENTES GRAVITACIONAIS .....	67
5.1 Introdução .....	67
5.2 A Cronologia das Descobertas .....	67
5.3 Classificação das Lentes Gravitacionais .....	73
5.4 Equacionando as Lentes Gravitacionais .....	73
5.5 Magnificação da Fonte .....	76
6 APLICAÇÃO NO ENSINO MÉDIO .....	78
6.1 Introdução .....	78
6.2 Relato das Atividades .....	79
6.3 Relato Detalhado das Aplicações .....	90
6.3.1 Relato da Primeira Aplicação em Sala .....	90
6.3.2 Relato da Segunda Aplicação em Sala .....	90
6.3.3 Relato da Terceira Aplicação em Sala .....	91
6.3.4 Relato da Quarta Aplicação em Sala .....	91
6.3.5 Relato da Quinta Aplicação em Sala .....	92
6.3.6 Relato da Sexta Aplicação em Sala .....	92
6.3.7 Relato da Sétima Aplicação em Sala .....	93
6.3.8 Relato da Oitava Aplicação em Sala .....	93



7	RESULTADOS OBTIDOS .....	94
7.1	Introdução .....	94
7.2	Resultados da Análise e Investigação do Tema .....	97
7.3	Análise das apresentações da Tarefa de Produção Avaliada .....	100
7.4	Avaliação das Aplicações pelos Estudantes .....	104
7.5	Avaliação do Material Didático pelos Estudantes .....	106
8	CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES .....	109
8.1	Considerações Finais .....	109
8.2	Conclusões .....	110
	REFERÊNCIAS .....	112
	ANEXO A - TERMO DE CONSENTIMENTO .....	117
	ANEXO B - RESPOSTAS FORNECIDAS PELOS ESTUDANTES .....	118
	APÊNDICE A – MATERIAL DO ALUNO .....	125
	APÊNDICE B – MATERIAL DO PROFESSOR .....	204
	APÊNDICE C – QUESTIONÁRIOS E TESTES APLICADOS .....	223
	APÊNDICE D – TAREFAS DE PRODUÇÃO AVALIADA .....	248



## 1 INTRODUÇÃO

O estudo da luz é um tópico de grande importância para o entendimento das leis fundamentais da natureza e, exatamente por isso, desperta um enorme fascínio, estando presente durante toda evolução da ciência. Entender os fenômenos luminosos possibilitou a criação de ferramentas decisivas para o avanço de toda a física e, também é claro, para o avanço da Astrofísica e da Cosmologia. Trataremos nesse texto de um fenômeno importantíssimo para a compreensão do Cosmos: as Lentes Gravitacionais (LG), que constituem o desvio no caminho de propagação da luz devido a um campo gravitacional resultante da presença de um objeto massivo em sua trajetória. Tentaremos entender o que são essas lentes e quais os princípios que as explicam.

Nos seus trabalhos em óptica apresentados na obra *Opticks* de 1704, Isaac Newton já tratava a luz composta de partículas, e assim, sujeita às interações gravitacionais. Essa natureza corpuscular foi utilizada por Cavendish em 1783 para calcular os desvios sofridos pela luz em sua trajetória devido à gravitação newtoniana. Hoje, no entanto, entendemos a luz como uma dualidade partícula-onda, representada por uma partícula desprovida de massa, o fóton. Logo, não estaria então sujeita aos efeitos clássicos da gravidade. Nesse novo contexto da física moderna trataremos as lentes gravitacionais e seus efeitos e contribuições para o estudo do Universo e, para isso, traremos à tona conceitos importantes da Relatividade Geral einsteiniana sobre a textura e o comportamento do espaço e do tempo (BARTHEM, 2005).

De fato, a ideia do desvio da luz em uma trajetória no espaço em meio homogêneo foi retomada em outro contexto, por meio da Teoria da Relatividade de Albert Einstein. Em 1905, quando apresenta a Teoria da Relatividade Restrita, Einstein já relaciona a energia do fóton com sua massa. No entanto, nessa abordagem ainda não existia nenhuma relação dessa massa com possíveis efeitos gravitacionais.

Após 1905, Einstein procurava uma nova abordagem da gravidade que estivesse de acordo com a Teoria da Relatividade Especial (TRE), surge então a Teoria da Relatividade Geral (TRG), que introduz a ideia do contínuo espaço-tempo, que seria o meio de propagação da luz capaz de ser deformado pela presença de massa, ou seja, deformado por um campo gravitacional criado devido à presença de um objeto massivo. Ainda em 1911, mesmo com sua Relatividade Geral ainda incompleta, Einstein calculou o desvio sofrido pela luz, chegando aos mesmos valores encontrados por Cavendish. Ao final dos trabalhos em Relatividade Geral os valores encontrados por Einstein, no entanto, foram o dobro do desvio previsto pela gravitação newtoniana (LIMA; SANTOS, 2019).

Desde 1912 Einstein já havia proposto que esse desvio fosse medido por astrônomos através do Eclipse solar. Após algumas tentativas fracassadas, Sir Arthur Eddington, em 1919 organizou duas equipes para medir o efeito em dois pontos separadamente e de forma simultânea. Uma equipe fez as medições na Ilha de Príncipe, na África, enquanto a outra em Sobral, no Ceará. O mau tempo na África na ocasião impossibilitou boas medidas, no entanto, no Ceará, com tempo favorável, a equipe de Eddington obteve boas medidas e os cálculos finais de Einstein foram comprovados.

Acreditamos que os conceitos de lentes gravitacionais podem ser apresentados ao estudante de ensino básico com relativa simplicidade, sem perder a abrangência e importância do fenômeno. Sendo que, a experiência com esse conhecimento contextualizado traz para o aluno informações que permitem o contato direto com as fronteiras da pesquisa atual científica. Acima de tudo, a discussão sobre as lentes gravitacionais e as leis que envolvem esse fenômeno são uma oportunidade única de inserir a astrofísica, astronomia e conceitos de física moderna no ensino médio, o que é uma preocupação constante na ciência e na educação moderna.

A inserção de um tema moderno e sua análise por meio de conceitos fundamentais pode ser de grande auxílio para o mapeamento e resolução de dificuldades antigas associadas à física tradicionalmente abordada nos currículos escolares. Podemos assim comparar o velho e o novo e, dessa forma, tentar melhor entender como evolui o conhecimento científico.

Temos conhecimento de poucos trabalhos sobre o ensino de lentes gravitacionais no Ensino Básico. Por mais que vários trabalhos de pós-graduação divulgados em diversos países contribuam com investigações sobre o domínio de conceitos de astrofísica e cosmologia como Big Bang, matéria escura e evolução do Universo, poucos desses estudos são voltados exclusivamente para os alunos do Ensino Médio ou Fundamental. Tanto as propostas apresentadas quanto materiais didáticos produzidos são voltados para alunos de graduação. O tema específico aqui tratado, as Lentes Gravitacionais, é abordado em muitos livros-textos de astronomia, mas que possuem como público-alvo os estudantes universitários. Entre alguns desses textos podemos exemplificar a obra *The Essential Cosmic Perspective*, de Bennet *et al.* (BENNET, 2019). Essa obra é nossa referência conceitual nesse trabalho que se destina exclusivamente a alunos de Ensino Médio, sendo ela um texto também escrito em inglês e voltada para alunos de curso superior.

Por fim, vale aqui ratificar que, assim como enfatiza Horvath (2019), o ensino de Física, pode ser melhorado de forma interdisciplinar ao se aplicar Astrofísica Estelar, aproveitando o “gosto” pela Astronomia como catalisador do processo. A Astrofísica, também pode ser utilizada como meio de integrar Mecânica Quântica e Relatividade no Ensino Médio.



## 1.1 Estrutura da Dissertação

O objetivo do trabalho apresentado nesta dissertação é o desenvolvimento de uma sequência didática e um material didático voltados para alunos e professores do Ensino Médio sobre o tópico Lentes gravitacionais. O trabalho é apresentado de forma que inicialmente trazemos uma discussão geral sobre a inclusão de tópicos de astronomia no currículo do Ensino Médio. Apresentamos então tanto algumas justificativas largamente discutidas na literatura do assunto, assim como, metodologias que devem ser consideradas para essa inclusão. A partir do Capítulo 4 apresentamos alguns conceitos de física moderna decisivos para o entendimento das Lentes Gravitacionais, à medida em que fundamentam uma abordagem geral sobre os fenômenos envolvidos. Em seguida, discutimos os conceitos físicos que envolvem o tópico Lentes Gravitacionais e apresentamos o contexto histórico de sua descoberta enfatizando o Eclipse de Sobral em 1919. Esses conceitos são de maior dificuldade de entendimento e são direcionados aos professores que tenham interesse em um maior domínio sobre o assunto. Tratamos então da discussão sobre as diferenças entre resultados previstos por Newton e Einstein, e do resultado experimental que confirma a previsão da física einsteiniana sobre os desvios gravitacionais sofridos pela luz.

Apresentamos em seguida o detalhamento da aplicação da Sequência Didática (SD) e Material Didático (MD) produzidos nesse trabalho e voltados para as aulas que foram ministradas em turmas do segundo ano do Ensino Médio. O APÊNDICE A - MATERIAL DO ALUNO contém esse material produzido para as aulas e voltado para o aluno. O APÊNDICE B - MATERIAL DO PROFESSOR traz as projeções – *slides* utilizados em sala - que direcionaram a apresentação em sala de aula. No APÊNDICE C - QUESTIONÁRIOS E TESTES APLICADOS encontramos os questionários de pesquisa distribuídos em sala assim com as tarefas e testes aplicados durante o curso. Por fim, o APÊNDICE D – TAREFAS DE PRODUÇÃO AVALIADA traz algumas das tarefas que foram produzidas e apresentadas pelos estudantes a partir da sequência didática aplicada em sala.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

Apresentamos aqui nesse capítulo os referenciais teóricos que deram as diretrizes de nosso trabalho. Tratamos aqui também conceitos importantes para a correta análise das ferramentas aplicadas e dos dados obtidos durante as aplicações em sala, assim como nas pesquisas realizadas com os participantes do projeto.

### 2.1 A inserção de tópicos de astrofísica no ensino médio

Os tradicionais currículos de física do Ensino Básico quase sempre se restringem à ciência desenvolvida até o final do século XIX, ignorando então, ou pouco reconhecendo, os grandes avanços do século XX, que incluem importantes conceitos de física moderna, sendo que uma parte importante desses avanços ocorreu ou esteve inserida dentro da astronomia e, mais especificamente na astrofísica. Entre os conceitos mais importantes que envolvem a astrofísica é preciso enfatizar a importância da física quântica e da relatividade restrita e geral einsteiniana. Sabemos que a inclusão desses tópicos nos currículos pré-universitários não é uma inovação que só aparece agora. De fato, algumas propostas inovadoras da década de 60 já trouxeram alguns desses temas e foram de grande influência nos materiais didáticos e currículos produzidos posteriormente. A sequência didática do projeto *Physical Science Study Committe* (PSSC), por exemplo, trazia os importantes conceitos de fótons, dualidade partícula-onda e física nuclear (PSSC, 1960). Alguns desses temas foram igualmente tratados no *Harvard Project Physics*, outro importante projeto de grande influência em todo mundo nas décadas seguintes (RUTHERFORD *et al.*, 1970). Ambos os projetos desenvolvidos nos EUA.

O fim dos anos de 1950, que foi marcado pela Guerra Fria, foi palco de uma educação científica de baixa qualidade, o que certamente atrasaria o desenvolvimento a longo prazo dos EUA (LANGHI; NARDI, 2012). Assim, um movimento internacional de reforma curricular foi iniciado na mesma época do lançamento do satélite espacial soviético Sputnik em 1957. Nessa década então os currículos brasileiros passaram a ser influenciados pelos projetos educacionais PSSC e Harvard Project que apresentavam astronomia em suas propostas.

Nesse contexto, a astronomia, e especificamente a astrofísica desempenham importante papel na modernização dos currículos de Ensino Básico, envolvendo diversos conceitos de física moderna, além de trazer uma contextualização do ambiente em que várias dessas descobertas aconteceram e, é claro, permitir ao aluno uma maior aproximação dos maiores avanços da ciência moderna.

### 2.1.1 Justificativas para a inserção de tópicos de Astrofísica

Podemos apresentar uma lista de justificativas para a inclusão de temas atuais de grande relevância para o ensino de física moderna e contemporânea em currículos de cursos introdutórios de física, todos com ampla aplicação na astronomia (OSTERMANN; MOREIRA, 2000). Na III Conferência Interamericana sobre Educação em Física, por exemplo, as seguintes razões para essa inserção foram trazidas por um grupo de trabalho formado exatamente com o propósito de discutir o ensino de física moderna no Ensino Básico (BAROJAS, 1998):

- a) despertar a simples curiosidade em astronomia como conhecimento humano e na astrofísica como tentativa de entender a estrutura e evolução do Universo;
- b) apresentar aos estudantes as grandes inovações que a ciência nos trouxe após 1900, revelando então o excitante caminho de descobertas de novas fronteiras vivido pela astronomia moderna;
- c) atrair novos alunos para o ambiente acadêmico que possam se tornar futuros professores ou pesquisadores em astronomia;
- d) o entusiasmo com que o próprio professor trata as inovações curriculares que trazem as fronteiras da ciência para a sequência didática e material didático desempenha papel importante em seu desempenho no ensino;
- e) pesquisas modernas indicam que a física clássica apresenta dificuldades conceituais devido a alguns conceitos abstratos, assim como a física moderna, não justificando então a escolha de uma em detrimento de outra na busca de melhor familiarização dos alunos (LANGHI; NARDI, 2012).

Notamos assim a importância da inserção de tópicos de física moderna em cursos introdutórios de física, embora a lista anterior ainda não esteja completa. Entender a “linha do tempo” da construção do pensamento científico e sua evolução ao longo da história é fundamental para uma boa compreensão tanto da física clássica quanto da física contemporânea. Isso aproxima a ciência do aluno e mostra que ele também pode contribuir para essa construção. Além disso, torna-se possível uma maior aproximação entre a física do século XIX e o cotidiano dos estudantes, os quais estão imersos em um bombardeio de notícias sobre tecnologias que não são capazes de compreender usando apenas o conteúdo classicamente apresentado na escola. Além de que essas notícias nem sempre trazem um rigor científico mínimo necessário para que haja um correto entendimento do real significado do avanço que elas representam e um maior esclarecimento sobre as possíveis interpretações equivocadas que elas podem trazer quando conduzidas de forma ruim.

Sabemos também que o carácter lúdico e o envolvimento cultural têm papel decisivo no entusiasmo despertado no estudante, o que nem sempre é conseguido pelo professor em sala de aula. Nesse contexto, mesmo fora da sala de aula o estudante tem acesso a temas científicos como a teoria da relatividade, buracos negros, radiações e até mesmo a matéria escura ou lentes gravitacionais.

Isso é notável não só em noticiários, como também em filmes e histórias de ficção científica que sempre fizeram uso de forma empolgante desses temas. No filme *Apollo 13*, por exemplo, conceitos simples de gravitação são tratados enquanto um grupo de astronautas é enviado à Lua, mas eles não sabem se vão conseguir voltar para a Terra, já que a nave havia sofrido um acidente em um tanque de oxigênio, ou, *A Teoria de Tudo*, baseado na biografia de Stephen Hawking, em que vários elementos de astrofísica são tratados enquanto o filme mostra as conquistas da sua carreira científica. Num contexto cientificamente muito bem construído, o filme *Interestelar* apresenta uma descrição notavelmente detalhada de um buraco negro (JAMES *et al.*, 2015). Esses e outros exemplos são, assim, fundamentais para se desenvolver a empolgação dos alunos com essas histórias e nesse contexto diferenciar de fato o que é ficção e o que é ciência.

Não podemos também esquecer nessa análise que a física moderna muda drasticamente nossa visão do Universo e, assim, se torna fundamental a inclusão desses temas decisivos no Ensino Básico. É claro que a física clássica também é capaz desse feito: por exemplo, a noção galileana de inércia vai contra nossa intuição aristotélica de movimento. A física moderna, entretanto, vai muito além, levando esse distanciamento a extremos que desafiam noções muito básicas como, por exemplo, a de simultaneidade, que não é mais um conceito absoluto segundo a relatividade especial. Esses argumentos explicam por que existe um desejo generalizado dentro da comunidade de físicos de que os cursos introdutórios abordem aspectos da física moderna.

Por fim, é preciso também enfatizar que o sucesso dessa estratégia depende também de quais conteúdos são escolhidos e da forma como eles são apresentados. É preciso questionar se a inserção prematura de resultados da mecânica quântica ou da física nuclear, por exemplo, produz um aprendizado ou compreensão genuína desse conteúdo. Afinal, isso pode levar de fato apenas a uma memorização improfícua de novos e assustadores resultados, sem que haja um entendimento apropriado dos conceitos físicos relevantes (ARONS, 1997). Essa crítica sugere o amadurecimento da ideia de que é importante discutir as formas de inclusão da física moderna nos cursos introdutórios, o que faremos a seguir.

## 2.2 A Astrofísica nos atuais currículos de Ensino Médio

Com a BNCC implementada a partir de 2019 (BRASIL - MEC, 2019), novos currículos passam a ser elaborados em todo país, e tanto esses currículos quanto os materiais didáticos relacionados passam a ser orientados por essa nova perspectiva de ensino de ciências, trazendo esse novo contexto de para a sala de aula. Um contexto no qual o ensino de astronomia se consolida, estando agora presente em um eixo temático a ser trabalhado em todas as séries da Educação Básica.

No entanto, a astronomia ainda continua sendo um assunto pouco abordado em sala de aula, em grande parte devido às limitações da formação dos professores sobre esse tema (LANGHI; NARDI, 2012). Apesar de existirem trabalhos acadêmicos que proponham caminhos para que sejam resolvidas essas deficiências, segundo Langhi e Nardi (2012), os professores se sentem incapazes e inseguros. Nesse contexto, esse trabalho aqui apresentado propõe ajudar a preencher algumas das lacunas presentes no atual Ensino Básico nacional, trazendo uma sugestão não só de aplicação em sala de aula como também para a formação docente continuada que aborde conceitos de astrofísica.

Torna-se também importante aqui questionar o motivo de se ensinar astronomia, ou mais especificamente astrofísica, em detrimento a outros conteúdos. Ou seja, questionar os fundamentos científicos ou pedagógicos que possam tornar essa a melhor escolha. Assim, vale ratificar que os documentos que dão as diretrizes curriculares enfatizam que o ensino deve sempre evoluir do concreto para o abstrato, ou seja, considerar o que o estudante já sabe e, a partir daí trazer conceitos teóricos e abstratos que confirmem essa experiência (CARVALHO, 2016). Logo, é fácil adotar o movimento dos corpos celestes e a sua observação, algo presente em toda história humana, como ponto de partida para o entendimento de conceitos que expliquem a evolução do próprio Universo.

Sabemos, no entanto, que existem ainda várias outras formas de se construir esse pensamento no ensino de ciências que não serão aqui adotadas. Podemos, por exemplo, citar o interessante movimento no sentido contrário, ou seja, que vai do abstrato ao concreto e tem como objetivo o desenvolvimento do pensamento científico-teórico (DAVYDOV, 1982). Esse pensamento desenvolve a ressignificação da realidade concreta por meio do aprendizado de significados construídos socialmente ao longo da história. Decidimos aqui nesse trabalho não optar por esse caminho.

### **2.3 A Astrofísica e o Novo Ensino Médio**

Os conceitos fundamentais de ciências que qualquer estudante da Educação Básica no Brasil tem acesso são hoje determinados pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), que foram elaborados em conformidade com a atual Lei de Diretrizes e Bases da Educação Brasileira (1996). Os PCN estabelecem diretrizes curriculares que direcionam a elaboração dos currículos escolares em todos Estados brasileiros. Já o Plano Nacional de Educação trouxe a necessidade da elaboração de uma Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em conformidade com as Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais para a Educação Básica (2013).

Os PCN, por sua vez, trouxeram às salas de aula conteúdos que possibilitassem uma formação voltada para a cidadania (BRASIL - MEC, 1998), e que não estivessem direcionados para um caminho acadêmico tecnicista ou aos exames de vestibulares. Dessa forma, a formação educacional básica foi estendida até os anos finais do Ensino Médio, complementando o aprendizado com o desenvolvimento de conteúdos recorrentes práticos e contextualizados que correspondam às necessidades da vida contemporânea.

No entanto, é importante lembrar que, hoje existem críticas sobre esses novos parâmetros (AGUIAR; DOURADO, 2018), afinal, apesar da colaboração de professores e acadêmicos na construção do projeto inicial, sua finalização não foi genuinamente democrática e não apresenta como suporte uma referência que deixe claro o projeto de nação e educação desejada.

### **2.4 A formação em Astrofísica dos professores**

Desde a elaboração da proposta inicial, a BNCC se apresentou como um documento articulado com diversas políticas públicas, dentre elas a formação docente. Segundo a terceira versão do parecer sobre Diretrizes Curriculares Nacionais e Base Nacional Comum para a Formação Inicial e Continuada de Professores da Educação Básica, a BNCC deve, não apenas fundamentar a concepção, formulação, implementação, avaliação e revisão dos currículos e das propostas pedagógicas das instituições escolares, como também deve contribuir para a coordenação nacional do devido alinhamento das políticas e ações educacionais, especialmente a política para formação inicial e continuada de professores. Assim, é imperativo inserir o tema da formação profissional para a docência no contexto de mudança que a implementação da BNCC desencadeia na Educação Básica (Brasil - MEC, 2019, p. 1).

A atual versão da Base Nacional Comum para Formação dos Professores (BNC Formação de Professores) foi apresentada em 2019. Também apoiada na ideia do desenvolvimento de competências e habilidades, dessa vez relacionadas ao exercício docente. Estão relacionadas na Figura 1 as competências a serem desenvolvidas pelos cursos de licenciatura.

Figura 1 - Competências específicas das três dimensões conhecimento

COMPETÊNCIAS GERAIS		
competências ESPECÍFICAS		
CONHECIMENTO PROFISSIONAL	PRÁTICA PROFISSIONAL	ENGAJAMENTO PROFISSIONAL
1.1 Dominar os conteúdos e saber como ensiná-los	2.1 Planejar ações de ensino que resultem em efetivas aprendizagens	3.1 Comprometer-se com o próprio desenvolvimento profissional
1.2 Demonstrar conhecimento sobre os estudantes e como eles aprendem	2.2 Criar e saber gerir ambientes de aprendizagem	3.2 Estar comprometido com a aprendizagem dos estudantes e disposto a colocar em prática o princípio de que todos são capazes de aprender
1.3 Reconhecer os contextos	2.3 Avaliar a aprendizagem e o ensino	3.3 Participar da construção do Projeto Pedagógico da escola e da construção de valores democráticos
1.4 Conhecer a estrutura e a governança dos sistemas educacionais	2.4 Conduzir as práticas pedagógicas dos objetos do conhecimento, competências e habilidades	3.4 Engajar-se com colegas, com as famílias e com a comunidade

Fonte: (Brasil, 2019, p. 23).

Fica evidente na figura apresentada que será preciso que os professores aprendam os conteúdos de astronomia na sua formação, afinal eles passarão a partir de agora a serem ensinados tanto pelos professores polivalentes dos anos iniciais do Ensino Fundamental, formados em Pedagogia, os professores de Ciências da Natureza dos anos finais do Ensino Fundamental, formados em Biologia ou em Ciências da Natureza, quanto pelos professores de Física do Ensino Médio. Isso pode ser observado em especial nas duas primeiras competências, quando relacionadas aos conteúdos de astronomia mencionados pela BNCC na área de ciências naturais.

No entanto, sabemos que em geral os conteúdos de astronomia são vistos superficialmente, muitas vezes em disciplinas eletivas, isto é, não obrigatórias dos cursos de formação inicial. Além disso, mesmo dentre aqueles cursos que têm disciplinas de astronomia, muitos tratam apenas do conteúdo, sem trazer discussões pedagógicas e metodológicas sobre como eles podem ser ensinados para diferentes idades e em contextos especiais (LANGHI; NARDI, 2012).

Em relação aos professores que já se encontram em exercício, a realidade educacional mostra dados preocupantes: por exemplo, segundo o Censo Escolar da Educação Básica de 2016 (INEP, 2017), cerca de 60% dos professores que dão aula de Física não possuem formação adequada na área, o que corrobora com o fato de que a maioria dos professores que atuam ou que deveriam atuar com os conteúdos de astronomia não possuem formação nesses conteúdos em seus cursos.

Nesse caso, se torna necessário a criação de cursos de formação continuada, considerando ainda que não se pode estruturar esses cursos pensando simplesmente em suprir as deficiências de conteúdo da formação inicial, mas também oferecer nessas formações práticas que considerem as metodologias e dificuldades inerentes ao ensino desse conteúdo na Educação Básica.

Segundo Langhi *et. al.* (2018) é necessário que um curso de formação continuada de professores realmente seja capaz de promover mudanças nas práticas desses professores. Nesse sentido, eles colocam 4 indicadores que devem promover uma formação reflexiva em astronomia: mudanças da prática de ensino resultantes da formação continuada reflexiva; importância da astronomia segundo as dimensões afetiva, humanística e curricular; contribuições da formação continuada para uma autoavaliação profissional crítica; e, problemáticas do ensino da astronomia: dificuldades para ensinar, limitação na formação, obstáculos externos, fontes confiáveis de consulta e pluralidade nas metodologias de ensino.

Sabemos que a situação atual se mostra preocupante em relação ao último indicador, afinal, a maior fonte de consulta dos professores são materiais de divulgação científica, de fontes não confiáveis, que muitas vezes apresentam erros conceituais e notícias sensacionalistas (LANGHI; NARDI, 2012). Portanto, a astronomia conhecida e dominada por muitos professores e estudantes está atualmente falha, equivocada e cheia de lacunas quando se trata de seu entendimento mais profundo e científico.

Nesse contexto, precisamos produzir propostas de ensino que partam de uma concepção que vai do concreto e das observações cotidianas para o abstrato, os modelos e as formulações matemáticas. Além disso, precisamos pensar o ensino desses conteúdos visando à formação



para a cidadania, à compreensão mais ampla de reconhecer-se no Universo, de entender os processos históricos, filosóficos, epistemológicos e sociológicos que envolveram a construção do conceito de Universo que temos hoje, e que nem sempre foi assim.

Sempre existem controvérsias nas elaborações curriculares em conjunturas nacionais. Logo, é importante enfatizar que a ideia de currículo, quando observada ao longo da história, revela-se sempre como um espaço de disputa de diversos atores com diferentes interesses, e por isso é importante fazer uma análise cuidadosa dessa estrutura.

Para atender a demanda da falta de formação dos professores que já estão em exercício serão, provavelmente, oferecidos cursos de formação continuada, que precisam trabalhar no sentido de promover uma formação reflexiva e crítica ao professor, e não simplesmente tentar suprir lacunas no conteúdo deixadas pela formação inicial. Enquanto isso, os cursos de formação inicial de professores deverão se adequar às novas demandas formativas que obviamente não tratam só da inserção de conteúdos de astronomia, mas de outros que não foram analisados por este trabalho. De qualquer forma, o mais importante é não perder de vista a necessidade formativa dos professores: eles precisam não só aprender sobre o conteúdo científico, mas também sobre como ensinar esses conteúdos, contemplando seus aspectos históricos, filosóficos e epistemológicos, que contribuam e estejam presentes na elaboração de atividades de ensino que objetivem a aprendizagem pelos estudantes (CARVALHO, 2016).

Os conteúdos de Astronomia inseridos em sala de aula possibilitarão o desenvolvimento de conceitos e do pensamento científico, por meio da abstração e da percepção e, ao mesmo tempo, contribuirão com a formação para a cidadania e a atuação no mundo de maneira mais ativa e responsável. No entanto, esse avanço a ser alcançado depende da maneira como os assuntos serão trabalhados e com quais objetivos formativos, e é nesse sentido que a mudança nas salas de aula acaba dependendo tanto de uma boa formação de professores quanto de novas propostas didáticas como a que aqui pretendemos apresentar.

Considerando esse contexto, foi elaborada e desenvolvida uma proposta centrada no tema Lentes Gravitacionais, com base nos pressupostos aqui apresentados. Após a conclusão do trabalho e como forma de avaliar seu desenvolvimento, a partir dos trabalhos produzidos pelos estudantes, a proposta foi finalmente analisada segundo metodologia apresentada no próximo capítulo. Diante disso, objetiva-se também neste trabalho, apresentar avanços e lacunas da proposta desenvolvida, contribuindo para o universo das pesquisas que se propõem investigar práticas escolares que tornem o ensino de astrofísica presente de forma eficiente no Ensino Básico.

### 3 METODOLOGIA DE PESQUISA

#### 3.1 Referencial Teórico da Metodologia

Sabemos da dificuldade de aproximar o discurso embasado em teorias pedagógicas inovadoras da complexa realidade em que os professores estão inseridos no contexto escolar enquanto aplicam essas novas práticas. Isso pode ser observado claramente na preocupação que apresentamos na seção anterior quanto à maneira de se apresentar temas modernos em cursos introdutórios de física, que é um dos objetivos desse texto (ARONS, 1997). Essa preocupação é confirmada pelo trabalho de Daniel Gil Pérez e Jordi Solbes (1993). Nele, os autores analisam 42 livros-texto espanhóis e relatam que a imensa maioria (cerca de 90%) não faz qualquer referência às dificuldades que originaram a crise da física clássica nem as profundas diferenças conceituais entre a física clássica e a moderna. Gil Pérez e Solbes também aplicaram um questionário a 63 professores em atividade em escolas espanholas, perguntando sobre os critérios e métodos que estes utilizavam para ensinar física moderna. Apenas 12% das respostas faziam referência a necessidade de se começar pelos problemas encontrados pela física clássica ou enfatizavam as diferenças entre os paradigmas das físicas clássica e moderna.

Esses dados mostram que o tipo de abordagem acumulativa criticada por Arons é mais comum do que seria de se esperar. O resultado de tais práticas e, segundo Gil Pérez e Solbes, a compreensão por elas proporcionada aos estudantes sobre os principais aspectos dos novos paradigmas é muito pobre. Um questionário aplicado pelos autores a 536 alunos com idades entre 16 e 18 anos mostrou que cerca de 90% deles ignorava a existência de uma crise no desenvolvimento da física clássica, sendo incapazes de mencionar um único problema associado a essa crise ou alguma diferença entre as físicas moderna e clássica. Porcentagem semelhante dos alunos apresentou concepções profundamente equivocadas sobre questões como a velocidade da luz, a dualidade onda-partícula, etc. Gil Pérez e Solbes atribuem esses resultados a formas muito incorretas de se apresentar a física moderna aos estudantes. Eles enfatizam que isso produz uma compreensão errônea tanto da física moderna quanto da física clássica, por não esclarecer os limites de validade da última e as diferenças entre os paradigmas envolvidos.

É claro que nem todas as iniciativas de inserção de tópicos de física moderna no ensino pré-universitário têm os problemas apontados por Gil Pérez e Solbes. Eles próprios apresentam uma proposta didática nesse sentido - descrita mais a frente - que alcançou resultados muito positivos (PÉREZ; SOLBES, 1993).

De forma geral, segundo Ostermann e Moreira (2000), existem três vertentes metodológicas principais que podem ser exploradas ao se tentar inserir a física moderna no nível médio de ensino. São elas:

- a) a exploração dos limites dos modelos clássicos;
- b) a não utilização de referências aos modelos clássicos;
- c) a escolha de tópicos modernos essenciais.

A vertente que explora os limites da física clássica procura deixar claro aos alunos o que essa abordagem é capaz de explicar e onde ela falha. Nos pontos de crise torna-se clara a necessidade de reformulação dos conceitos antigos, e as teorias modernas ganham justificativas que podem ser entendidas e apreciadas pelos estudantes.

Essa abordagem é, essencialmente, aquela defendida por Gil Pérez e Solbes (1993). Ela permite que os alunos percebam a extensão das diferenças entre as ideias novas e as antigas, e porque as novas têm vantagens sobre as antigas. Isso lhes dá uma melhor compreensão não apenas dos novos conceitos; a própria física clássica fica melhor entendida, na medida em que seus limites são reconhecidos. Igualmente importante é o fato dessa vertente facilitar a percepção dos alunos sobre a natureza da ciência e de como esta evolui.

Não fazer referências à física clássica, como prega a segunda vertente, significa renunciar a modelos semiclássicos, como as órbitas de Bohr ou a estrutura fina de Sommerfeld, e introduzir a física moderna a partir de conceitos mais atuais e tomados, em princípio, como corretos. Essa linha de pensamento teve origem nos trabalhos de Helmut Fischler e Michael Lichtfeldt (1992), que alertaram para o fato de que analogias e conceitos clássicos podem ser obstáculos ao aprendizado de teorias modernas. No entanto, essa perspectiva foi criticada por McKagan, Perkins e Wieman (2008) no caso específico do ensino de modelos atômicos. Esses autores reconheceram que, entre universitários americanos entrevistados, se o currículo não enfatizava as conexões entre os diferentes modelos atômicos, muitos estudantes usavam apenas o modelo de Bohr, abandonando o modelo mais aperfeiçoado de Schroedinger.

Entretanto, eles relatam que a maioria dos estudantes passa a descrever os átomos a partir da teoria de Schroedinger se encontrarem um currículo que favoreça o desenvolvimento das habilidades de modelagem e estimule a comparação entre diferentes modelos.

Quanto à escolha de tópicos essenciais — a terceira vertente — podemos retornar às ideias de Arons (1997). Ele deixa claro que, com a introdução de tópicos de física moderna, não é mais possível contemplar todos os conteúdos convencionais, o que nos obrigaria a escolher quais desses assuntos seriam mantidos e quais seriam deixados de lado. Escolhas semelhantes devem ser feitas pelo lado da física moderna, e Arons recomenda que sejam

abordados apenas os desenvolvimentos ocorridos no início de século XX: elétrons, fótons, estrutura atômica e, talvez, aspectos qualitativos da relatividade. Ele defende que essas escolhas sejam feitas através da definição de uma “linha do tempo”.

Por exemplo, caso se deseje chegar ao átomo de Bohr, é necessário identificar os tópicos da mecânica e do eletromagnetismo que tornarão compreensíveis aos estudantes os experimentos e raciocínios que levaram à descoberta do elétron, do núcleo atômico e do fóton.

A narrativa adotada deveria abordar esses tópicos essenciais e deixar de lado os temas que não contribuem de maneira relevante para a compreensão do resultado. Para alunos que continuarão a estudar física, as lacunas deixadas pela narrativa devem ser reconhecidas e preenchidas em cursos posteriores.

Nesta dissertação desenvolvemos uma sequência de ensino-aprendizagem baseada na discussão dos limites de um paradigma clássico (tempo e espaço são medidas físicas absolutas). Esta sequência também se insere no contexto de uma narrativa capaz de levar a noção de lentes gravitacionais, seja quando consideramos seus efeitos provenientes da relatividade geral e da presença de matéria bariônica conhecida ou de uma possível *matéria escura* que seja capaz de criar um campo gravitacional. Mas, como veremos, não é necessário sacrificar conteúdos tradicionais para chegar a esse resultado.

Por fim, como já foi abordado, sabemos da dificuldade de aproximar o discurso de teorias pedagógicas da realidade que os professores estão inseridos no contexto escolar e entendemos, nesse contexto, a necessidade de instrumentalizar esses professores com métodos que permitam a aproximação dos discursos teóricos, teorias de aprendizagem e epistemológicas, do trabalho em sala de aula.

Entre as teorias pedagógicas mais amplamente conhecidas e divulgadas, optamos nesse trabalho seguir os caminhos da Aprendizagem Significativa de Ausubel e o Sócio-interacionismo de Vigotski. Porém, entendemos que para transpor esses conhecimentos para a realidade que professores e estudantes estão inseridos, que não é tarefa fácil, devemos utilizar métodos eficazes de apoio ao processo de ensino aprendizagem. Dentre esses métodos destacam-se o Ensino sob Medida (EsM) e a Instrução pelos Colegas (IpC). Apresentamos nesse capítulo de maneira objetiva os aspectos específicos dessas teorias de aprendizagem e metodologias de ensino.

### 3.1.1 Ensino sob Medida (EsM)

O método de Ensino sob Medida (EsM) é fundamentado em uma proposta de tarefas de leituras inicial anterior à sala de aula - que aqui nesse trabalho será denominada Texto de Apoio (TA) - seguida de atividades centradas nos estudantes, que aqui denominaremos Tarefas de Leitura (TL). Nessa prática aqui apresentada, é então inicialmente proposta ao estudante uma atividade que antecede a aplicação em sala e que ofereça condições para que o professor prepare sua aula de maneira adequada, além de fornecer ao estudante uma leitura simples introdutória sobre o assunto que, posteriormente, será abordado. Essa prática são os TAs seguidos das TLs que serão fornecidos antes de cada aplicação em sala.

Assim, se torna necessário reconhecer, por meio dessa primeira etapa, quais são as dificuldades encontradas em relação ao assunto que será abordado. Para isso, após essa atividade inicial de leitura, devem ser construídas questões conceituais prévias, referentes à TL para serem respondidas pelos estudantes. Essas questões devem ser motivadas por um conjunto claro de objetivos de aprendizagem desejados, além de ter um grau de dificuldade adequado ao nível de ensino proposto (OLIVEIRA, 2012).

As TAs e TLs objetivam a familiarização do assunto que será trabalhado e a identificação, pelo professor, dos conhecimentos prévios dos estudantes por meio de questões construídas sobre os conteúdos abordados. Esse mapeamento permite o desenvolvimento de discussões em sala de aula ou atividades em grupo - que foi o caminho aqui escolhido - envolvendo os conceitos trabalhados nas tarefas de leitura (ARAÚJO; MAZUR, 2013).

Nessa fase da aplicação utilizamos formulários eletrônicos *Google Forms*. As respostas às questões foram enviadas eletronicamente pelos alunos e permitiram o melhor planejamento das aplicações em sala. Essas informações quando analisadas colocaram o estudante como parte do processo de ensino-aprendizagem pois seus argumentos, sua forma de linguagem e posicionamento crítico fizeram parte da construção do produto de sala de aula no EsM. De fato, para alcançarmos um aprendizado significativo, é preciso permitir que ocorra uma interação entre os novos conhecimentos e os conhecimentos prévios relevantes existentes na estrutura cognitiva do estudante (MOREIRA, 2010).

Por fim, sabemos que o professor tem papel importante na mediação desse diálogo proposto. Cabe a ele argumentar sobre interpretações que divergem do conhecimento científico apresentado e auxiliar na desconstrução desses conceitos, ficando a seu critério, de acordo com as condições e estrutura disponíveis, fazer uso de experimentos, curtas exposições orais ou outro método qualquer que objetive o esclarecimento dos conteúdos que se deseja ensinar.

Observa-se que o uso do método EsM motiva os estudantes a estudarem tanto por reconhecerem os assuntos que estão sendo tratados em aula tanto por auxiliar na construção de um verdadeiro hábito de estudo. É também reconhecido no método EsM que o engajamento dos estudantes durante a aula passa por uma mudança significativa (ARAÚJO; MAZUR, 2013; OLIVEIRA, 2012).

### **3.1.2 Instrução pelos Colegas (IpC)**

O método Instrução pelos Colegas (IpC) foi criado na Universidade de Harvard (EUA) em meados da década de 90 (MAZUR, 1997). Ele constitui uma ferramenta capaz de promover a interação entre os estudantes e professores em torno do conteúdo que está sendo ensinado por meio de questões conceituais. Sua característica mais marcante é, usando uma participação colaborativa, permitir o engajamento de um número maior de estudantes quando comparado com as aulas tradicionais em que, em geral, apenas os mais motivados com o assunto se envolvem. É a partir da discussão entre os estudantes sobre os conceitos abordados pelo professor que se torna mais efetivo o engajamento com seu próprio aprendizado.

O IpC é iniciado com a preparação de questões conceituais (seleção de questões existentes ou construção de questões inéditas), que evidenciem conhecimentos construídos a partir da compreensão do conteúdo trabalhado, ou seja, não possam ser respondidas com simples memorização de parte de textos ou fórmulas.

Conforme Moreira, o ensino centrado no estudante, tendo o professor como mediador, é o ensino em que o estudante fala mais e o professor fala menos. Deixar os estudantes falarem significa de fato usar estratégias nas quais possam discutir significados entre si, apresentar o produto de suas atividades colaborativas, receber e fazer críticas. Assim, o estudante deve ser ativo, e não passivo (MOREIRA, 2010).

Não há dúvidas que o mais desafiador desse método é a necessidade de que os estudantes falem. Nele, o professor inicia a aula com uma breve exposição oral - em torno de 15 minutos - sobre um conceito importante do conteúdo e, por meio das questões conceituais apresentadas, efetivamente media um debate. Essa exposição oral consiste em um tópico adequadamente escolhido, frente as respostas iniciais, que será exposto pelo professor para que se inicie um processo de votação e posterior discussão entre os estudantes (ARAÚJO; MAZUR, 2013).

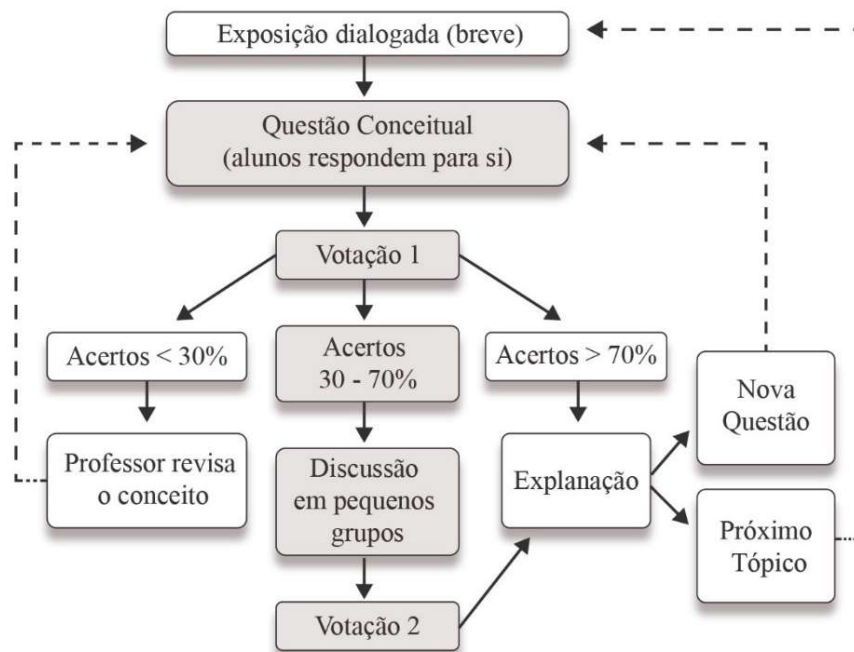
Nesse trabalho aqui apresentado, utilizamos um formulário eletrônico (Google Forms) para uma votação feita pelos alunos sobre as possíveis respostas corretas de um conjunto de testes fornecidos. Assim, após uma breve exposição oral do professor, foi apresentado aos

estudantes uma sequência de testes conceituais de múltipla escolha (TCs). Nessa prática, antes da votação, o professor garantiu que os testes estavam claros para todos, excluindo a possibilidade de erros por dificuldade de interpretação.

Seguindo a proposta IpC, aberta a votação, o professor avalia as respostas identificando aqueles que responderam corretamente (ARAÚJO; MAZUR, 2013). Caso mais de 70% dos estudantes respondam corretamente, a questão é explicada, revelando então a alternativa correta. O professor pode optar por apresentar nova questão conceitual, ainda sobre o mesmo tópico, e novamente iniciar votação ou pode partir para outro aspecto importante do conteúdo reiniciando o processo (ver fluxograma da Figura 2).

Quando o número de acertos estiver entre 30% e 70% os estudantes são organizados em pequenos grupos e estimulados a debaterem sobre suas respostas. O professor tem o importante papel de estimular a discussão entre os colegas do grupo para que, por meio do convencimento e da linguagem própria dos estudantes, o conceito seja construído corretamente. Entretanto, caso após a 1ª votação menos de 30% responderem corretamente cabe ao professor fazer nova exposição sobre o tópico diversificando a abordagem para então reapresentar a questão e novamente abrir a votação.

Figura 2 - Fluxograma da sequência do processo de aplicação do método IpC



Fonte: Araújo e Mazur, p. 370, 2013.

O uso combinado desses métodos ativos de ensino (EsM + IpC), tem sido testado em alguns trabalhos. Em Araújo e Mazur (2013) e em Moreira (2010) os autores criticam o sistema tradicional de ensino centrado na oralidade do professor e buscam divulgar as potencialidades do uso combinado dos dois métodos de ensino apresentados anteriormente, além de fornecer conselhos práticos para favorecer suas implementações em sala de aula.

Seguindo essa estratégia de combinar o EsM e o IpC, muitos professores de Física, vem construindo materiais apropriados ao uso desses métodos ativos de ensino, tais como tarefas de leitura sobre conteúdos programáticos e testes conceituais. Um exemplo é descrito em detalhes em Oliveira (2012), onde são apresentados materiais adequados aos métodos IpC e EsM sobre tópicos de eletromagnetismo.

### **3.1.3 A Aprendizagem Significativa de Ausubel**

Para que os estudantes compreendam os conceitos fundamentais de física moderna e astrofísica é preciso ressignificar as concepções sobre os conhecimentos do senso comum assim como as concepções alternativas sobre diversos tópicos. Afinal, os conhecimentos prévios dos estudantes muitas vezes possuem significados que discordam daqueles aceitos cientificamente.

Entretanto, não é tarefa fácil romper com esses significados. Eles são importantes e não podem ser ignorados quando se deseja construir um novo conhecimento ressignificando os anteriores. Segundo Moreira e Ostermann (2000), conforme a teoria de Ausubel, é a partir da interação de novos conceitos com conhecimentos pré-existentes na estrutura cognitiva do estudante que se fundamenta a aprendizagem significativa, ou seja, uma aprendizagem incorporada às estruturas de conhecimento prévio do aluno com aquisição de algum significado (MOREIRA, 2010).

A proposta de Ausubel não é uma simples associação de conceitos, pois o termo interação prevê ligações, isto é, os conhecimentos pré-existentes chamados de subsunçores se elevam a diferentes níveis na estrutura cognitiva quando interagem através de novos significados com novos conhecimentos em uma relação não arbitrária e não literal. Dessa forma, o estudante aprende significativamente, segundo Ausubel, quando consegue dar significado a novas informações e ressignificar os conceitos pré-existentes. Por fim, a partir desses estudos, podemos definir a aprendizagem significativa como um processo por meio do qual uma nova informação se relaciona, de maneira não-arbitrária e em com algum objeto de experiência anterior, ou seja, não apenas literal, à estrutura cognitiva já existente no aprendiz.



Araújo e Mazur (2013) citam em seu artigo o que talvez seja o princípio educativo mais importante destacado por Ausubel<sup>1</sup>:

Se eu tivesse que reduzir toda a psicologia educacional a um único princípio, diria isso: o fator singular que mais influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já conhece. Descubra isso e ensine-o de acordo. (1980, p. 137 *apud op. cit.*, 2016, p.26)

Desconhecer ou ignorar o que o estudante já conhece, não permite ao estudante elevar seus conhecimentos a níveis mais avançados ficando no nível das operações básicas como fórmulas decoradas e textos de parágrafos desconexos e sem sentido para o estudante. Segundo Ausubel caracteriza-se assim a aprendizagem mecânica. Nela a aquisição de novos conceitos se dá sem que esses tenham significado por não interagirem com conceitos pré-existentes na estrutura cognitiva do estudante (MOREIRA, 2010).

A construção de conceitos é extremamente dificultada pelo formato da Escola atual, pela falta de recursos de laboratório e de informática, e é também dificultada pela tendência de os professores tomarem a palavra para repetir o que está no livro sem que seja trazido qualquer elemento novo. O método de ensino Instrução pelos Colegas, conforme Araújo e Mazur (2013), tem se mostrado muito eficiente como opção metodológica ao professor. A proposta de discussão entre estudantes que possuem diferentes conceitos sobre o mesmo fenômeno consiste em uma estratégia que rompe com o paradigma da Escola tradicional por permitir que os estudantes se tornem ativos, participantes do processo de construção de conhecimentos. O método se mostra uma excelente forma de permitir a interação dos estudantes entre si e com o professor.

Na aplicação IpC em sala de aula, é possível identificar os estudantes que não conseguem resolver problemas. É perceptível também o estudante que busca aplicar fórmulas sem antes ser capaz de identificar o problema em questão e encontrar condições para contorná-los. Outro evento facilmente observado nessa prática, é o estudante que faz cálculos e, por erros nas unidades de medida encontra valores absurdos sem se questionar sobre o valor encontrado.

Essas questões, que nem sempre são identificadas pelos professores, podem facilmente passar despercebidas no formato clássico de sala de aula e são evidências de que algo está errado no processo de construção de conhecimento desses estudantes. A proposta de TL apresentada no método EsM é de grande utilidade para que o professor possa mapear as dificuldades apresentadas pelos estudantes (ARAÚJO; MAZUR, 2013).

---

<sup>1</sup> AUSUBEL D. P., NOVAK J. D., HANESIAN H., Psicologia Educacional, Rio de Janeiro: Interamericana, p.137, 1980.

### 3.1.4 O Sócio-interacionismo de Vigotski

A teoria vigotskiana apresenta o estudo das funções psicológicas superiores sob a perspectiva da dimensão social do desenvolvimento humano, que se constitui enquanto tal, na sua relação com o outro social. As funções psicológicas superiores são aquelas que fazem referência aos processos voluntários, requer intencionalidade e ação conscientemente controlada. Portanto, processos de desenvolvimento cognitivo não acontecem independente do contexto sócio-histórico e cultural (LA TAILLE *et al.*, 1992).

Para compreendermos os processos de desenvolvimento cognitivo, da forma que Vigotski apresenta, precisamos compreender os signos e os instrumentos que os mediam, (MOREIRA, 2010), pois os processos psicológicos superiores surgem de diferentes combinações entre instrumento e signos na atividade psicológica. Assim, o signo não modifica o objeto da ação psicológica pois é uma atividade interna para o controle do próprio indivíduo.

Em física ou astronomia, uma linguagem simbólica e conceitos próprios dessas ciências constituem um sistema de signos, da mesma maneira com que a fala para os humanos representa um sistema de signos.

O instrumento, por sua vez, é orientado externamente e serve como condutor da influência humana sobre o objeto da atividade, ou seja, é meio para controle e domínio da natureza. Ele é orientado pelos signos, isto é, a atividade simbólica possui função organizadora que invade o processo do uso de instrumentos e produz novas formas de comportamento (VIGOTSKI, 1999).

Em sua teoria sociointeracionista, Vigotski rejeita a hipótese levantada por outras teorias de aprendizagem de que o desenvolvimento é sempre um pré-requisito para a aprendizagem. Ele propõe dois níveis de desenvolvimento para elaborar as dimensões do aprendizado escolar, o nível de desenvolvimento real e a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP). O primeiro faz referência ao nível de desenvolvimento mental do estudante como produto de ciclos de desenvolvimento já completados. O segundo define aquelas funções que estão em processo de maturação.

O nível de desenvolvimento real constitui o que o estudante já consegue fazer sozinho sem a necessidade de auxílio. A zona de desenvolvimento proximal é caracterizada como um estado em que o estudante se encontra por ainda necessitar de auxílio para executar as tarefas. Segundo Vigotski (1999) os dados coletados quando se estuda a zona de desenvolvimento proximal indicam resultados mais significativos que os coletados no estudo do nível de desenvolvimento real.

A aprendizagem permite o surgimento da ZDP e de vários processos internos de desenvolvimento que, quando socializados na interação com pessoas do seu ambiente, permitem que tais aquisições tornem a fazer parte do nível de desenvolvimento real.

Assim, a partir desse contexto da teoria vigotskiana, espera-se que se utilize em sala de aula instrumentos capazes de permitir que os estudantes produzam novas formas de comportamento, reorganizando o pensamento a partir de signos anteriormente construídos e evoluindo para abstração com atividades de pensamento mais complexas. Portanto, o uso de métodos como o EsM e o IpC podem constituir instrumentos fundamentados nessa perspectiva.

Podemos dizer que os métodos EsM e IpC atuam na zona de desenvolvimento proximal dos estudantes. Tanto a produção de textos de apoio de leitura (TAs) e seus testes (TLs), como veremos adiante, quanto a escolha ou construção de questões conceituais (TCs) a serem utilizadas para debates em sala de aula são ferramentas direcionadas a essa área.

Outro aspecto relevante na teoria de Vigotski e decisivo na estruturação das aplicações em sala desse projeto são as etapas do processo de formação de conceitos. Afinal, na fase da agregação desorganizada ocorrem os primeiros passos nesse sentido. Nessa etapa, a criança, ao contrário dos adultos, não resolve problemas com a formação de novos conhecimentos. Ela reúne objetos de forma desorganizada, sem qualquer fundamento e sem haver relação entre si, podendo apenas eventualmente existir vaga relação na forma com que ocorre esse agrupamento na sua percepção.

### **3.2 Descrição detalhada da Metodologia**

Sabemos que muitas vezes a escolha aleatória de um tópico específico no ensino de ciências apresenta fragilidades por não explorar um processo de Investigação Temática de forma que seja realmente possível a compreensão crítica dos conceitos de ciência tratados e a aproximação da sociedade das questões de âmbito científico. Entendemos então que se torna assim sempre necessário identificar o propósito de um tema gerador com as perspectivas educacionais a serem alcançadas. Nesse caminho, algumas ferramentas podem ser usadas, como, por exemplo, a estrutura de Investigação Temática de Sousa *et al.* (SOUSA *et al.*, 2014), ou a Matriz de Referência proposta por Strieder (2012), que foram caminhos complementares paralelamente adotados nesse projeto.

O trabalho de pesquisa inicial do tema aqui apresentado e que descrevemos a seguir foi desenvolvido seguindo a estrutura da Investigação Temática (SOUSA *et al.*, 2014), que pode ser dividida em:

- a) *conhecimento* e aproximação com o contexto social e escolar dos estudantes;
- b) *definição* e estudo de situações-limite dos envolvidos;
- c) *legitimação* da hipótese, e;
- d) *organização* da programação curricular.

Nas três primeiras etapas valida-se o tema gerador, na quarta definem-se a Sequência Didática e a estrutura do material didático produzido, que é o foco principal deste trabalho. Nossa proposta foi então, durante a investigação inicial, desenvolver uma primeira reflexão sobre a abordagem científica escolhida - Lentes Gravitacionais - e, em seguida, analisar essa escolha seguindo a estrutura da Investigação Temática (SOUSA *et al.*, 2014), podendo assim desenvolver o tema da forma mais adequada possível para a abordagem dos conceitos de Física Clássica, Física Moderna e Astronomia escolhidos. Por fim, a partir da aplicação da Sequência Didática em sala de aula, novos dados foram obtidos e a escolha da abordagem foi novamente analisada.

Assim, dentro da metodologia idealizada pelo autor desse projeto, após a apresentação do Tema Gerador - Lentes Gravitacionais - e posterior análise da Investigação Temática desenvolvida, um curso optativo, com 8 (oito) encontros semanais vespertinos, foi planejado e realizado, entre abril e junho de 2022, cada encontro tendo 100 min de duração, totalizando 16 horas-aula. Para isso, foi produzida uma Sequência Didática (SD) e um Material Didático (MD) enviado aos estudantes no formato digital, que é um produto dessa pesquisa. O MD produzido foi o resultado de um texto inicial, previamente escrito sobre o assunto e apresentado aos alunos como Textos de Apoio (TAs) anteriores às aulas. As modificações nesse texto se devem às anotações feitas em sala de aula, assim como às anotações dos alunos.

Todos os estudantes do segundo ano de Ensino Médio da Escola escolhida para a aplicação da SD tiveram interesse em participar desse curso optativo, assim como das atividades elaboradas para o pré e pós-aulas que tiveram uma abordagem inspirada no método de Ensino sob Medida (EsM) e apresentaram respostas que foram enviadas pela internet por meio de um formulário digital *Google Forms*.

### 3.2.1 Metodologia de Investigação e Validação do Tema

As informações para a construção da análise do tema escolhido foram obtidas por meio de pesquisa inicial escrita sobre o tema proposto denominada **Pesquisa Inicial sobre o Tema** - disponível no APÊNDICE C - QUESTIONÁRIOS E TESTES APLICADOS - realizada com os alunos do Ensino Médio da escola que participaram das aplicações em sala de aula.

Durante a investigação de tema feita entre os estudantes que participaram das aplicações seguimos as etapas de Sousa *et al.* (2014), sendo assim detalhadamente divididas e organizadas conforme as etapas já apresentadas:

- a) *conhecimento e aproximação*: foi apresentada uma proposta inicial de avaliação da aplicação do curso de Lentes Gravitacionais ao Conselho Pedagógico da Escola, e, após imediata aceitação por parte da Direção e dos professores, foi feita a oferta de um *curso especial* vespertino em uma perspectiva de alfabetização científica para os alunos da segunda série do Ensino Médio. Antes da aplicação do *curso especial*, todos os alunos responderam à uma pesquisa escrita inicial denominada **Pesquisa Inicial sobre o Tema**, que serviu como diretriz para a avaliação do tema. Nessa pesquisa foram apresentadas possíveis áreas de interesse a serem escolhidas. A alfabetização científica tornou-se ponto recorrente de discussão em grande parte das respostas obtidas – algumas mais relevantes estão disponíveis no ANEXO B - RESPOSTAS FORNECIDAS PELOS ESTUDANTES.
- b) *definição e estudo de situações-limite dos envolvidos*: na pesquisa escrita inicial apresentamos aos alunos uma sequência de imagens e texto explicativos. Essa sequência relacionava imagens importantes dentro do contexto da evolução das ideias da astrofísica e da física moderna com os conceitos físicos envolvidos. Os alunos escreveram livremente sobre suas experiências anteriores em cada conjunto de imagens. Observamos, nessa dinâmica, que os discentes tinham um conhecimento superficial sobre grande parte dos cientistas, como também do vocabulário utilizado. No entanto, poucos sabiam relacionar essas ideias com as evoluções científicas que elas significavam.
- c) *legitimação da hipótese*: todas as respostas apresentadas pelos pesquisados foram cuidadosamente analisadas pelo autor desse texto. Esse exercício evidenciou a relevância do tema adotado, assim como o fascínio criado pelos conceitos envolvidos.
- d) *organização da programação curricular*: feita a análise desse primeiro questionário aplicado, que abordava os conceitos científicos de maior interesse dos alunos, as respostas apresentadas foram classificadas obtendo-se então três grandes **grupos de interesse**, dentro do contexto de Lentes Gravitacionais, todos muito similares, que assim foram divididos:
  - *evoluções e descobertas científicas*;
  - *relatividade, física quântica e partículas elementares, e*;
  - *astronomia e cosmologia*.

A partir dessa classificação foi desenvolvida a sequência didática apresentada em sala de aula. Após essa investigação temática inicial, foi feita também uma reunião de pesquisa do tema com os professores de Ciências Naturais. Nesse encontro, foi feita uma análise das necessidades apresentadas e da metodologia a ser desenvolvida.

### **3.2.2 Metodologia das Aplicações em Sala de Aula**

As aplicações do curso de Lentes Gravitacionais foram conduzidas apoiadas pelos métodos de ensino IpC e EsM em três turmas do 2º ano do ensino médio de uma escola privada localizada em Brasília, DF. Nas salas de aula dessa escola há recursos digitais disponíveis para o uso dos estudantes e dos professores como, por exemplo, central multimídia (Apple TV) e câmera digital. Quando necessário, o setor de informática disponibiliza notebooks para uso individual dos estudantes. A rede wi-fi é liberada para os professores e estudantes havendo restrição de navegação no que se refere a redes sociais.

Cada uma das turmas era constituída de 35 estudantes, totalizando então 105 alunos, que foram identificados e citados seguindo uma nomenclatura simples a saber: a1, a2, ..., aN. Não há estudantes bolsistas nessa turma indicando grande capacidade financeira familiar para arcar com os custos da Escola. No aspecto cognitivo a turma não possui estudantes que necessitem ser avaliados de maneira diferenciada dos demais. No aspecto comportamental, a turma é bastante envolvida com as atividades que o professor propõe demonstrando proatividade e capacidade de organização.

Foram apresentadas tarefas pré aplicações aos alunos denominadas TLs com o intuito de desenvolver o interesse pelo tema abordado em sala de aula, trazer reflexões sobre conceitos fundamentais para o entendimento do assunto e identificar, por meio das respostas obtidas, as dificuldades que serão enfrentadas durante o curso. As aulas tiveram na sua parte inicial o formato de exposição oral com auxílio de quadro de pincel e projeção de slides (disponíveis no APÊNDICE B – MATERIAL DO PROFESSOR), seguidas de uma dinâmica de IpC. Foram também apresentadas questões posteriores às aplicações com o intuito de identificar a eficiência da sequência didática e sua aplicação por meio do entendimento apresentado pelos alunos. Antes de cada aula do curso, os alunos que participaram das aplicações tiveram 07 dias para responder às questões pré-aulas TLs - disponíveis no APÊNDICE C - por meio de um formulário *Google Forms* criado para o curso. Ao final da parte expositiva de cada aula do curso, foram apresentadas questões pós-aulas denominadas TCs para que os estudantes respondessem em 15 min dentro da dinâmica IpC – (disponíveis no APÊNDICE C).

Em paralelo e de forma complementar a essas aulas, os alunos elaboraram produções curtas escritas que foram, posteriormente, apresentadas aos colegas em sala de aula. Para isso, as turmas foram divididas em 21 grupos de 5 participantes cada.

Todos os grupos foram orientados a criar folders, em formato A4 acerca das aulas assistidas para serem apresentados. Esses trabalhos foram denominados **Tarefa de Produção Avaliada (TPA)** e alguns exemplos estão disponíveis no APÊNDICE D – TAREFAS DE PRODUÇÃO AVALIADA. As apresentações desses trabalhos deveriam seguir o mesmo roteiro das aplicações em sala e trazer elementos externos que os estudantes entendessem como pertinentes aos assuntos abordados. Os estudantes foram também orientados quanto à total liberdade da linguagem utilizada, podendo ser na forma de pequenos textos, mapas mentais, desenhos, história em quadrinhos ou outra forma qualquer que entendessem válida para a discussão do assunto. Todos os trabalhos foram avaliados pelos outros grupos participantes que atribuíram notas de 0(zero) a 10(dez), de forma que houvesse algum estímulo ao cuidado das produções (essa nota não fez parte de nenhum componente curricular da escola).

Esses dados obtidos em sala de aula foram classificados segundo a Matriz de Referência Strieder (2012), e conforme detalharemos a seguir, tivemos como critério de avaliação os seguintes pontos:

- a) percepção;
- b) questionamentos, e;
- c) compromisso social.

Na Matriz de Referência proposta por Strieder, em que se usa como critério de comparação a abordagem CTS (Ciência, Tecnologia e Sociedade), a abordagem científica a ser adotada na escolha do tópico específico a ser aplicado em sala de aula pode ser classificada dentro dos três seguintes parâmetros:

- a) *racionalidade científica*: que contempla o conhecimento científico, seus produtos e suas relações com a sociedade;
- b) *desenvolvimento tecnológico*: que busca entender o funcionamento dos aparatos da tecnologia e seu funcionamento, assim como, suas intervenções sociais, e;
- c) *participação social*: que discute a participação da ciência e tecnologia na sociedade, estudando seu papel.

Cada um dos parâmetros foi dividido por Strieder em cinco níveis de compreensão não hierárquicos. A esses parâmetros, articulam-se diferentes propósitos educacionais, relacionados ao desenvolvimento de percepções, questionamentos e compromissos sociais. Observamos esses subníveis na Tabela 1 a seguir:

Tabela 1 - Parâmetros e subníveis na abordagem científica

<b>Parâmetro</b>	<b>Subnível</b>	<b>Abordagem</b>	<b>Propósitos</b>
<b>Racionalidade Científica</b>	<b>1</b>	Conceitos científicos	Percepções
	<b>2</b>	Aspectos positivos e negativos	Questionamentos
	<b>3</b>	Construção histórica	Questionamentos
	<b>4</b>	Pesquisas atuais relacionadas	Questionamentos
	<b>5</b>	Insuficiências do conhecimento científico	Compromisso
<b>Desenvolvimento Tecnológico</b>	<b>1</b>	Partes técnicas	Percepções
	<b>2</b>	O aparato e a sociedade	Questionamentos
	<b>3</b>	Especificidades e transformações	Questionamentos
	<b>4</b>	Propósitos (Consumo e questões políticas)	Questionamentos
	<b>5</b>	Adequações sociais	Compromisso
<b>Participação Social</b>	<b>1</b>	Reconhecimento do problema	Percepções
	<b>2</b>	Decisões individuais	Questionamentos
	<b>3</b>	Decisões coletivas	Questionamentos
	<b>4</b>	Mecanismos de pressão	Questionamentos
	<b>5</b>	Políticas públicas	Compromisso

Fonte: Strieder (2012).

Podemos notar na Tabela 1 que os parâmetros citados na Matriz de Referência, articulam-se então em propósitos educacionais que são caracterizados em três grandes perspectivas que buscam (i) o desenvolvimento de percepções entre o conhecimento científico escolar e o contexto do estudante, ou seja, aspectos que contribuem para a contextualização do conhecimento científico a ser trabalhado; (ii) o desenvolvimento de questionamentos sobre situações que envolvem aspectos de ciência, tecnologia e/ou sociedade; e (iii) o desenvolvimento de compromisso social diante de problemas ainda não estabelecidos e que envolvem aspectos da ciência, da tecnologia e da sociedade.



Partindo desses princípios, o objetivo dessa análise incorporada nesse trabalho é investigar as possibilidades e limitações ao promover a alfabetização científica e a construção de conceitos de Astrofísica embasada na aplicação de uma sequência didática (SD), em sala de aula, que tenha como tema gerador um assunto previamente estabelecido, – as Lentes Gravitacionais – e que tenha interesse evidenciado nos alunos pesquisados, seguida da produção de um material didático (MD) adequado ao tema. Nos interessa também nessa proposta responder perguntas como: De que forma a SD e o MD podem contribuir para a construção de conceitos e facilitar seu aprendizado? Quais as limitações desse processo?

Já na consulta inicial (*Pesquisa Inicial sobre o Tema*, APÊNDICE C) obtivemos respostas que convergiam para temas que traziam, em sua maioria, a necessidade de entendimento dos conceitos que explicassem a evolução do Universo e as novas descobertas da física moderna e astrofísica, ou seja, um tema gerador que envolvesse conceitos de *cosmologia* e/ou os conceitos de *física moderna*. Isso se deveu ao fato de que dentro das respostas dos pesquisados - como será apresentado nos resultados obtidos - notamos a presença dos três parâmetros e seus respectivos subníveis em questões de cosmologia de fácil contextualização, e que trazem percepções de *racionalidade científica*, *desenvolvimento tecnológico* e *participação social*. Esse tema, quando sugerido, proporcionou uma atitude investigativa nos alunos. Mais tarde, notamos também que o tema tratado modificou o comportamento em sala, tendo alunos mais participativos e abriu espaço para uma abordagem interdisciplinar do conhecimento, tornando a abordagem temática mais assertiva e de melhor entendimento pelas partes do processo de ensino-aprendizagem.

As aplicações de Lentes Gravitacionais em sala de aula foram desenvolvidas em 3 turmas de 35 alunos cada (ao todo então, 105 alunos) de 2º ano do Ensino Médio, em uma escola particular, localizada em Brasília/Brasil, pelo pesquisador (autor deste trabalho), durante 08 aulas de Física de 100 minutos cada, que abordaram os seguintes temas/ tópicos:

- a) Conceitos de Física Clássica / Mecânica e Gravitação;
- b) Conceitos de Física Clássica / Ondas Eletromagnéticas;
- c) Conceitos de Física Moderna / Física Quântica;
- d) Conceitos de Física Moderna / Teoria da Relatividade Especial e Geral;
- e) Lentes Gravitacionais /Cronologia de Descobertas;
- f) Lentes Gravitacionais / Conceitos Físicos e Aplicações;
- g) Lentes Gravitacionais / As Evidências e Medições de Matéria Escura; e,
- h) Lentes Gravitacionais / Lentes Gravitacionais e a Constante de Hubble.

Essas aulas estão representadas de forma esquematizada na tabela 2, que traz as datas dos encontros, conteúdos abordados, objetivos, resultados de aprendizagem esperados e as estratégias adotadas para cada um dos 8 encontros presenciais.

Tabela 2 – Descrição detalhada das aplicações em sala

<b>Aulas / Conteúdos</b>	<b>Objetivos</b>	<b>Metodologia</b>
<p>1. Conceitos de Física Clássica / Mecânica; 28/04/2022 100 min</p>	<p>Compreender os princípios da mecânica, Leis de Newton e Gravitação Universal. Analisar lacunas e erros conceituais sobre a física clássica.</p>	<p>Exposição oral com auxílio de slides e lousa de pincel e notebook. Debate para explorar concepções prévias dos alunos conforme testes conceituais sobre TL01 propostos no método IpC.</p>
<p>2. Conceitos de Física Clássica / Ondas Eletromagnéticas; 05/05/2022 100 min</p>	<p>Entender os conceitos fundamentais de propagação da luz e fenômenos ondulatórios envolvidos. Entender o conceito de Onda Eletromagnética. Compreender o espectro visível e outras formas de onda eletromagnética.</p>	<p>Exposição oral com auxílio de slides e lousa de pincel e notebook. Debate para explorar concepções prévias dos alunos conforme testes conceituais sobre TL02 propostos no método IpC.</p>

<p>3. Conceitos de Física Moderna / Física Quântica; 12/05/2022 100 min</p>	<p>Explorar os conceitos da física quântica. Entender sua evolução histórica e as rupturas envolvidas. fatores sociais, Conhecer a dualidade partícula-onda e os conceitos de fóton envolvidos.</p>	<p>Exposição oral com auxílio de slides e lousa de pincel e notebook. Debate para explorar concepções prévias dos alunos conforme testes conceituais sobre TL03 propostos no método IpC.</p>
<p>4. Conceitos de Física Moderna / Teoria da Relatividade Especial e Geral; 19/05/2022 100 min</p>	<p>Explorar os conceitos da relatividade restrita e geral. Entender os conceitos de referencial inercial e não-inercial.</p>	<p>Exposição oral com auxílio de slides e lousa de pincel e notebook. Debate para explorar concepções prévias dos alunos conforme testes conceituais sobre TL04 propostos no método IpC.</p>
<p>5. Lentes Gravitacionais / Cronologia de Descobertas; 26/05/2022 100 min</p>	<p>Entender a cronologia e sequência de eventos históricos decisivos. Conhecer o Experimento de Sobral.</p>	<p>Exposição oral com auxílio de slides e lousa de pincel e notebook. Debate para explorar concepções prévias dos alunos conforme testes conceituais sobre TL05 propostos no método IpC.</p>

<p>6. Lentes Gravitacionais / Conceitos Físicos e Aplicações; 02/06/2022 100 min</p>	<p>Descrever matematicamente as Lentes Gravitacionais. Entender os conceitos físicos envolvidos.</p>	<p>Exposição oral com auxílio de slides e lousa de pincel e notebook. Debate para explorar concepções prévias dos alunos conforme testes conceituais sobre TL06 propostos no método IpC.</p>
<p>7. Lentes Gravitacionais / As Evidências e Medições de Matéria Escura; 09/06/2022 100 min</p>	<p>Entender a matéria escura como possível explicação do movimento das galáxias. Evidenciar a matéria escura por meio do desvio gravitacional criado.</p>	<p>Exposição oral com auxílio de slides e lousa de pincel e notebook. Debate para explorar concepções prévias dos alunos conforme testes conceituais sobre TL07 propostos no método IpC.</p>
<p>8. Lentes Gravitacionais / Lentes Gravitacionais e a Constante de Hubble. 15/06/2022 100 min</p>	<p>Conhecer algumas possíveis aplicações das Lentes Gravitacionais dentro do estudo de Cosmologia.</p>	<p>Exposição oral com auxílio de slides e lousa de pincel e notebook. Debate para explorar concepções prévias dos alunos conforme testes conceituais sobre TL08 propostos no método IpC.</p>

Após cada uma das aplicações da SD, as Tarefas de Produção Avaliada (TPA) foram produzidas e apresentadas, sendo posteriormente analisadas tomando por base a matriz de referência de Strieder (2012). Para a análise das informações coletadas durante a proposta, adotamos uma abordagem qualitativa (BOGDAN; BIKLEN, 1994) e, como metodologia de análise, a Análise de Conteúdo de Bardin (2011). Essa metodologia é um conjunto de técnicas de análise que visa obter, por meio de procedimentos sistemáticos, indicadores que permitem a inferência de conhecimentos relativos à mensagem estudada ou que autorizam a interpretação do conteúdo das informações obtidas (BARDIN, 2011). Basicamente, o processo de análise constitui-se em três etapas: a pré-análise; a exploração do material, criando códigos que identifiquem as informações; e o tratamento, ou seja, a interpretação dos resultados.

A pré-análise é a fase de organização e tem como objetivo sistematizar as ideias iniciais. Assim, essa primeira fase possui, o que Bardin chama de três missões: a escolha dos documentos a serem submetidos à análise; a formulação das hipóteses e dos objetivos; e a elaboração de indicadores que fundamentem a interpretação final.

A exploração do material, segunda etapa da análise, requer atenção por ser longa e fastidiosa; esse momento consiste em operações de codificação, decomposição ou enumeração em função de regras previamente formuladas.

Já na terceira fase, os resultados brutos são tratados de maneira a serem significativos e válidos. De posse desses resultados, o analista pode fazer inferências e adiantar interpretações a propósito dos objetivos previstos ou de descobertas inesperadas (BARDIN, 2011). Em síntese, seguindo a estratégia de trabalho de análise das produções conforme exposto, para averiguar avanços e lacunas da proposta desenvolvida, procedeu-se à leitura dos registros de aula, a análise dos trabalhos apresentados e a avaliação do material produzido.

### **3.3 Material Didático Utilizado**

Nesta seção serão analisados os principais aspectos dos materiais utilizados para a aplicação do produto educacional. Esses materiais podem ser assim descritos:

- a) Textos de Apoio (TAs): foram elaborados textos iniciais de apoio destinados às tarefas de leitura (TLs). Esses textos foram divididos em 8 capítulos abordando os principais conceitos a serem apresentados em sala de aula, conforme apresentado na Tabela 3 a seguir. Trata-se de um texto inicial, com redação simples e similar à literatura conhecida do assunto. Os capítulos dos Textos de Apoio (TAs) encontram-se no APÊNDICE A - Material do Aluno.

- b) Tarefas de Leitura (TLs): com o objetivo de viabilizar a aplicação do método EsM juntamente com os Textos de apoio foram enviadas aos estudantes as Tarefas de Leitura (TLs), no formato de 03(três) testes que deveriam ser respondidos antes da aula de aplicação como atividade introdutória de preparação. As TLs foram disponibilizadas antes dos encontros apresentados na Tabela 2 em formulários digitais *Google Forms*. O objetivo de utilizarmos esses formulários é a facilidade em receber os resultados rapidamente e identificar, caso existam, as principais dificuldades encontradas pelos estudantes na resolução das questões. As Tarefas de Leitura estão disponíveis no APÊNDICE C - QUESTIONÁRIOS E TESTES APLICADOS;
- c) Testes Conceituais (TCs): com o objetivo de viabilizar a aplicação do método IpC, foram enviados aos estudantes 03(três) testes conceituais para serem respondidos imediatamente após à exposição teórica em sala de aula. Os TCs foram disponibilizados durante os encontros apresentados na Tabela 2 em formulários digitais *Google Forms*. Os alunos disponibilizaram de um tempo de 15 min para responder aos testes por meio de acesso feito de notebooks fornecidos pela Escola.; Os Testes Conceituais estão disponíveis no APÊNDICE C - QUESTIONÁRIOS E TESTES APLICADOS;

Tentamos sempre nos Textos de Apoio (TAs) utilizar uma linguagem mais simples, próxima do aluno. Mesmo em assuntos mais complexos, como as geodésicas. Com essa estratégia esperamos alcançar o que Ausubel chama de subsunçores para que no momento de sala de aula os conceitos que serão trabalhados sejam aprendidos de maneira significativa. A linguagem do texto de apoio é simples e as ideias evoluem de situações mais amplas para situações específicas. Em todos os capítulos tivemos como objetivo explorar os conceitos fundamentais abordados de forma a facilitar a aprendizagem significativa receptiva com o uso de uma linguagem clara e acessível aos estudantes de nível médio.

Conforme já descrevemos em seções anteriores, a aprendizagem significativa receptiva, é aquela em que a nova informação (conceitos, ideias, princípios) é apresentada, em sua forma final, ao aprendiz e adquire significado por meio da interação, do relacionamento, com conhecimentos finais específicos que ele já possui em sua estrutura cognitiva.

Entendemos que os materiais didáticos são um importante instrumento para o ensino de ciências e, mais especificamente, astronomia. No entanto, os materiais hoje desenvolvidos sob as diretrizes da PCN não parecem atender as expectativas relacionadas ao aprendizado de cosmologia. Em geral, os atuais livros didáticos de Física do Ensino Médio apresentam apenas os conceitos de Gravitação e outros temas simples tomados apenas com exemplos ou motivação (SIMÕES, 2008).

### 3.4 Tarefas de Leitura (TL) e Testes Conceituais (TC)

O número de questões conceituais prévias (03 TLs e 03 TCs) foi suficiente para atender todos os conceitos que desejávamos abordar. Foram inseridas questões com o intuito de estimular os estudantes a expressar as principais dificuldades encontradas nas TL. Foi necessária a inserção de tais perguntas para auxiliar o professor na tarefa de planejar as aulas de forma mais adequada/ajustada aos conhecimentos prévios dos estudantes. Algumas questões foram selecionadas de testes já validados, outras foram elaboradas ou retiradas de vestibulares a fim de propiciar discussões em sala de aula e debate entre os estudantes a respeito dos conceitos abordados. A escolha dos TCs sempre foi feita visando o conceito trabalhado e a aprendizagem esperada em cada grupo de TLs. A distribuição das diferentes atividades utilizadas é apresentada na tabela 3 a seguir:

Tabela 3 - Distribuição das diferentes atividades aplicadas

<b>Aulas / Conteúdos</b>	<b>Texto de Apoio (TA) / Tarefa de Leitura (TLs)</b>	<b>Testes Conceituais (TCs)</b>
1. Conceitos de Física Clássica / Ondas Eletromagnéticas;	Texto: <b>TA 01</b> Testes: TL01, TL02, TL03	Testes:  TC01, TC02, TC03
2. Conceitos de Física Clássica / Ondas Eletromagnéticas;	Texto: <b>TA 02</b> Testes: TL04, TL05, TL06	Testes:  TC04, TC05, TC06
3. Conceitos de Física Moderna / Física Quântica;	Texto: <b>TA 03</b> Testes: TL07, TL08, TL09	Testes:  TC07, TC08, TC09

<p>4. Conceitos de Física Moderna / Teoria da Relatividade Especial e Geral;</p>	<p>Texto: <b>TA 04</b>  Testes:  TL10, TL11, TL12</p>	<p>Testes:  TC10, TC11, T12</p>
<p>5. Lentes Gravitacionais / Cronologia de Descobertas;</p>	<p>Texto: <b>TA 05</b>  Testes:  TL13, TL14, TL15</p>	<p>Testes:  TC13, TC14, TC15</p>
<p>6. Lentes Gravitacionais / Conceitos Físicos e Aplicações;</p>	<p>Texto: <b>TA 06</b>  Testes:  TL16, TL17, TL18</p>	<p>Testes:  TC16, TC17, TC18</p>
<p>7. Lentes Gravitacionais / As Evidências e Medições de Matéria Escura;</p>	<p>Texto: <b>TA 07</b>  Testes:  TL19, TL20, TL21</p>	<p>Testes:  TC19, TC20, TC21</p>
<p>8. Lentes Gravitacionais / Lentes Gravitacionais e a Constante de Hubble.</p>	<p>Texto: <b>TA 08</b>  Testes:  TL22, TL23, TL24</p>	<p>Testes:  TC22, TC23, TC24</p>

Fonte: Elaborada pelo autor.



## 4 A TEORIA DA RELATIVIDADE GERAL

### 4.1 Introdução

Em 29 de maio de 1919, uma equipe britânica de cientistas realizou no Brasil medições astronômicas que só poderiam ser feitas durante um eclipse total do Sol, testando experimentalmente, com sucesso, pela primeira vez, as previsões de uma das teorias científicas mais revolucionárias já imaginadas, a Teoria da Relatividade Geral (TRG). A TRG havia sido publicada quase quatro anos antes pelo físico Albert Einstein, e - juntamente com a relatividade especial, publicada em 1905 (Einstein (1905)) - revolucionou profundamente o entendimento sobre conceitos fundamentais da física como tempo, espaço, massa, energia, gravidade e luz. A concordância entre as previsões da TRG e as medições astronômicas de 1919 trouxe para Einstein um grande reconhecimento mundial, assim como para suas ideias.

### 4.2 Teoria da Relatividade Especial (TRE)

No estudo da Mecânica Clássica, utilizamos a relatividade galileana como princípio para definição de várias grandezas que dependem do referencial adotado. Assim, a velocidade, por exemplo, é uma grandeza relativa, ou seja, a sua determinação depende do referencial a partir do qual ela está sendo medida. Em consequência disso, outras grandezas que dependem da velocidade também são relativas, como a energia cinética ou a quantidade de movimento.

Logo, a energia potencial gravitacional também é uma grandeza relativa, pois o seu valor depende do referencial adotado. Comprimento, massa e tempo, por outro lado, são considerados como grandezas absolutas no estudo da Mecânica Clássica. No entanto, essas grandezas se evidenciam também relativas no estudo de situações em que há velocidades muito elevadas, ou seja, não desprezíveis se comparadas com a velocidade da luz no vácuo, que é aproximadamente  $3,00 \cdot 10^8$  m/s.

A teoria da relatividade einsteiniana foi uma revolução para o século XX, pois ela provocou inúmeras transformações em conceitos básicos e, também, proporcionou que fatos importantes, ainda não explicáveis, pudessem ser entendidos. Essa teoria surgiu com o físico alemão Albert Einstein. Nascido em Ulm, Einstein foi um físico e pesquisador conhecido não só por ter proposto a teoria da relatividade, mas também por apresentar uma explicação para o efeito fotoelétrico, ambos trabalhos envolvem conceitos importantes que fundamentaram a construção da física moderna.

A teoria da relatividade é composta de duas partes complementares entre si: *Teoria da Relatividade Especial (TRE)*, que estuda os fenômenos em relação a referenciais inerciais, e a *Teoria da Relatividade Geral (TRG)*, que aborda fenômenos do ponto de vista não inercial, ou seja, referencial acelerado. Apesar de formar uma só teoria, elas foram propostas em tempos diferentes, sendo que ambas trouxeram o conhecimento de que os movimentos do Universo não são absolutos, mas sim, relativos.

A teoria da relatividade restrita foi construída por Einstein a partir de dois importantes postulados, ou, princípios físicos conhecidos como o princípio da relatividade, e , o princípio da invariância da velocidade da luz:

- 1º ) as leis da Física são as mesmas em todos os sistemas de referência inercial.
- 2º) a velocidade da luz no vácuo tem o mesmo valor absoluto para qualquer referencial inercial, ou seja,  $c = 300\ 000\ \text{km/s}$ .

A TRE, ou, mais especificamente, a mecânica relativística, nos permite determinar o movimento dos corpos em cada situação, a partir do conhecimento das interações a que estão submetidos. A discrepância entre as previsões da mecânica relativística e as da mecânica newtoniana são imperceptíveis a baixas velocidades e se tornam cada vez maiores na medida em que as velocidades se aproximam da velocidade da luz.

#### 4.2.1 Princípio da Relatividade

Galileu Galilei, um dos pais da ciência moderna, publicou em 1623 *O ensaiador (Il saggliatore*, em italiano). Neste livro, especialmente, assim como entre outras de suas obras, é possível identificar a defesa de alguns dos princípios fundamentais do método científico. Para ele, o conhecimento é resultante da experimentação e da observação cuidadosa - não só qualitativa, mas também quantitativa - dos fenômenos naturais (ROCHA, 2002, p. 82-91). De acordo com Galileu, esse conhecimento deve ser organizado e sintetizado em leis e teorias, usando, para esse fim, a linguagem da lógica e da matemática, evitando ao máximo a influência de quaisquer preconceitos religiosos ou filosóficos.

Cerca de dez anos depois, em 1632, em seu livro *Diálogo sobre os dois principais sistemas do mundo (Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo*, em italiano) (GALILEI, 2004), o próprio Galilei introduziu o **princípio da relatividade**, descrevendo que nenhum experimento realizado no porão (sem janelas) de um navio nos permite distinguir se o navio está parado no cais ou se está se movendo com velocidade constante (sem balançar, nas águas tranquilas de uma baía).

Ou seja, as regras que governam o movimento dos corpos dentro do porão do navio são as mesmas em ambas as situações, tornando impossível, nesse experimento, definir o estado de movimento do navio de maneira absoluta. Assim, se o navio está em uma das duas situações descritas acima (parado ou se movendo em velocidade constante), a única forma de determinar completamente seu estado de movimento é medindo a variação (por unidade de tempo) da posição do navio em relação ao cais, ou seja, determinando a sua velocidade relativa ao cais.

#### **4.2.2 Princípio da Invariância da Velocidade da Luz**

A TRE foi construída sobre dois princípios. Primeiro, sobre o princípio da relatividade generalizado, para incluir também os fenômenos eletromagnéticos (ou seja, no exemplo de Galilei, não só os experimentos envolvendo corpos em movimento, mas também os experimentos envolvendo campos eletromagnéticos são incapazes de determinar se o navio está parado ou em movimento com velocidade constante em relação ao cais).

Segundo, sobre o princípio da invariância da velocidade da luz, que afirma que a magnitude da velocidade da luz no vácuo é a mesma para todos os observadores inerciais, independentemente da velocidade da fonte de luz em relação ao observador. Na construção da TRE, Einstein assumiu que as equações de Maxwell (que governam o comportamento dos campos elétricos e magnéticos e que implicam na existência de ondas eletromagnéticas, como a luz, com velocidade  $3,00 \cdot 10^8$  m/s. - trezentos milhões de metros por segundo - no vácuo) são as equações corretas em qualquer sistema de referência inercial (RESNICK, 1971).

A partir dessas hipóteses é possível explicar os experimentos de Albert Abraham Michelson e Edward Williams Morley, as medições das mudanças cíclicas das aberrações estelares, assim como os experimentos de Armand Hyppolyte Louis Fizeau - que constituíam um conjunto de experiências e observações que se tornavam contraditórias entre si à luz da hipótese do éter luminífero (meio elástico no qual se propagariam as ondas eletromagnéticas), forçando assim o abandono dessa ideia (ROCHA, 2002, , p. 285-300).

#### **4.2.3 A Equivalência Massa-Energia**

Outra conclusão fascinante da TRE é que a massa (multiplicada pelo quadrado da velocidade da luz) representa também a quantidade de energia que a partícula possui estando em repouso (energia de repouso), O que deve ser expresso matematicamente da forma:

$$E = mc^2, \quad (1)$$

abrindo assim o caminho para o entendimento e utilização da energia nuclear (que resulta da variação da massa durante os processos de fissão de átomos pesados, como urânio e plutônio, ou durante a fusão de átomos leves, como hidrogênio e deutério), assim como a aniquilação da matéria, que ocorre quando matéria e antimatéria interagem entre si. Por outro lado, o grau de dificuldade que cada corpo oferece a mudanças na sua velocidade (no espaço tridimensional) é determinado pela sua energia total, ou seja, a soma da sua energia cinética mais a energia de repouso ( $E = m_0c^2$ ). Da mesma forma, quanto maior for a sua energia, maior será a sua inércia, de tal modo que se torna impossível acelerar qualquer corpo massivo até atingir a velocidade da luz. Isso pode ser observado na equação de aumento de massa em função da velocidade  $v$  da forma:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (2)$$

### 4.3 Teoria da Relatividade Geral (TRG)

Com a Relatividade Restrita, Einstein mostrou que os fenômenos físicos acontecem de forma diferente para observadores que se movem com velocidades relativas constantes e que a velocidade da luz é a mesma para todos esses observadores. Mostrou-se, além disso, uma equivalência entre tempo e espaço. Em termos práticos, essa teoria indica que eventos que ocorrem simultaneamente para um observador podem ser assíncronos para outro. Por exemplo: a duração de um evento, como a queda de um corpo, quando medida por uma pessoa no planeta Terra, pode ser diferente se medida por um observador externo que se move, sendo que essa discrepância se torna evidente quando esse movimento ocorre com uma velocidade comparável à velocidade da luz.

A Teoria da Relatividade Geral é uma generalização da Teoria da Relatividade Restrita, e por mais surpreendentes que possam parecer seus resultados, eles podem ser compreendidos, em grande parte, como consequência de três princípios físicos: o princípio da relatividade, o princípio da invariância da velocidade da luz e o princípio da equivalência (MOURÃO, 2005, p. 111-133). Por fim, observamos que as origens de dois destes princípios (o da relatividade e o da equivalência) se entrelaçam historicamente com as próprias origens do conhecimento científico contemporâneo, e eles podem ser assim enunciados:

- 1º) as leis da Física são as mesmas em todos os sistemas de referência inercial.
- 2º) a velocidade da luz no vácuo tem o mesmo valor absoluto para qualquer referencial inercial, ou seja,  $c = 300\,000\text{ km/s}$ .
- 3º) por meio de um experimento realizado localmente, não é possível afirmar se a aceleração sofrida por um corpo é decorrente da gravidade ou da aplicação de uma força externa de outra natureza que não a gravitacional.

### 4.3.1 Princípio da Equivalência

A Relatividade Geral é então fundamentada no Princípio da Equivalência. Esse princípio indica que, por meio de um experimento realizado localmente, não é possível afirmar se a aceleração sofrida por um corpo é decorrente da gravidade ou da aplicação de uma força externa de outra natureza que não a gravitacional, já que seus efeitos serão similares.

Podemos assim imaginar a seguinte situação: um observador deixa um objeto cair sob a ação do campo gravitacional terrestre (esse objeto cairá com aceleração de aproximadamente  $9,8\text{ m/s}^2$ ). Isso também acontecerá se um objeto for solto no interior de uma astronave acelerando verticalmente para cima a  $9,8\text{ m/s}^2$ , sem a influência de qualquer campo gravitacional. Assim, não será possível afirmar se a queda do objeto ocorreu devido a um campo gravitacional ou em função de sua própria inércia.

Uma das grandes consequências do Princípio da Equivalência é que, mesmo que uma região do espaço esteja acelerada pela aplicação de uma força, se nesse local houver um campo gravitacional que anule essa aceleração, o observador não será capaz de discernir se é ou não um referencial inercial (ou seja, com velocidade constante).

O princípio da equivalência tem a sua origem histórica na lei da queda livre dos corpos, publicada por Galilei na sua obra *Dois novas ciências* (*Discorsi e dimostrazioni matematiche, intorno a due nuove scienze*, em italiano), datada de 1638 (ROCHA, 2002, p. 82-91). Existe uma lenda que Galileu teria soltado, simultaneamente, duas balas de canhão de massas muito diferentes do alto da torre de Pisa e as duas teriam batido no chão ao mesmo tempo, jogando por terra, assim, a teoria aristotélica que era vigente por quase dois mil anos. Independentemente de ele ter ou não, de fato, realizado esse suposto experimento da torre de Pisa, Galilei se convence daquela que ficou conhecida como lei da queda livre dos corpos, fazendo medições muito precisas do movimento de diferentes corpos ao longo de planos inclinados, com diferentes graus de inclinação.

De acordo com essa regra, em condições ideais (quando a resistência do ar e o atrito forem irrelevantes), em um mesmo ponto na vizinhança da Terra, todos os corpos caem livremente com a mesma aceleração, independentemente das suas massas. No contexto da mecânica de Isaac Newton, essa lei representa a equivalência entre a massa gravitacional e a massa inercial de cada corpo. Ou seja, se um corpo tem uma capacidade de interagir gravitacionalmente duas vezes maior do que a de outro, então, para ser acelerado, ele também oferece uma dificuldade duas vezes maior - de modo que a aceleração de ambos os corpos durante a queda livre é a mesma. Esses conceitos fazem parte das leis do movimento e da lei da gravitação universal, todas elas enunciadas por Newton e publicadas nos *Princípios matemáticos da filosofia natural* (*Philosophiæ naturalis principia mathematica*, em latim), em 1687 (ROCHA, 2002, p. 103-113). A publicação desta obra, mostrando a visão de Newton, sustentada sobre ombros de gigantes como Nicolau Copérnico, Tycho Brahe, Johannes Kepler e Galilei, é considerada o ápice da revolução científica que marcou o começo da ciência moderna.

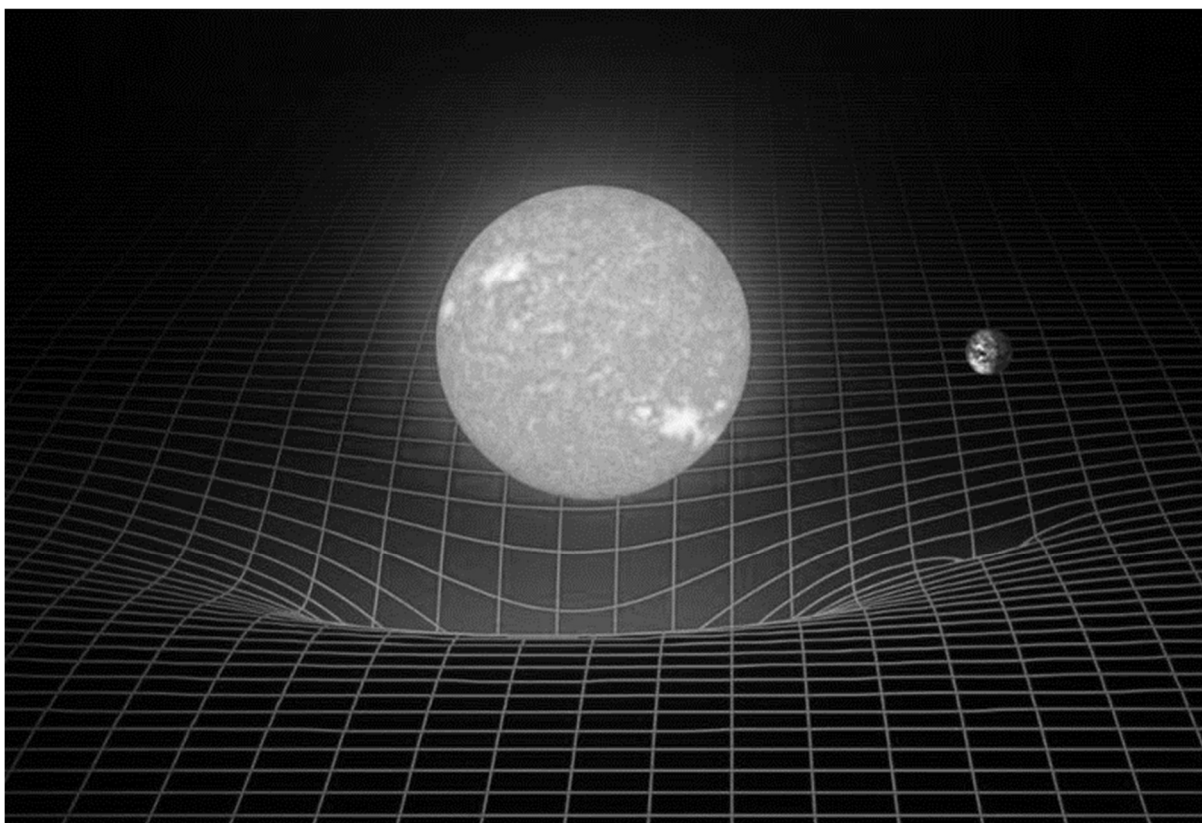
Foi precisamente esse princípio da equivalência que guiou Einstein na realização de uma proeza incomum na física teórica: o desenvolvimento de uma teoria que descreve corretamente uma interação (gravitacional, nesse caso) em um novo regime (campos intensos) sem a contrapartida de muitos resultados experimentais e/ou observacionais. Einstein, mediante o famoso experimento mental, hoje conhecido como "elevador de Einstein", ilustrou como esse princípio pode tornar localmente indistinguíveis a inércia e a gravitação. Ou seja, se o seu laboratório (sem janelas) for suficientemente pequeno e leve e os experimentos realizados nele forem suficientemente breves, nenhum resultado de tais experiências permite distinguir se esse laboratório está uniformemente acelerado (numa espaçonave com seu motor foguete ligado, por exemplo) longe de qualquer astro (na ausência de gravidade) ou se está apoiado na superfície de um planeta sob os efeitos do seu campo gravitacional. Einstein ressaltou também que, se esse laboratório está em queda livre no campo gravitacional de um planeta, tudo o que estiver dentro dele estará caindo do mesmo modo, tornando o resultado de qualquer experimento idêntico ao obtido quando o laboratório está se movendo livremente (na espaçonave com o motor foguete desligado, por exemplo) longe de qualquer astro.

### 4.3.2 Gravidade e a Geometria do Espaço e Tempo

Einstein foi ainda mais longe e conseguiu descrever, por meio da Relatividade Geral, o fenômeno da gravidade como uma alteração na geometria do espaço, uma curvatura em seu formato. Grandes massas são capazes de distorcer o espaço e, conseqüentemente, o tempo. Uma vez que a luz se propaga pelo espaço, sendo ele curvo, ela demorará tempos diferentes para observadores que se encontrem em regiões com diferentes acelerações gravitacionais.

Ele imaginou as três dimensões do espaço e a dimensão do tempo juntas, como uma espécie de tecido que nos rodeia e que é deformado pela presença dos corpos celestes massivos. Essas deformações criam o que nós sentimos como força de gravidade. Nesse novo modelo, a Terra e os outros planetas permanecem em órbita não porque o Sol simplesmente os atrai, como pensava Newton. Segundo a teoria gravitacional de Einstein, a geometria do espaço-tempo depende da presença de matéria e seus efeitos gravitacionais. Nessa geometria de quatro dimensões, as novas “retas” são as geodésicas do  $R^4$  que abordaremos na próxima seção.

Figura 3: Curvatura do espaço alterado por grandes massas



Fonte: NASA/Johnson Martin.

Modernamente, diversas observações experimentais já constataram a validade da Teoria da Relatividade Geral, sendo que um dos experimentos mais recorrentes é o fenômeno das **lentes gravitacionais**: quando a luz se propaga em regiões do espaço altamente distorcidas por grandes massas, seu caminho é curvado, essas curvas representam o caminho mais curto que pode ligar dois pontos no tecido espaço-tempo e são chamadas **geodésicas**. Esse fenômeno pode ser observado quando o raio de luz de uma estrela passa nas proximidades de uma grande massa, tendo seu caminho desviado. Dessa forma, é possível que as imagens de algumas estrelas apareçam repetidas ou ainda borradas nas observações feitas por telescópios e radiotelescópios. A descoberta desse fenômeno, que é aqui o nosso maior foco de estudo, tornou possível, nos últimos anos, a correção dessas imagens. Um experimento clássico que se tornou de grande relevância internacional por comprovar o desvio sofrido pela luz foi o Eclipse de Sobral de 1919.

### 4.3.3 Geodésicas: o caminho mais curto

Quando nos movemos de um ponto a outro em um plano euclidiano podemos descrever a trajetória mais curta que será uma reta. Definimos então a reta como sendo a curva de caminho mais curto entre dois pontos, ou seja, não possui curvatura à medida que a percorremos. No entanto, se extrapolarmos essa ideia aplicada em uma superfície plana para outras superfícies irregulares teremos diferentes resultados. Seguindo esse raciocínio, quando estivermos trabalhando em superfícies do  $\mathbb{R}^3$ , definiremos as geodésicas como as curvas que minimizam o comprimento de arco que liga dois pontos, e logo determinam a menor distância entre eles.

Devido ao seu rigor matemático, não nos interessa aqui demonstrar as propriedades que guardam as geodésicas, no entanto, partindo de sua definição (CARMO, 2012) elas são de fácil entendimento desde que dominadas as ferramentas matemáticas necessárias. Podemos definir uma geodésica da forma:

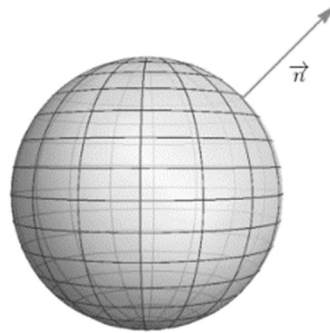
Seja  $X(u, v)$  uma superfície parametrizada regular. Uma curva regular  $\alpha(t) = X(u(t), v(t))$  é uma geodésica da superfície  $X(u, v)$  se  $\forall t \in I$ ,  $\alpha''(t)$  é um vetor normal a  $X$  em  $(u(t), v(t))$ .

Observe então que conforme a definição, a curva é uma geodésica caso o vetor  $\alpha''(t)$  for perpendicular a superfície no ponto  $\alpha(t)$ . Assim, lembrando que  $\alpha'(t)$  é o vetor tangente a curva,  $\alpha''(t)$  mostra como a direção tangente varia. Consequentemente,  $\alpha''(t)$  perpendicular à



superfície define a menor variação possível na direção tangente, ou seja, o caminho pertencente à superfície mais próximo de uma linha reta que podemos traçar.

Figura 4 - As geodésicas da esfera sempre serão círculos máximos

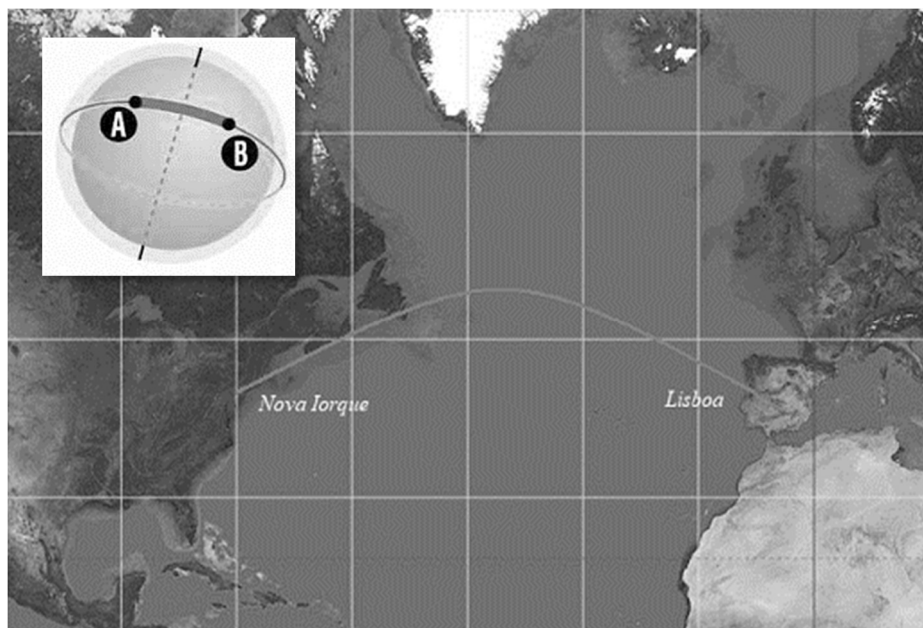


Fonte: Elaborada pelo autor.

Podemos também observar na figura 4 que o equador é o único paralelo que é uma geodésica. Todas geodésicas serão círculos máximos da esfera terrestre. Esse resultado traz implicações surpreendentes em nosso cotidiano.

Quando viajamos em um avião por exemplo, a trajetória que ele segue não é o que chamaríamos de reta quando comparamos com a direção norte – sul ou leste – oeste. Para traçar o caminho de menor distância entre dois pontos a aeronave deve seguir uma geodésica que acompanha a curvatura terrestre.

Figura 5 - Viagem de Nova Iorque a Lisboa por uma geodésica

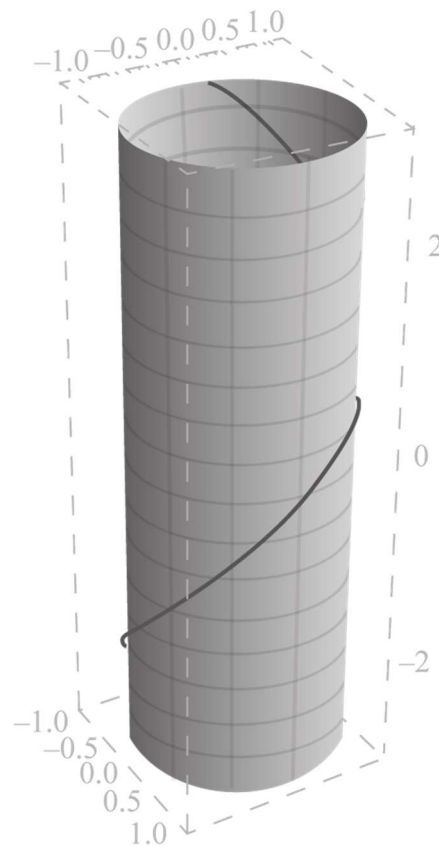


Fonte: Elaborada pelo autor.

Uma viagem de Nova Iorque a Lisboa, por exemplo, deve ser feita de forma que seja traçada a menor curva no  $R^3$  que pertença à superfície terrestre. Podemos visualizar esse resultado em um Mapa de Mercator conforme a figura 5. Nesse mapa notamos que o caminho mais curto entre dois pontos A e B é um arco de círculo máxima, uma ortodromia. Nesse mesmo mapa as retas são loxodromias, curvas de direção cardinal constante. Se uma aeronave vai de Nova York para Madri se guiando por uma bússola e apontando sempre para leste, ela percorrerá uma distância total de 3707 milhas. Mas se ela seguir uma curva geodésica com um trajeto mais ao norte, percorrerá uma distância menor, de 3605 milhas.

No estudo das geodésicas esse mesmo raciocínio aplicado à esfera pode se estender a qualquer tipo de superfície desde que sejam aplicadas as ferramentas matemáticas necessárias. Em um cilindro, por exemplo, teremos como geodésicas todos os paralelos, meridianos além das curvas helicoidais que podem ligar dois pontos escolhidos.

Figura 6 - Em um cilindro teremos como geodésicas todos os paralelos, meridianos além das curvas helicoidais que podem ligar dois pontos escolhidos.



Fonte: Elaborada pelo autor.

#### 4.3.4 As Geodésicas do $R^4$ na TRG

Para conciliar o caráter relativo do movimento com o valor sempre constante da velocidade da luz, Einstein teve que renunciar à concepção newtoniana do espaço e do tempo como entidades físicas absolutas. Na construção da TRE, dois eventos simultâneos para um observador não são simultâneos para outro que se move em relação ao primeiro; e a distância entre esses dois eventos é diferente para cada um. Apenas uma combinação específica da distância e do intervalo de tempo entre cada par de eventos (chamada de intervalo espaço-temporal) ganha caráter absoluto e universal.

Assim, para identificar cada evento são necessários quatro números: um especificando o instante em que o evento aconteceu e três especificando a posição. Logo, o intervalo espaço-temporal entre pares de eventos ( $\Delta s$ ) pode ser imaginado como uma generalização espaço-temporal quadridimensional (com quatro dimensões) do quadrado da distância euclidiana entre pares de pontos do nosso espaço tridimensional, ou seja:

$$(\Delta s)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 - (c\Delta t)^2 \quad (3)$$

definindo assim a geometria do espaço-tempo quadridimensional formado pelos eventos. Por exemplo, o intervalo espaço-temporal nos permite determinar a geodésica entre cada par de eventos, ou seja, a curva no espaço-tempo, quadridimensional entre cada par de eventos ao longo da qual o valor absoluto do intervalo espaço-temporal é mínimo.

Outra informação importante contida no intervalo espaço-temporal é a chamada estrutura causal do espaço-tempo. Se tomarmos um evento na história de uma partícula, o sinal do intervalo espaço-temporal entre este evento e cada um dos outros nos permite determinar quais eventos poderiam, de alguma forma, fazer parte da trajetória espaço-temporal da partícula e quais não poderiam. Ou seja, quais caminhos de alguma forma ela poderia percorrer nesse espaço-tempo de quatro dimensões.

Nessa nova geometria da dinâmica einsteiniana podemos mostrar que, se uma partícula estiver livre de qualquer interação, a direção da sua quadrivelocidade permanece constante e a partícula se move ao longo de uma geodésica. Se a partícula estiver interagindo, então a direção da sua quadrivelocidade pode mudar e a massa inercial da partícula caracteriza a dificuldade que a partícula oferece a mudanças dessa direção.

### 4.3.5 A Interação Gravitacional na TRG

Um dos grandes méritos de Einstein na construção da TRG foi notar que, graças ao princípio da equivalência, não seria necessária uma força para descrever a interação gravitacional entre os corpos. Afinal, como a trajetória de cada partícula em queda livre não depende da sua massa, e como na sua vizinhança tudo acontece como se ela estivesse se movendo livremente, longe de qualquer astro, Einstein assumiu que, nas proximidades de um astro, cada partícula se move livremente ao longo de geodésicas de um espaço-tempo deformado pela presença desse astro.

Essas geodésicas espaço-temporais, quando projetadas no nosso espaço tridimensional, constituem aproximadamente trajetórias descritas por Newton na sua teoria gravitacional fundamentada na mecânica clássica, ou seja, as elipses (características do movimento dos planetas ao redor do Sol, por exemplo), parábolas e hipérbolas. A discrepância entre as trajetórias previstas pela TRG e as previstas pela teoria de Newton é tanto maior quanto mais próximo do astro estiver a partícula, ou seja, quanto mais intenso for o campo gravitacional.

Assim, sendo o campo gravitacional do Sol o mais intenso do nosso sistema solar, e sendo Mercúrio o planeta mais próximo do Sol, de acordo com a TRG, Mercúrio deveria seguir a trajetória mais discrepante em relação à teoria newtoniana. Com a TRG, Einstein conseguiu pela primeira vez obter o valor correto da precessão anômala do periélio de Mercúrio (MOURÃO, 2005, p. 137-139). Esta precessão constitui uma violação das leis de Kepler para o movimento dos planetas, já percebida pelos astrônomos havia mais de meio século, a partir de medições muito precisas, feitas ao longo de 400 anos, e cuja intensidade ninguém tinha conseguido derivar, nem a partir da perturbação gravitacional gerada por quaisquer outros planetas, nem a partir do grau de diferença (conhecido até então) entre a forma do Sol e a forma de uma esfera.

Curiosamente, nas chamadas equações de Einstein, que definem como a presença de um objeto deforma o espaço-tempo, o que determina a interação gravitacional, não é apenas a massa do objeto, mas sim seu tensor de energia-momento, a grandeza que caracteriza o conteúdo de massa-energia, o seu movimento, assim como as pressões e as tensões às quais o objeto está submetido. Esses novos parâmetros, determinando a interação gravitacional entre objetos, levaram à descoberta de novos fenômenos como, por exemplo, o arrasto de referenciais (*frame-dragging*, em inglês) gerado pela rotação dos astros, a precessão geodética e a repulsão gravitacional que a energia escura estaria exercendo sobre as galáxias e que explicaria a expansão acelerada do universo (CASTIÑEIRAS; CRISPINO, 2019).

### 4.3.6 A Matemática da TRG

Como veremos adiante de forma mais detalhada, em 1915, ao considerar a teoria de gravitação relativística em que a luz se propaga em uma geodésica que seria a nova reta no espaço-tempo curvo, Einstein obteve uma nova expressão para o ângulo de deflexão ( $\alpha_E$ ) da luz que passa nas imediações de uma grande massa. Essa expressão pode ser escrita da seguinte forma:

$$\alpha_E = \frac{4GM}{c^2 b} \equiv 1'',75 \cdot \left(\frac{M}{M_\odot}\right) \left(\frac{R_\odot}{b}\right) \quad (4)$$

No entanto, esse resultado difere por um fator 2 do resultado obtido por meio da mecânica newtoniana ( $\alpha_E = 2 \cdot \alpha_N$ ), o que reflete exatamente a da curvatura do espaço-tempo. Lembrando que o ângulo de deflexão é adimensional, podemos escrever o resultado acima em função de apenas dois parâmetros importantes, sendo eles:

- a) raio gravitacional ou raio de Schwarzschild: é o raio obtido considerando a velocidade da luz como a velocidade de escape do corpo considerado, e vale  $R_g = \frac{2GM}{c^2}$  ; e,
- b) o parâmetro de impacto  $b$ .

Sendo então o ângulo de deflexão adimensional, utilizando uma constante numérica, podemos escrever:

$$\tilde{\alpha} = \gamma \cdot \frac{R_g}{b} = \gamma \cdot 2 \left(\frac{GM}{c^2 b}\right) \quad (5)$$

Em que  $\gamma=1$  na abordagem newtoniana e  $\gamma=2$  para a abordagem relativística einsteiniana.

Retomando então que, na teoria da relatividade o intervalo espaço-temporal entre pares de eventos ( $\Delta s$ ) pode ser escrito da forma:

$$(\Delta s)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 - c^2 (\Delta t)^2 \quad (6)$$

ou, em coordenadas esféricas ( $b, \theta, \phi$ ) conforme expressão:

$$(\Delta s)^2 = (\Delta b)^2 + b^2 (\Delta \theta)^2 + (b \cdot \text{sen } \theta)^2 (\Delta \phi)^2 - c^2 (\Delta t)^2 \quad (7)$$

Essa métrica também pode ser escrita da forma matricial, onde passamos a expressar o que será chamado de tensor de métrica  $\mathbf{g}_{\mu\nu}$ , nas coordenadas cartesianas e esféricas, respectivamente:

$$\mathbf{g}_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$\mathbf{g}_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{b}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (\mathbf{b} \cdot \text{sen } \theta)^2 \end{pmatrix} \quad (9)$$

Assim, a métrica de Minkowski define o espaço-tempo plano e seus elementos indicam que eles são isotrópicos e homogêneos. Já o espaço-tempo da TRG é curvo.

Por fim, sabemos que toda nova teoria deve concordar com os resultados experimentais da teoria atual em vigor dentro dos limites de sua validade, é o que é chamado de Princípio da Correspondência. Na TRG, isso significa que ele deve concordar tanto com a relatividade especial na ausência de gravidade quanto com a gravitação newtoniana para campos gravitacionais fracos e em baixas velocidades. Fundamentado nesses princípios e após fatigante trabalho, Einstein chegou às equações de campo propostas em 1915 da forma:

$$\mathbf{R}_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \mathbf{g}_{\mu\nu} \mathbf{R} = - \left( \frac{8\pi G}{c^4} \right) \mathbf{T}_{\mu\nu} \quad (10)$$

E, em seu formato matricial, com 16 componentes, teremos:

$$\begin{pmatrix} R_{00} & R_{01} & R_{02} & R_{03} \\ R_{10} & R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{20} & R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{30} & R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \mathbf{g}_{00} & \mathbf{g}_{01} & \mathbf{g}_{02} & \mathbf{g}_{03} \\ \mathbf{g}_{10} & \mathbf{g}_{11} & \mathbf{g}_{12} & \mathbf{g}_{13} \\ \mathbf{g}_{20} & \mathbf{g}_{21} & \mathbf{g}_{22} & \mathbf{g}_{23} \\ \mathbf{g}_{30} & \mathbf{g}_{31} & \mathbf{g}_{32} & \mathbf{g}_{33} \end{pmatrix} \mathbf{R} = - \left( \frac{8\pi G}{c^4} \right) \begin{pmatrix} T_{00} & T_{01} & T_{02} & T_{03} \\ T_{10} & T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{20} & T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{30} & T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{pmatrix} \quad (11)$$

Em que  $R_{\mu\nu}$  é o tensor de Ricci que descreve a curvatura do espaço-tempo;  $R$  é o escalar de Ricci;  $g_{\mu\nu}$  é o tensor métrico que depende do sistema de coordenadas utilizado;  $G$  é a constante de gravitação universal newtoniana;  $T_{\mu\nu}$  é o tensor momento-energia que depende da distribuição e movimento da massa-energia e do campo eletromagnético (RIVELLES, 2006).

De forma resumida, esse conceitos envolvidos podem ser assim interpretados:

- 1) a massa-energia determina a curvatura do espaço-tempo. Ou seja, a geometria do espaço-tempo é definida pela presença de matéria;
- 2) a curvatura do espaço-tempo determina o movimento da matéria;
- 3) a gravitação é resultante da curvatura do espaço-tempo.

A partir do fato que um observador em queda livre não sente seu próprio peso Einstein, em 1907, havia percebido que a força gravitacional newtoniana era ilusória. Ao anular a gravidade local  $\vec{g}$  adotando um sistema de referência em queda livre, ele estava considerando a força gravitacional como fictícia. Assim, o campo gravitacional estaria sendo substituído por um referencial acelerado com aceleração  $\vec{a} = -\vec{g}$ . Em 1912, Einstein chamou essa propriedade de *Princípio da Equivalência* (LIMA; SANTOS, 2018).

Em 1917, Einstein introduziu um termo proporcional a uma constante ( $\Lambda$ ), que ficou conhecida como constante cosmológica, alterando o sistema de equações (10) da seguinte forma:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R - \Lambda g_{\mu\nu} = -\left(\frac{8\pi G}{c^4}\right)T_{\mu\nu}, \quad (12)$$

O efeito físico de  $\Lambda$  deve ser entendido – o que pode ser demonstrado com alguns artifícios matemáticos - como uma força repulsiva proporcional à distância sobre qualquer partícula de massa  $m$ , da forma:

$$f = \frac{1}{3}(m\Lambda c^2)r \quad (13)$$

É também possível mostrar que, a partir das hipóteses einsteinianas, que as equações de campo podem ser reduzidas em apenas duas equações independentes:

$$8\pi G\rho + \Lambda c^2 = \frac{3c^2}{a^2} \quad (14)$$

$$\Lambda = \frac{1}{a^2} \quad (15)$$

Na equação (15),  $a$  é o raio do Universo espacialmente fechado. Combinando (14) e (15), temos que  $\rho = \frac{\Lambda c^2}{4\pi G}$  determinado pela constante cosmológica é a densidade média de matéria no Universo.

Por fim, pode-se mostrar que na expressão (7), para problemas bidimensionais, também pode ser escrita em coordenadas polares  $(b, \theta)$  conforme expressão (MOURÃO, 2005, p. 144-146):

$$(\Delta s)^2 = f(b)c^2 - \frac{1}{b}(\Delta b)^2 - b^2(\Delta\theta)^2 \quad (16)$$

sendo que,

$$f(b) = 1 - \left( \frac{GM}{c^2 b} \right) \quad (17)$$

A partir dessa análise, é possível demonstrar que a velocidade da luz nas proximidades de uma massa  $M$  é reduzida a  $c \cdot f(b)$ , sendo que  $f(b)$  é determinado pela equação (03). O novo caminho da luz pode então ser descrito pela deflexão da frente de ondas, resultando o desvio de acordo com a expressão:

$$\hat{\alpha} = 4 \left( \frac{GM}{c^2 b} \right). \quad (18)$$



## 5 AS LENTES GRAVITACIONAIS

### 5.1 Introdução

É conhecido por Lente Gravitacional (LG) o fenômeno que ocorre com a luz ao ser desviada devido a um campo gravitacional resultante da presença de matéria em uma região do Universo no caminho entre observador e fonte luminosa. Esse efeito de lente pode ser exercido por um elemento simples como uma estrela ou planeta, ou, um conjunto de elementos maiores e mais complexos como várias galáxias.

Esse fenômeno independe da frequência da onda eletromagnética observada e, diferentemente das lentes que estudamos na óptica geométrica, não há uma posição focal bem definida. Além disso, as imagens conjugadas, que são múltiplas, se apresentam deformadas e com um atraso no percurso conhecido como *time delay* (LIMA; SANTOS, 2019).

Apenas a partir da década de 60 foram obtidos maiores avanços no estudo das Lentes Gravitacionais. Em 1979 foi observada a primeira imagem dupla de uma fonte distante, e desde então muitos outros eventos descobertos despertaram grande interesse por esse evento espetacular dentro da astrofísica. Faremos aqui uma curta abordagem inicial conceitual e geométrica sobre as LGs.

### 5.2 A Cronologia das Descobertas

Em seu livro de óptica publicado em 1704, Newton apresenta uma teoria corpuscular da luz, e assim, era de se esperar que já seriam considerados por ele os efeitos da gravidade que grandes concentrações de matéria exercem sobre essas partículas que compõem os raios de luz. Isso de fato ocorreu, apesar de Newton não ter apresentado cálculos explícitos sobre esse fenômeno.

Com essa mesma abordagem newtoniana, John Michell (1724-1793) e Pierre Laplace (1749-1827) demonstraram independentemente um importante resultado sobre a teoria corpuscular da luz. Segundo ambos os teóricos, grandes quantidades de matéria poderiam apresentar uma atração gravitacional tão intensa que impedisse que mesmo os corpúsculos de luz escapassem de sua superfície, apresentando-se então completamente escuros. Mais tarde, esses corpos foram denominados Buracos Negros.

A explicação desse fenômeno, fisicamente falando, é que a partícula de luz não teria uma velocidade maior ou igual à velocidade de escape da superfície do astro de massa  $M$  e raio  $R$ , ou seja,  $v_e = \sqrt{2GM/R}$ . Em 1801, Johan Soldner (1776-1833) apresentou os cálculos explícitos sobre o desvio sofrido por uma partícula que incidia com um parâmetro de impacto  $b > R$  nas imediações de uma esfera de massa  $M$  e raio  $R$ . Nesses cálculos foram obtidos os espalhamentos balísticos quando considerados os efeitos gravitacionais criados por uma força  $F \propto 1/r^2$  (LIMA; SANTOS, 2019).

O resultado obtido por Soldner para a deflexão angular determinada pelo Sol, que aqui denominaremos **resultado newtoniano** ( $\alpha_N$ ) foi:

$$\alpha_N = \frac{2GM}{c^2 b} \equiv 0",875 \left( \frac{M}{M_\odot} \right) \left( \frac{R_\odot}{b} \right) \quad (19)$$

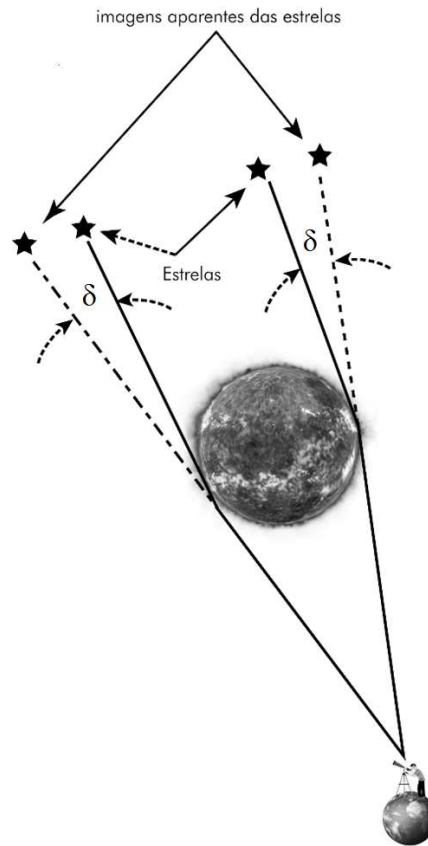
em que  $G$  é a constante de gravitação universal,  $b$  o parâmetro de impacto, e,  $M_\odot$  e  $R_\odot$ , respectivamente a massa e raio do Sol. Note então que, substituídos os valores conhecidos dos parâmetros da equação acima, quando tivermos um raio de luz defletido pelo Sol ( $M = M_\odot$ ) que passa rasante em sua superfície ( $b = R_\odot$ ), obteremos o resultado newtoniano,  $\alpha_N = 0",875$ .

Em 1905, a publicação da relatividade especial de Einstein trouxe profundas alterações no entendimento da relatividade galileana e da dinâmica newtoniana. A gravitação de Newton foi revista e o conceito de ação à distância e velocidade infinita eram incompatíveis com o novo modelo. Nessa nova abordagem einsteiniana todos os campos físicos devem se propagar com velocidade finita, assim com as ondas eletromagnéticas. No mesmo ano, Poincaré previu a emissão e propagação finita de radiação gravitacional.

Em 1911, Einstein reiniciou sua busca por uma teoria de gravitação relativística e, em 1915, ao considerar que a luz se propaga em uma geodésica que seria a nova reta no espaço-tempo curvo, obteve uma expressão de deflexão da luz análoga ao resultado obtido por Soldner:

$$\alpha_E = \frac{4GM}{c^2 b} \equiv 1",75 \cdot \left( \frac{M}{M_\odot} \right) \left( \frac{R_\odot}{b} \right) \quad (20)$$

Figura 7 - Efeito de deflexão da luz vinda de uma estrela distante, e que passa nas proximidades do Sol, determinado pelo seu campo gravitacional.



Fonte: Reproduzida pelo autor. Inspirada em Lima e Santos (2019).

Observe que esse resultado difere por um fator 2 do resultado obtido por meio da mecânica newtoniana, o que reflete exatamente a curvatura do espaço-tempo. Lembrando que o ângulo de deflexão é adimensional, podemos escrever o resultado acima em função de apenas dois parâmetros importantes, sendo eles:

- c) raio gravitacional ou raio de Schwarzschild: é o raio obtido considerando a velocidade da luz como a velocidade de escape do corpo considerado, e vale  $R_g = \frac{2GM}{c^2}$ ; e,
- d) o parâmetro de impacto  $b$ .

Sendo então o ângulo de deflexão adimensional, utilizando uma constante numérica, podemos escrever:

$$\tilde{\alpha} = \gamma \frac{R_g}{b} = \gamma \frac{2GM}{c^2 b} \quad (21)$$

Em que  $\gamma=1$  na abordagem newtoniana e  $\gamma=2$  para a abordagem relativística einsteiniana.

Na Figura 7 observamos o efeito de deflexão ( $\delta$ ) da luz vinda de uma estrela distante, e que passa nas proximidades do Sol, determinado pelo seu campo gravitacional. Note que o desvio faz com que o astrônomo no planeta Terra veja a imagem da estrela deslocada de sua posição real. Essa foi de fato a primeira observação física do efeito de lente gravitacional.

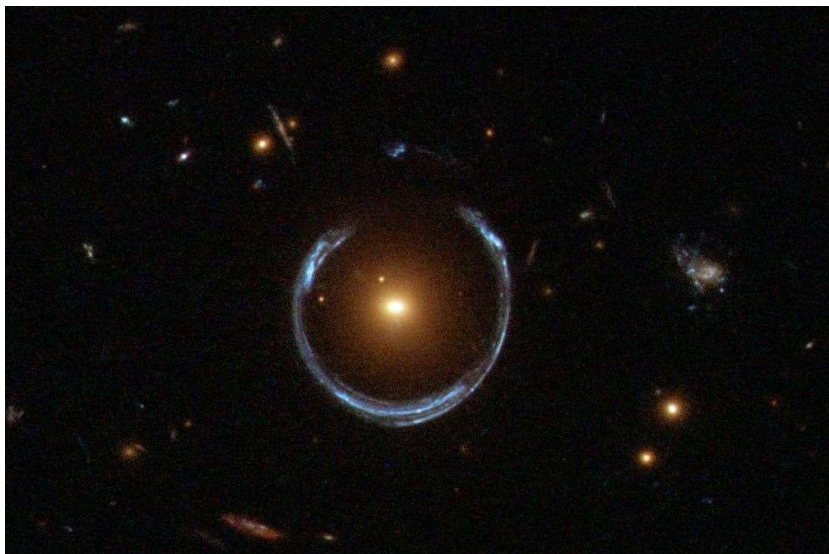
Em um eclipse, o desvio angular pode ser obtido pela superposição das imagens da estrela distante obtidas na presença do Sol e no período noturno, sem o Sol. Esse desvio é pequeno, no entanto, evidencia o fator  $\gamma=2$  obtido na interpretação einsteiniana do desvio.

Devemos também enfatizar aqui outros dois resultados importantes que as lentes gravitacionais trazem no campo da cosmologia:

- a) a equação de desvio da luz permite a determinação da massa do objeto responsável pelo desvio, e logo, pelo campo gravitacional, e;
- b) o desvio determinado pela massa independe da natureza da matéria constituinte dessa massa, ou seja, matéria bariônica (nêutrons, prótons etc.) ou outra ainda desconhecida, o que poderá trazer um resultado de grande importância para o desenvolvimento futuro da cosmologia.

Em 1924, Chwolson mostrou que em caso de alinhamento entre fonte distante, lente gravitacional e observador, a imagem da fonte seria observada como um anel de luz em torno da lente que causa deflexão. Esse resultado foi posteriormente denominado anel de Einstein. Em 1936, o próprio Einstein fez o cálculo desse anel.

Figura 8 – Anéis de Einstein observado pelo telescópio Hubble



Fonte: ESA Hubble/NASA (Reprodução).

Na Figura 8 podemos observar uma bela imagem de miragem gravitacional que mostra um anel quase completo de estranhos objetos esticados em azul, que se estendem em um círculo. Na verdade, são apenas as múltiplas imagens formadas de uma única galáxia. O fenômeno ocorre devido à distorção da luz de uma galáxia azul muito distante determinada pelo campo gravitacional da grande galáxia vermelha brilhante (LRG 3-757) em primeiro plano. Para que esse evento possa ser observado é necessário o alinhamento quase perfeito da galáxia do fundo e da galáxia em primeiro plano. Nessa imagem, o telescópio Hubble foi capaz de fotografar um círculo. Estes são os chamados anéis de Einstein.

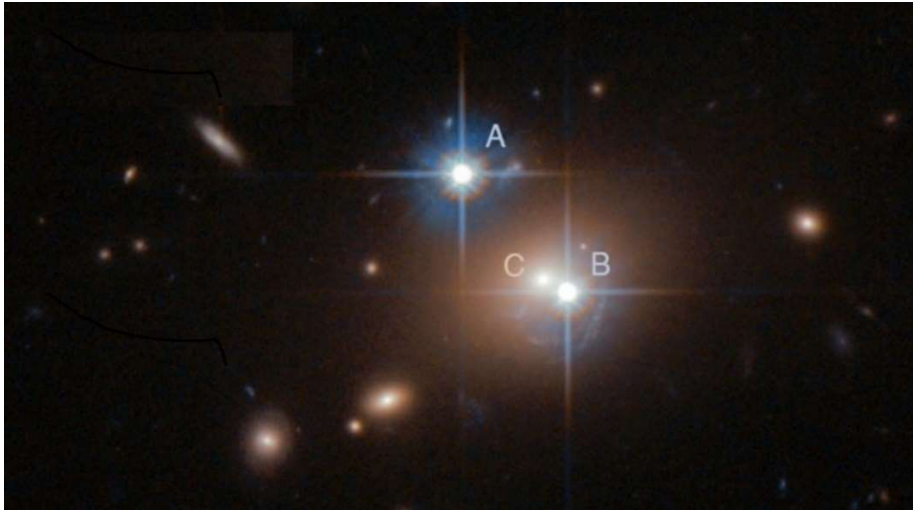
Em 1937, Fritz Zwicky apresentou importantes resultados sobre as lentes gravitacionais. Entre eles, mostrou que as nebulosas seriam objetos mais adequados para a observação desse fenômeno devido às suas grandes massas, ressaltou o efeito de ampliação que a lente gravitacional de uma galáxia determinaria na observação de outra galáxia mais distante e as novas linhas de estudo cosmológico que o cálculo indireto das massas pelo efeito de lentes poderia significar. Mesmo assim, os resultados de Zwicky não trouxeram grandes consequências, e o tema permaneceu então sem grandes avanços até a década de 60. Esse grande período de pouca evolução no estudo das lentes é chamado por Lima e Santos (2019) de Idade Média das Lentes Gravitacionais.

A descoberta dos quasares em 1963 trouxe uma nova luz no estudo das lentes gravitacionais. Esses objetos com aparência quase estelar (em inglês, *quasistellar object*, QSO) são extremamente compactos e luminosos, apresentando grande redshift por estarem em enormes distâncias. Assim, seriam certamente lenteáveis como previa Zwicky.

Em 1964, Refsdal observou o lenteamento de uma supernova (SN) resultante do campo gravitacional de uma galáxia entre a SN e a Terra que, sendo um evento explosivo, pode ser medido em momentos distintos nas diferentes imagens, permitindo então que fosse estabelecido um *time delay* para os diversos caminhos. Isso também pode ser medido em qualquer evento pulsante ou variável. Naquela ocasião, além de uma estimativa da massa da galáxia também pôde ser calculada a constante de Hubble ( $H_o$ ).

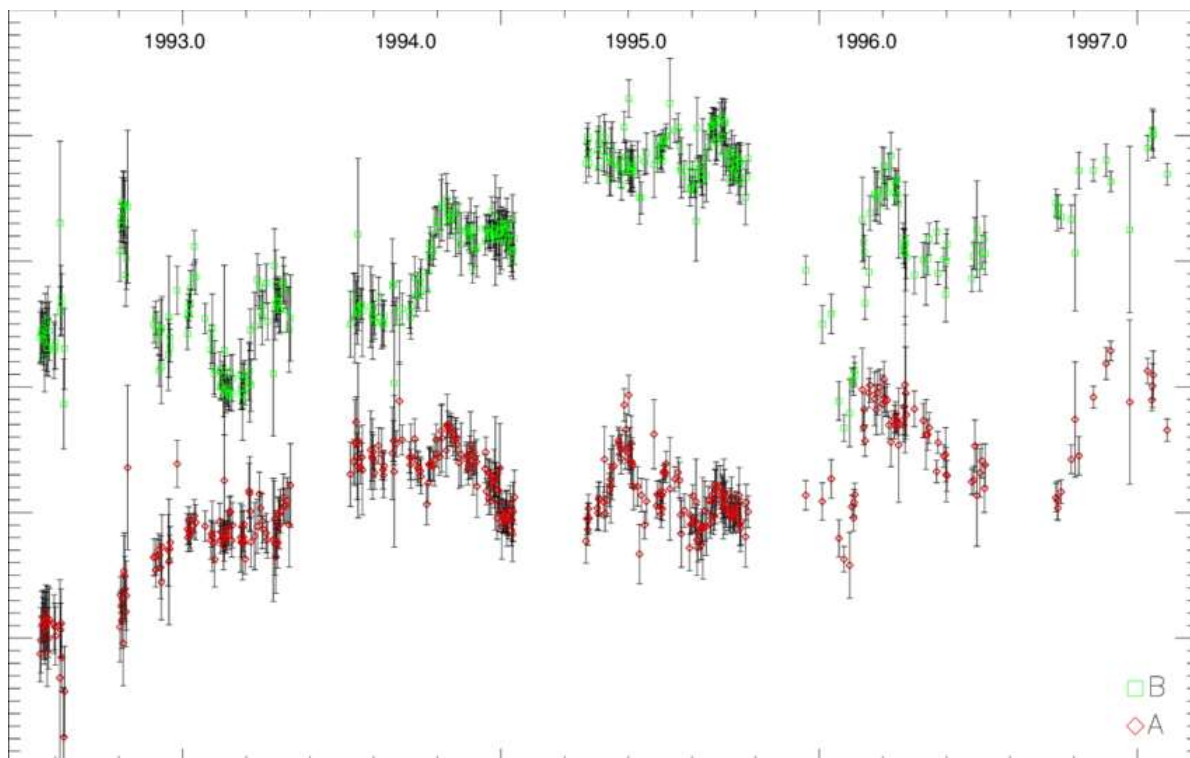
Já em 1979, Walsh, Carswell e Weymann observaram a primeira formação de duas imagens por uma fonte extragaláctica, o quasar QSO 0957+561(A&B). A similaridade das imagens obtidas no redshift  $z \approx 1,4$  mostra que são emitidas por um mesmo objeto lenteado. As imagens e os dados obtidos nessa observação estão apresentados nas Figuras 9 e 10. A descoberta desse quasar duplo atraiu muitos pesquisadores e estimulou o estudo das LG.

Figura 9 – Imagem do telescópio Hubble do quasar QSO 0957+561 com suas duas imagens formadas em azul (A e B) e a galáxia lente avermelhada(C)



Fonte: ESA/Hubble & NASA.

Figura 10 - Resultados de fotometria de abertura de QSO 0957+561 A, B



Fonte: ESA/Hubble & NASA).

### 5.3 Classificação das Lentes Gravitacionais

As LG são divididas e 2 classes distintas relevantes:

1) **macrolentes:** são subdivididas em Lentes Fortes e Lentes Fracas. São lentes fortes os aglomerados de galáxias em que aparecem os grandes arcos (*giant arcs*) e pequenos arcos (*arclets*). Em geral, as Lentes Fortes produzem imagens múltiplas, o que indica a presença de vários campos gravitacionais intensos, e conseqüentemente várias lentes fortes. Por outro lado, a Lente Fraca é resultante da falta de homogeneidade na distribuição da matéria no Universo, determinando então inomogeneidades no campo gravitacional presente no caminho da luz, o que causa a distorção nas imagens formadas.

2) **microlentes:** são observadas em eventos em que a separação das imagens é pequena, da ordem de arcos de microssegundos. Esses eventos, apesar do nome, são de grande intensidade e são observados na presença de lentes criadas por planetas, estrelas e quasares.

### 5.4 Equacionando as Lentes Gravitacionais

Para melhor entendimento do equacionamento de uma lente gravitacional, analisaremos inicialmente o caso de um objeto fonte tratado como pontual e uma lente defletora com uma simetria circular e de pequena dimensão em relação ao meio de propagação da luz (lente fina). Esse caso acontece, por exemplo, com galáxias elípticas.

Considere assim, para cálculo inicial do desvio, conforme representado na Figura 11, uma fonte de luz (F) bem afastada de uma lente gravitacional (L) de massa M. Sabemos que o ângulo  $\hat{\alpha}$  é definido pelo modelo einsteiniano da forma ,

$$\hat{\alpha} = \frac{4GM}{c^2 b} . \quad (22)$$

Sendo que podemos escrever para o ângulo  $\beta = (\theta - \alpha)$  e, para pequenos ângulos podemos adotar  $\alpha = \hat{\alpha} \left( \frac{d_{LF}}{d_{OF}} \right)$ , obtendo então a equação de lente:

$$\beta = \theta - \hat{\alpha} \left( \frac{d_{LF}}{d_{OF}} \right) \quad (23)$$

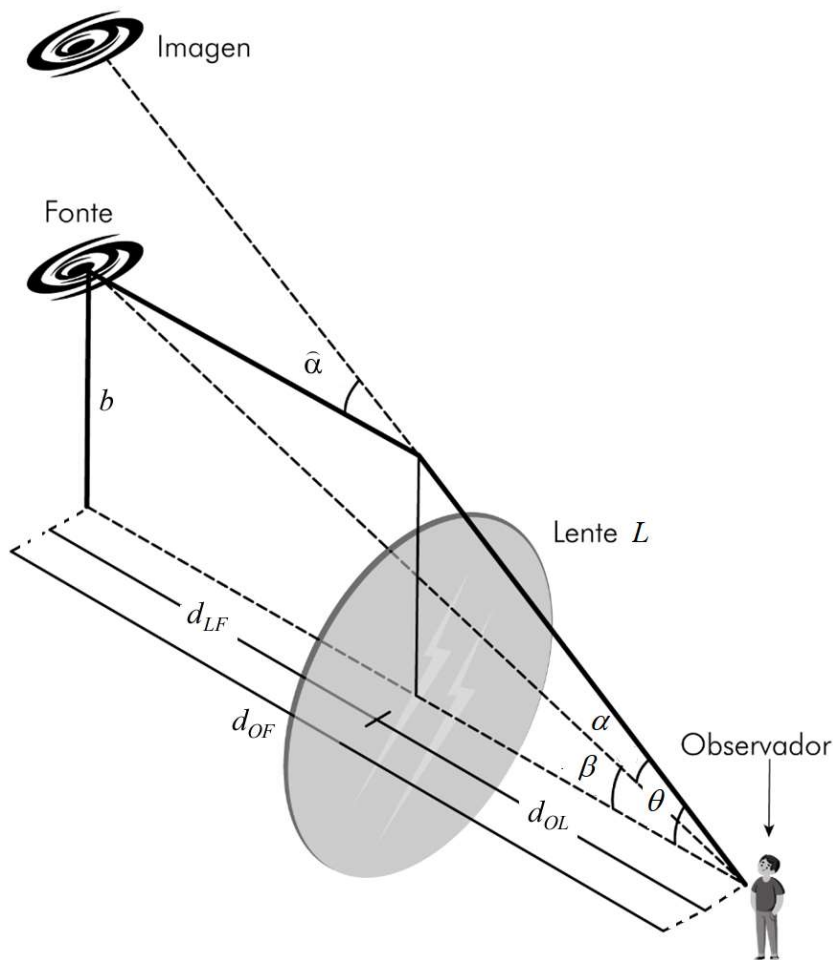
Podemos também notar nessa figura que o parâmetro de impacto pode ser escrito da forma  $b = \theta \cdot d_{OL}$ , que substituído em (22) e (23), fornece:

$$\beta = \theta - \left[ \frac{4GM}{c^2 d_{OL}} \left( \frac{d_{LF}}{d_{OF}} \right) \right] \quad (24)$$

Nessa equação chamaremos de  $\theta_E^2$  o valor  $\frac{4GM}{c^2 d_{OL}} \left( \frac{d_{LF}}{d_{OF}} \right)$ , escrevendo então:

$$\beta = \theta - \frac{\theta_E^2}{\theta} \quad (25)$$

Figura 11 - Fonte de luz (F) bem afastada de uma lente gravitacional (L) de massa M



Fonte: Reproduzida pelo autor. Inspirada em Lima e Santos (2019).

Observe também na Figura 11 que quando objeto, lente e observador estão alinhados podemos fazer  $\beta=0$  e assim, da equação (25) resulta:

$$0 = \theta - \frac{\theta_E^2}{\theta} \Rightarrow \theta = \sqrt{\theta_E^2} = \sqrt{\frac{4GM}{c^2 d_{OL}} \left( \frac{d_{LF}}{d_{OF}} \right)} \quad (26)$$



Podemos ainda adotar o parâmetro  $D = d_{OL} \left( \frac{d_{OF}}{d_{LF}} \right)$  que nos dará a dimensão do fenômeno e escrever, por fim, a equação (26) da forma:

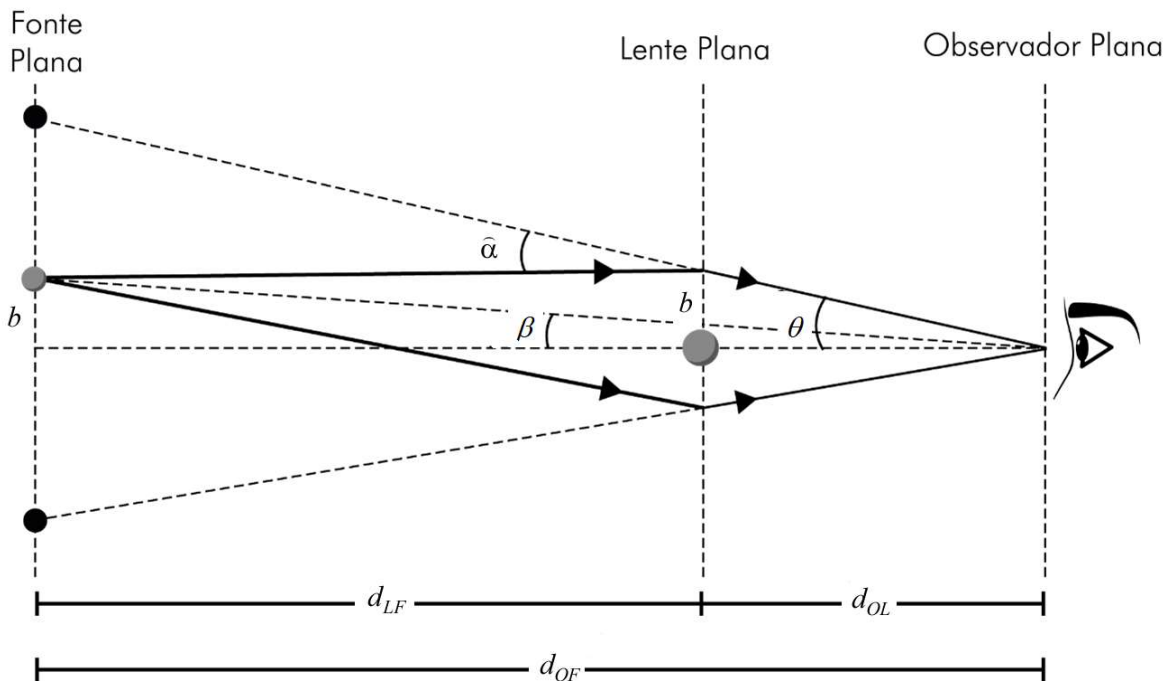
$$\theta_E = \sqrt{\frac{4GM}{c^2 D}} \quad (27)$$

Devido à simetria circular essas soluções de (27) estão degeneradas em uma circunferência formando então o que é conhecido como Anéis de Einstein. Podemos então escrever a equação (25) da lente da forma:

$$\theta^2 - \beta\theta - \theta_E^2 = 0 \quad (28)$$

que apresenta duas soluções correspondendo então a duas imagens que não são simétricas, mas se encontram de lados opostos, conforme notamos abaixo na Figura 12 e, devido à simetria circular do problema degeneram os anéis conforme observamos na Figura 8.

Figura 12 - Duas imagens que não são simétricas, mas se encontram de lados opostos e, devido à simetria circular do problema degeneram os anéis de Einstein



Fonte: Reproduzida pelo autor. Inspirada em Lima e Santos (2019).

### 5.5 Magnificação da Fonte

É importante notar que o lenteamento gravitacional preserva o brilho da fonte, afinal mantém o número de fótons emitidos que são apenas redirecionados. Sendo assim é possível que haja uma magnificação ( $\mu$ ) da fonte, que é o aumento do fluxo incidente devido à variação do ângulo sólido sob o qual os fótons emitidos são absorvidos. Essa magnificação dependerá da relação entre a área da imagem ( $A_i$ ) produzida e a área real da fonte ( $A_f$ ), ou seja:

$$\mu = \frac{A_i}{A_f} \quad (29)$$

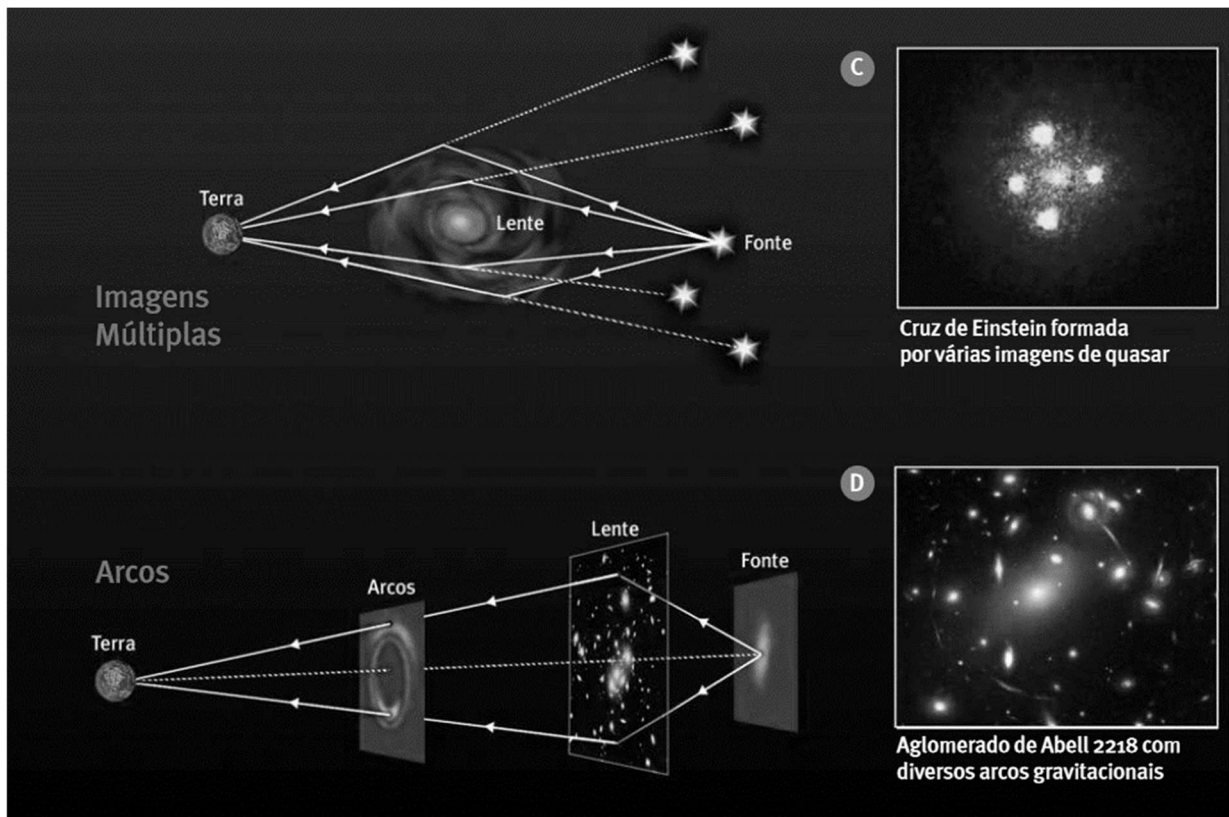
Outro resultado que deve ser notado é que em muitos casos a magnificação permite a detecção de uma fonte distante. Assim, as lentes gravitacionais funcionam como telescópios naturais. Isso explica por que encontramos quasares de alto *redshifts* em regiões próximas a galáxias de baixo *redshifts*.

Tratamos até aqui do caso de lentes pontuais e circulares, no entanto, de forma geral uma distribuição de massa que não seja uniforme pode determinar múltiplas imagens. Uma lente puntiforme assimétrica pode também determinar quatro ou mais imagens.

Na Figura 13 observamos a formação de várias imagens devido à uma distribuição de massa não uniforme. Como a lente não é mais um objeto pontual, ela pode gerar mais de duas imagens – muitas vezes, são visíveis quatro imagens (figura 13C). Aqui nesse caso observamos a Cruz de Einstein. Também podem ser gerados arcos (figura 13D) caso tenhamos várias fontes independentes como em um aglomerado de galáxias.

Devemos também sempre observar que para que sejam classificados como imagens de um lenteamento, os objetos devem estar próximos no céu, precisam possuir um mesmo espectro e fluxo em todas as bandas, devem possuir o mesmo *redshift*, devem estar nas proximidades de uma possível lente gravitacional e, por fim, devem apresentar as mesmas variações temporais - todas derivadas da mesma fonte - correlacionadas com o *time delay* das diferentes imagens.

Figura 13 - Várias imagens formadas por uma lente gravitacional devido à uma distribuição de massa não uniforme



Fonte: Reproduzida pelo autor. Inspirada em Lima e Santos (2019).

## 6 APLICAÇÃO NO ENSINO MÉDIO

### 6.1 Introdução

Entre abril e junho de 2022 foi apresentada pelo autor dessa dissertação uma sequência didática em sala de aula para três turmas de 35 alunos cada - totalizando 105 alunos - do segundo ano do ensino médio de uma escola particular de ensino básico localizada na Asa Sul do Plano Piloto do Distrito Federal. A sequência didática foi composta por 8 aulas de 100 min cada e teve a forma de apresentação em quadro de pincel acompanhada de data show e notebook. Todos esses estudantes apresentaram interesse em participar de atividades elaboradas para o pré e pós-aulas que tiveram uma abordagem inspirada no método de ensino sob medida (EsM) e produziram respostas que foram enviadas pela internet por meio de formulários digitais *Google Forms*.

Nas atividades de ensino sob medida questões prévias são apresentadas aos alunos com o intuito de desenvolver o interesse pelo tema abordado em sala de aula, trazer reflexões sobre conceitos fundamentais para o entendimento do assunto e identificar, por meio das respostas obtidas, as dificuldades que serão enfrentadas durante o curso. Por outro lado, as questões apresentadas posteriormente podem identificar a eficiência da sequência didática e sua aplicação por meio do entendimento apresentado pelos alunos, assim como podem indicar se algum tópico deve ser retomado em aulas seguintes (ARAÚJO; MAZUR, 2013).

Os alunos que participaram das aplicações tiveram 07 dias para enviar as respostas às questões pré-aulas (TLs disponíveis no APÊNDICE C) por meio de um formulário *Google Forms* criado especificamente para o curso. As questões iniciais em formato de testes denominados TLs estimulavam os alunos a refletir sobre conceitos que seriam abordados em sala de aula, e eram sempre disponibilizadas 10 dias antes de cada aplicação em sala.

Desde o início da aplicação foi apresentada aos alunos a intenção de se inserir no ensino básico um tema moderno e de grande relevância científica. Foram apresentadas notícias de jornais atuais e divulgações de internet sobre tópicos não abordados na escola que representam as atuais fronteiras da ciência. Após essa introdução foram retomados conceitos básicos em sala de aula fundamentais para a evolução do curso como: movimento circular, aceleração centrípeta, força de atração gravitacional, refração da luz, lentes delgadas, ondas eletromagnéticas e, por fim, relatividade especial, que já fazem parte do currículo comum do Ensino Médio.

Notamos que, em geral, os alunos tinham consciência de alguns resultados importantes da física clássica como, por exemplo, o aumento do período orbital à medida que os planetas se afastam do Sol, apresentado na Aula 01. Vale aqui enfatizar essa abordagem em sala de aula que foi exemplarmente acompanhada da demonstração matemática da relação da curva de rotação, o que é fundamental para o entendimento das curvas de rotação das galáxias, problema presente na Aula 07 das aplicações em sala. Nessa aplicação foram também apresentados gráficos de curvas de rotação com dados dos planetas do sistema solar. Esse exemplo mostra uma ênfase constante em todo curso: deixar claro os caminhos da física clássica e como eles se relacionam com a física moderna.

Enquanto foram apresentadas as curvas de rotação de alguns exemplos de galáxias, os estudantes foram capazes de notar a discrepância entre a curva prevista e os dados experimentais obtidos. Essa experiência didática revelou o assombramento dos alunos ao identificar claramente a necessidade de um novo conceito científico que explicasse o real motivo do fenômeno observado. Isso trouxe um entendimento simples sobre a necessidade da matéria escura como possível solução do impasse, assim como trouxe uma clareza sobre a estruturas com que acontecem as revoluções científicas.

A apresentação de outras evidências da existência da matéria escura relacionadas à relatividade geral e às lentes gravitacionais foi crucial para o entendimento da importância das lentes gravitacionais como ferramenta determinante para a medição dessa nova forma de matéria não bariônica.

## **6.2 Relato das Atividades**

Durante as aplicações em sala, para a implementação dos métodos EsM e IpC foram utilizados apenas formulários de pesquisa da ferramenta *Google Forms* e os notebooks fornecidos pela Escola. Os textos e as tarefas de leitura foram enviados na forma de link no aplicativo whatsapp e/ou e-mail dos alunos. O envio das TL foi feito sempre 10 dias antes de cada uma das aulas que ocorreram sempre às quintas-feiras. O envio das TC foi feito sempre durante as aulas e imediatamente após a exposição oral do professor. Conforme orientação apresentada às turmas do curso, o formulário *Google Forms* da tarefa de leitura (TL) deveria ser respondido até 12h antes da aula, enquanto o formulário da TC deveria ser respondido em 15 min durante a aula e após a exposição. Esse tempo prévio para as TL foi necessário para que as respostas fossem analisadas conforme prevê o método EsM e as aplicações fossem então mais bem planejadas.

Os formulários do *Google Forms* permitem uma rápida e simples análise das respostas dos estudantes, podendo apresentar inclusive uma clara análise gráfica dos resultados. Nesse *software*, perguntas com menos acertos, alternativas mais marcadas bem como categorização das questões discursivas são feitas automaticamente pelo programa. A Figura 14 a seguir apresenta um desses formulários de pesquisa utilizados nas tarefas de leitura (as TLs completas estão disponíveis no APÊNDICE C - QUESTIONÁRIOS DE PESQUISA APLICADOS).

Anteriormente a cada uma das oito aplicações em sala e após a análise das respostas das tarefas de leitura, foi realizado o planejamento da exposição oral, sempre curta, durando em média 25 min, e que sempre foi seguida da aplicação do método IpC. O objetivo principal dessa exposição era não só apresentar de forma clara os conceitos físicos abordados, mas também, focar nos principais erros conceituais que as respostas das perguntas das tarefas de leitura apontaram.

Analisando a TL também foi possível identificar concepções alternativas sobre os conceitos apresentados nos textos de apoio. Tendo como parâmetro essas respostas fornecidas pelos estudantes, as aulas iniciaram sempre com exposição oral breve e focada nos pontos críticos aí apresentados. Dessa forma foi possível retomar os objetivos do texto de apoio e tornar mais claro os conceitos lá apresentados. Essas atividades, incluindo exposição oral, esclarecimento das questões das TL e debate sobre as dúvidas restantes, duravam em torno de 50 min (um período de aula). A aplicação completa, com exposição oral seguida das resoluções das questões conceituais da TC, foi feita sempre em encontros com duração total de 100 min.

Figura 14: Formulário de pesquisa *Google Forms* da Tarefa de Leitura 1 (TL02)



The image shows a screenshot of a Google Forms survey. At the top, there is a header image featuring a bright orange-yellow star with a blue lens flare effect, set against a dark space background with other stars and galaxies. Below the image, the title of the survey is 'TL 02- Lentes Gravitacionais'. Underneath the title, there is a subtitle 'TL 02 - Testes de Leitura sobre Capítulo 02'. Below that, there is a link to 'Conceitos de Física Clássica' and the text 'Óptica e Ondas Eletromagnéticas'.

TL04.


 Múltipla escolha

⋮  
(NESP/2020/Janeiro)

A sensibilidade visual de humanos e animais encontra-se dentro de uma estreita faixa do espectro da radiação eletromagnética, com comprimentos de onda entre 380 nm e 760 nm. É notável que os vegetais também reajam à radiação dentro desse mesmo intervalo, incluindo a fotossíntese e o crescimento fototrópico. A razão para a importância dessa estreita faixa de radiação eletromagnética é o fato de a energia carregada por um fóton ser inversamente proporcional ao comprimento de onda. Assim, os comprimentos de onda mais longos não carregam energia suficiente em cada fóton para produzir um efeito fotoquímico apreciável, e os mais curtos carregam energia em quantidade que danifica os materiais orgânicos.

(Knut Schmidt-Nielsen. *Fisiologia animal: adaptação e meio ambiente*, 2002.

Adaptado.)

A tabela apresenta o comprimento de onda de algumas cores do espectro da luz visível:

Cor	Comprimento de onda (nm)
Azul	450 – 495
Verde	495 – 570
Amarela	570 – 590
Laranja	590 – 620
Vermelha	620 – 750

Sabendo que a energia carregada por um fóton de frequência  $f$  é dada por  $E = h \times f$ , em que  $h = 6,6 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ , que a velocidade da luz é aproximadamente  $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$  e que  $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$ , a cor da luz cujos fótons carregam uma quantidade de energia correspondente a  $3,96 \times 10^{-19} \text{ J}$  é

- azul.
- verde.
- amarela.
- laranja.
- vermelha.

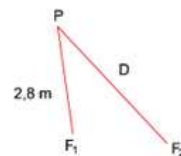
TL05. \*

(FGV/2017)

As figuras a seguir representam uma foto e um esquema em que  $F_1$  e  $F_2$  são fontes de frentes de ondas mecânicas planas, coerentes e em fase, oscilando com a frequência de 4,0 Hz. As ondas produzidas propagam-se a uma velocidade de 2,0 m/s. Sabe-se que  $D > 2,8 \text{ m}$  e que P é um ponto vibrante de máxima amplitude.



$F_1$   $F_2$



Nessas condições, o menor valor de D deve ser

- 2,9 m.
- 3,0 m.
- 3,1 m.
- 3,2 m.
- 3,3 m.

TL06. \*

(UFRN/2004)

Numa experiência histórica, Sir Isaac Newton observou que um feixe de luz branca proveniente do Sol pode ser decomposto num espectro de cores que se distribuem uniformemente num anteparo plano. Para meios dispersivos, o índice de refração  $\eta$  varia com o comprimento de onda  $\lambda$ . A figura 1 mostra essa variação para diferentes materiais. A figura 2 ilustra um feixe de luz branca passando por um prisma feito com um desses materiais e se decompondo num anteparo plano.



FIGURA 1 – Variação do índice de refração ( $\eta$ ), com o comprimento de onda ( $\lambda$ ), para diferentes materiais.

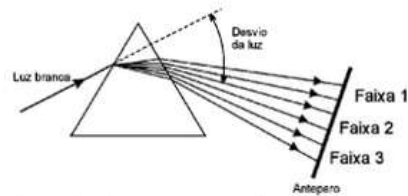


FIGURA 2 – Dispersão da luz branca por um prisma.

De acordo com essas informações, as cores mais prováveis das faixas 1, 2 e 3 são, **respectivamente**,

- vermelho, violeta e amarelo.
- amarelo, vermelho e violeta.
- violeta, amarelo e vermelho.
- vermelho, amarelo e violeta.

Paint



Após exposição inicial de cada aula e discussões sobre problemas conceituais da TL, seguimos a segunda parte da aplicação em que foi utilizada a ferramenta IpC, momento que se mostrou o de maior envolvimento por parte dos estudantes. Nessa prática o professor se tornou apenas um mediador das discussões a respeito dos Testes Conceituais que foram apresentados em sala.

Ao todo, em cada encontro foram apresentados três TCs por meio de link *Google Forms*. Os estudantes acessaram esses links utilizando um notebook fornecido pela escola ou *smartphone* de uso pessoal, conforme escolha de cada um. O professor, após a apresentação da questão, abria a votação sobre qual seria a resposta correta. A instrução dada aos estudantes era a de responder a TC de acordo com os seus conhecimentos, sempre pensando em uma justificativa para a escolha da alternativa que o estudante julgasse correta. Os TCs traziam, preferencialmente, problemas numéricos e admitiam apenas uma resposta correta. A Figura 15 a seguir apresenta um desses formulários de pesquisa utilizados nas TCs.

Figura 15: Formulário de pesquisa *Google Forms* da Tarefa Conceitual 1 (TC03)



The image shows a Google Forms survey interface. At the top, there is a header image featuring a bright orange-yellow star with a blue lens flare effect, set against a dark space background with other stars and galaxies. Below the image, the title 'TC 03- Lentes Gravitacionais' is displayed in a large, bold, black font. Underneath the title, the text 'TC 03 - Testes Conceituais sobre Capítulo 03' is shown in a smaller font. Below that, the text 'Conceitos de Física Moderna' is displayed in a blue font, and 'Física Quântica' is shown in a bold black font.

TC7.



Múltipla escolha

L PR/2020/1ª Fase)

Leia o texto a seguir.

No museu do Amanhã, a exposição "Cosmos" faz uma abordagem científica, associando a composição atômica humana à composição de parte de uma estrela, contribuindo para o entendimento de como se comporta a matéria do ponto de vista atômico e subatômico.

[museudoamanha.org.br](http://museudoamanha.org.br)

Com base nos conhecimentos sobre Física Moderna, considere as afirmativas a seguir.

- I. No efeito fotoelétrico, uma luz monocromática que incide na superfície de um metal, cuja energia seja  $hf = \text{função trabalho}$ , arranca elétrons se, e somente se, a soma das energias cinética e da função trabalho forem iguais a  $hf$ .
- II. No átomo de hidrogênio, os níveis de energia são indicados por  $n$ , onde a energia calculada para cada nível é dada por  $E_n = -(1/n^2)2,18 \times 10^{-18} \text{J}$ .
- III. Max Planck considerou que os átomos que constituem um corpo aquecido se comportam como osciladores harmônicos, que têm suas energias distribuídas de forma contínua, independentemente da temperatura do corpo.
- IV. Na teoria da relatividade especial, as Leis Físicas são as mesmas para quaisquer observadores em qualquer movimento, e a velocidade da luz no vácuo possui valores específicos para observadores em diferentes referenciais.

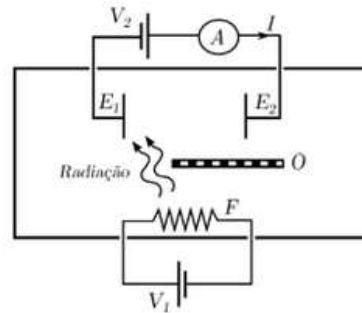
Assinale a alternativa correta.

- a) Somente as afirmativas I e II são corretas.
- b) Somente as afirmativas I e IV são corretas.
- c) Somente as afirmativas III e IV são corretas.
- d) Somente as afirmativas I, II e III são corretas.
- e) Somente as afirmativas II, III e IV são corretas.

TC08. \*

(ITA SP/2019)

Dentro de uma câmara de vácuo encontra-se um o filamento  $F$  aquecido por meio de uma fonte elétrica externa de d.d.p.  $V_1$ . A radiação emitida por  $F$  atinge o eletrodo metálico  $E_1$ , que passa a emitir elétrons que podem ser coletados no eletrodo  $E_2$ , acarretando a corrente  $I$  medida num amperímetro. Uma segunda fonte externa, de d.d.p.  $V_2$ , é conectada ao circuito conforme ilustrado na figura. Um obstáculo  $O$  impede que  $E_2$  receba radiação do filamento  $F$ . Analise as seguintes afirmações:



- I. A corrente  $I$  aumenta sempre que  $V_2$  aumenta e tende a um valor assintótico  $I_{\max}$ .
- II. Toda a radiação que incide em  $E_1$  pode causar ejeção de elétrons.
- III. Para certo valor  $V_2 < 0$ , é possível obter uma corrente  $I$  invertida em relação ao sentido mostrado na figura.
- IV. É possível ter  $I \neq 0$  para  $V_2 = 0$  com  $I$  dependente de  $V_1$ .

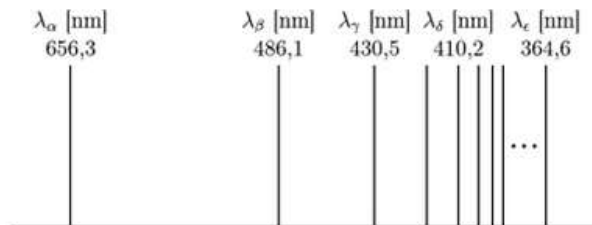
Estão corretas

- a) todas as afirmações.
- b) apenas I, II e III.
- c) apenas I e IV.
- d) apenas II e IV.
- e) apenas I, II e IV.

## TC09. \*

(ITA SP/2017)

Num experimento que mede o espectro de emissão do átomo de hidrogênio, a radiação eletromagnética emitida pelo gás hidrogênio é colimada por uma fenda, passando a seguir por uma rede de difração. O espectro obtido é registrado em chapa fotográfica, cuja parte visível é mostrada na figura.



Pode-se afirmar que

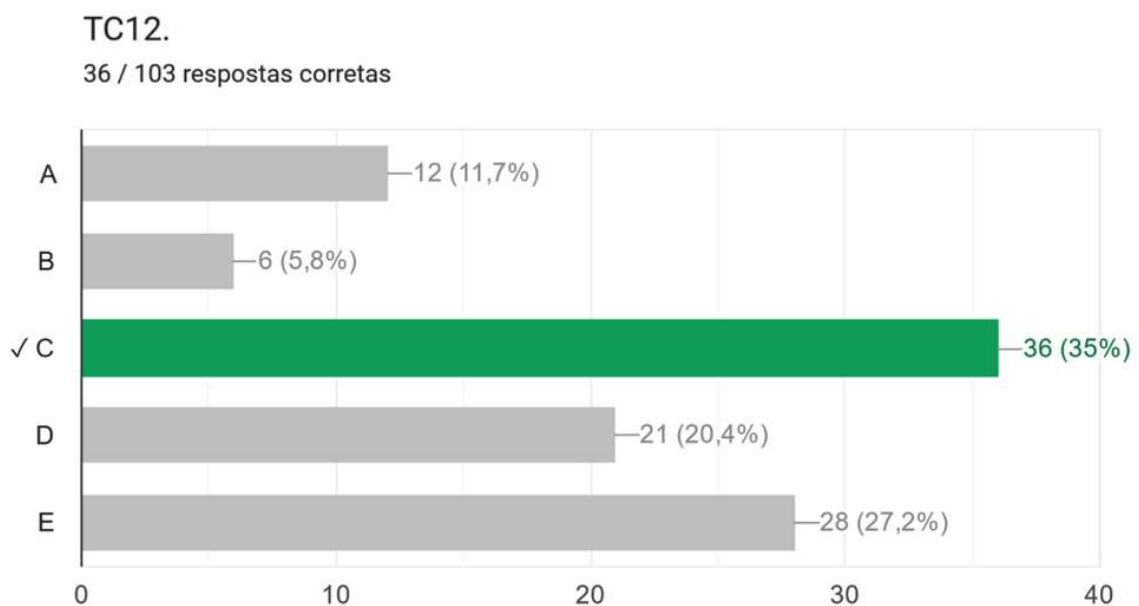
- O modelo de Bohr explica satisfatoriamente as linhas do espectro visível do átomo de Hidrogênio.
- Da esquerda para a direita as linhas correspondem a comprimentos de onda do violeta ao vermelho.
- O espaçamento entre as linhas adjacentes decresce para um limite próximo ao infravermelho.
- As linhas do espectro encontrado são explicadas pelo modelo de Rutherford.
- Balmer obteve em 1885 a fórmula empírica para o comprimento de onda:

$$\lambda = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \text{ em que } n=3,4 \dots \text{ e } R \text{ é a constante de Rydberg.}$$

Fonte: captura de tela do Google Forms.

Durante as votações das TCs ocorridas em sala de aula, assim como para as votações das TLs, sempre foi orientado aos estudantes que inicialmente não discutissem a questão com os colegas, tampouco divulgassem suas escolhas. O tempo total gasto envolvendo a apresentação dos testes TCs em sala, explicação detalhada, abertura de votação e apuração de votos durou em média 25 min. Encerrada a votação, a apuração automática feita pela ferramenta Google Forms era apresentada e então era feita pelo professor a análise das respostas dos testes conceituais, o que durava mais 15min. Após essa apresentação final do professor, os alunos se reuniam em grupos de 05 e, conforme índice de acerto da primeira rodada, uma nova votação era feita. Observe no Gráfico 1 a seguir o resultado inicial de votação após apresentação de um TC (TC12).

Gráfico 1 – Diagrama de barras com o percentual de acertos da primeira rodada de votação da TC12



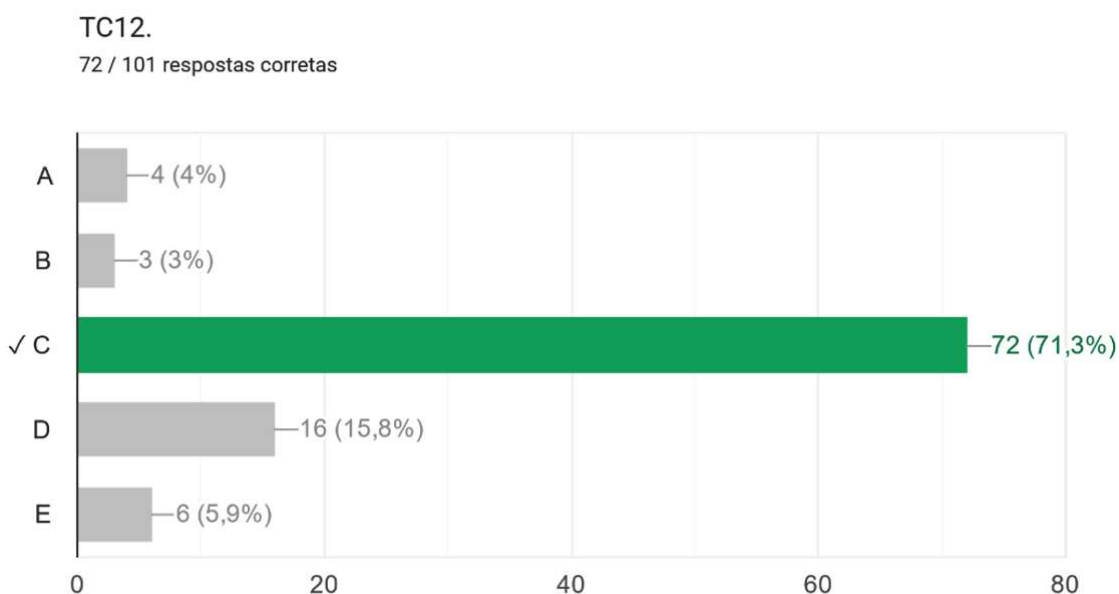
Fonte: Captura de tela do *Google Forms*.

Após a apresentação inicial de cada TC, caso o percentual de acertos fosse maior que 70% o TC seria explicado e a resposta correta fornecida. Um novo TC sobre o mesmo assunto é então apresentado ou o professor passa para um próximo tópico, totalizando três TCs até o fim do encontro. Entretanto, caso o percentual de acertos estivesse entre 30% e 70%, era solicitado aos estudantes que se reunissem em pequenos grupos de 05 pessoas para debate sobre os TC, por meio de explicações que convencessem os colegas da alternativa escolhida.

Encerrado o debate, é solicitado que os estudantes votem novamente. Nessa segunda votação, os estudantes podem manter a resposta da primeira votação assim como podem também escolher outra alternativa como resposta.

O Gráfico 2 a seguir apresenta a distribuição de escolhas entre as alternativas após instrução pelos colegas. Nesse exemplo, após aplicação do IpC, 71,3% dos estudantes escolheram a alternativa correta, sem que o gabarito fosse entregue. Assim, tendo o percentual de acertos aumentado para mais de 70%, o professor responde à questão indicando a alternativa correta. Fica a critério do professor apresentar outra questão conceitual, aumentar o grau de dificuldade ou passar para outro tópico.

Gráfico 2: Diagrama de barras com o percentual de acertos após segunda rodada de votação da TC12



Fonte: Captura de tela do Google Forms.

Na tabela a seguir podemos ver novamente de forma simplificada a distribuição das diferentes atividades TLs e TCs utilizadas, assim como os resultados obtidos em primeira e segunda rodada de votação (TCs):

Tabela 04: Distribuição e resultados das TLs e TCs nas aplicações em sala.

Aulas / Conteúdos	Tarefa de Leitura (TLs)	Testes Conceituais (TCs)
1. Conceitos de Física Clássica / Mecânica;	Testes / Acertos: TL01: 55% TL02: 87% TL03: 95%	Testes / Acertos: TC01: 75% TC02: 74% TC03: 86%
2. Conceitos de Física Clássica / Ondas Eletromagnéticas;	Testes / Acertos: TL04: 66% TL05: 86%, TL06: 95%	Testes / Acertos: TC04: 78% TC05: 90% TC06: 95%

3. Conceitos de Física Moderna / Física Quântica;	Testes / Acertos: TL07: 90% TL08: 87% TL09: 78%	Testes / Acertos: TC07: 66% TC08: 46% / 85% TC09: 97%.
4. Conceitos de Física Moderna / Teoria da Relatividade Especial e Geral;	Testes / Acertos: TL10: 97% TL11: 75% TL12: 75%	Testes / Acertos: TC10: 78% TC11: 81% TC12: 35,0% / 71,3%
5. Lentes Gravitacionais / Cronologia de Descobertas;	Testes / Acertos: TL13: 76% TL14: 88% TL15: 98%	Testes / Acertos: TC13: 17 / 95% TC14: 87% TC15: 85%
6. Lentes Gravitacionais / Conceitos Físicos e Aplicações;	Testes / Acertos: TL16: 76% TL17: 84% TL18: 93%	Testes / Acertos: TC16: 91% TC17: 12% / 75% TC18: 88%
7. Lentes Gravitacionais / As Evidências e Medições de Matéria Escura;	Testes / Acertos: TL19: 92% TL20: 83% TL21: 89%	Testes / Acertos: TC19: 15% / 78% TC20: 77% TC21: 94%
8. Lentes Gravitacionais / Lentes Gravitacionais e a Constante de Hubble.	Testes / Acertos: TL22: 77% TL23: 81% TL24: 99%	Testes / Acertos: TC22: 77% TC23: 89% TC24: 12% / 66% / 95%

Fonte: Elaborada pelo autor.

### 6.3 Relato Detalhado das Aplicações

A seguir, serão apresentados os relatos dos 8 encontros da aplicação deste trabalho.

#### 6.3.1 Relato da Primeira Aplicação em Sala

**Aula 01** (28/04/2022, 100 min)

Conceitos de Física Clássica / Mecânica

O encontro iniciou com um debate prévio e apresentação de conceitos iniciais tratados no texto de apoio de leitura fornecido. Em seguida foi feita uma apresentação de 35 min sobre as Leis de Kepler e Gravitação Universal. Foram calculadas as velocidades de rotação em órbitas circulares e a velocidade de escape de um corpo em um campo gravitacional. No segundo momento os estudantes acessaram os *links* contendo os testes conceituais para a aplicação do IpC. Foram respondidos 3 testes conceituais envolvendo assuntos relacionados as Leis de Kepler e Gravitação. Em todas as votações envolvendo esses tópicos o percentual de acertos foi acima de 70%, não sendo necessário que a turma fosse dividida em grupos para debate sobre os TCs.

#### 6.3.2 Relato da Segunda Aplicação em Sala

**Aula 02** (05/05/2022, 100 min)

Conceitos de Física Clássica / Ondas Eletromagnéticas

O encontro iniciou com um debate prévio e apresentação de conceitos iniciais tratados no texto de apoio de leitura fornecido. Em seguida foi feita uma apresentação de 35 min sobre os conceitos fundamentais de propagação da luz e fenômenos ondulatórios envolvidos. Foram apresentados os conceitos de Onda Eletromagnética. Apresentado o espectro visível e outras formas de onda eletromagnética.

Num segundo momento, os estudantes acessaram os *links* contendo os testes conceituais para a aplicação do IpC. Foram respondidos 3 testes conceituais envolvendo assuntos relacionados aos temas de aula. Em todas as votações envolvendo esses tópicos o percentual de acertos foi acima de 70% não sendo necessário que a turma fosse dividida em grupos para debate sobre os TCs.



### 6.3.3 Relato da Terceira Aplicação em Sala

**Aula 03** (12/05/2022, 100 min)

Conceitos de Física Moderna / Física Quântica

O encontro iniciou com um debate prévio e apresentação de conceitos iniciais tratados no texto de apoio de leitura fornecido. Apresentada a dualidade partícula-onda e os conceitos de fóton. Efeito fotoelétrico e corpo negro. Átomo de Bohr e espectro descontínuo.

Num segundo momento, os estudantes acessaram os *links* contendo os testes conceituais para a aplicação do IpC. Notamos uma dificuldade geral na resolução do teste conceitual TC08. A questão tratava de um circuito com um filamento de emissão de elétrons. O entendimento da função trabalho foi definitivo para a melhoria de acertos na turma. A questão tem alto nível de dificuldade e não significou barreira ao aprendizado. Na segunda rodada de votação já foi atingido um percentual de acerto maior que 70%.

### 6.3.4 Relato da Quarta Aplicação em Sala

**Aula 04** (19/05/2022, 100 min)

Conceitos de Física Moderna / Teoria da Relatividade Especial e Geral;

O encontro iniciou com um debate prévio e apresentação de conceitos iniciais tratados no texto de apoio de leitura fornecido. Foram apresentadas as teorias de relatividade especial e geral. A aula teve grande participação. Os alunos se apresentaram extremamente interessados, trazendo questões de outras experiências extraclasse que incluíam filmes e noticiários.

Num segundo momento os estudantes acessaram os *links* contendo os testes conceituais para a aplicação do IpC. Notamos uma dificuldade geral na resolução do teste conceitual TC12. A questão tratava de um cálculo envolvendo a transformação de Lorentz aplicada ao tempo. A dificuldade não envolvia exatamente o novo conteúdo aprendido, no entanto, se mostrou uma barreira ao aprendizado. A dificuldade no cálculo fez com que os estudantes se sentissem inseguros em relação ao entendimento do conceito físico envolvido.

### **6.3.5 Relato da Quinta Aplicação em Sala**

**Aula 05** (26/05/2022, 100 min)

Lentes Gravitacionais / Cronologia de Descobertas;

O encontro iniciou com um debate prévio e apresentação da sequência de eventos que descrevem a história das descobertas que envolvem as Lentes Gravitacionais. Foi apresentado um histórico de eventos sobre as expedições de 1919 a Sobral com o intuito de calcular o desvio da luz. Foi apresentada a forma de evidenciar o desvio da luz pela posição das estrelas em um eclipse. Fizemos a leitura completa em sala do texto de divulgação científica fornecido (Texto de Apoio 05).

Num segundo momento os estudantes acessaram os links contendo os testes conceituais para a aplicação do IpC. Notamos uma dificuldade geral na resolução do teste conceitual TC13. A questão tratava dos conceitos físicos que envolvem um exame de raio X. Os alunos desconheciam os fundamentos que envolviam a radiografia. Foi feita uma apresentação oportuna sobre os raios X e uma retomada sobre ondas eletromagnéticas.

### **6.3.6 Relato da Sexta Aplicação em Sala**

**Aula 06** (02/06/2022, 100 min)

Lentes Gravitacionais / Conceitos Físicos e Aplicações;

Chegamos ao momento mais esperado pela turma: a apresentação das Lentes Gravitacionais e seu equacionamento. A turma se mostrou extremamente envolvida. Os conceitos estavam claro e debates intensos. As imagens dos Anéis de Einstein impressionaram.

Num segundo momento os estudantes acessaram os links contendo os testes conceituais para a aplicação do IpC. Notamos uma dificuldade geral na resolução do teste conceitual TC17. A questão tratava de emissão de partículas e ondas eletromagnéticas por átomos radioativos. Ela trazia um entendimento sobre como identificar estrelas pelo espectro de emissão. A superação desse desafio ajudou a turma no entendimento das técnicas de identificação de estrelas e outros corpos celestes.

### 6.3.7 Relato da Sétima Aplicação em Sala

**Aula 07** (09/06/2022, 100 min)

Lentes Gravitacionais / As Evidências e Medições de Matéria Escura;

O encontro iniciou com um debate prévio e apresentação de conceitos iniciais tratados no texto de apoio de leitura fornecido. Foram apresentadas as evidências de curvas de rotação das galáxias e feitas as devidas comparações com as previsões das Leis de Kepler. Foram observados os gráficos de curvas de rotação e as imagens do **Aglomerado Bala**.

Num segundo momento os estudantes acessaram os links contendo os testes conceituais para a aplicação do IpC. Notamos uma dificuldade geral na resolução do teste conceitual TC19. A questão tratava de um cálculo envolvendo as velocidades de rotação e velocidade de escape. No entanto, existia uma sutileza de energia cinética de rotação de moléculas na questão. Isso dificultou o trabalho dos alunos, mas foi de grande contribuição para o aprendizado. O problema inserido trouxe à tona a pergunta sobre tipos de gases presentes em diferentes planetas e sobre como identificar esses gases.

### 6.3.8 Relato da Oitava Aplicação em Sala

**Aula 08** (15/06/2022, 100 min)

Lentes Gravitacionais / Lentes Gravitacionais e a Constante de Hubble.

O último encontro foi com certeza o mais rico e, também, o de exposição inicial mais demorada. Muita informação já havia sido debatida e todos se sentiam mais confiantes. Tratamos de assuntos empolgantes como a Expansão do Universo e a Constante de Hubble. Os conceitos de matéria escura, energia escura e lenteamento se mostraram de grande contribuição para o envolvimento dos alunos com as fronteiras da física moderna e cosmologia em geral.

Num segundo momento os estudantes acessaram os *links* contendo os testes conceituais para a aplicação do IpC. Notamos uma dificuldade geral na resolução do teste conceitual TC24. A questão se mostrou a mais difícil do curso e foram necessárias três rodadas para que o índice de acerto chegasse a 70%. A questão tratava de um campo gravitacional, e a dificuldade mais uma vez estava na matemática envolvida, e não no conceito físico. Apesar do obstáculo, todos estavam empolgados e envolvidos no trabalho.

## 7 RESULTADOS OBTIDOS

### 7.1 Introdução

Como já foi exposto anteriormente, na Metodologia de Pesquisa desse projeto, as informações para a análise do tema escolhido foram obtidas por meio de pesquisa inicial denominada **Pesquisa Inicial sobre o Tema** e realizada com os alunos do segundo ano do Ensino Médio da escola que participaram das aplicações em sala de aula. Antes da aplicação do *curso especial* de Lentes Gravitacionais, todos os alunos responderam à uma pesquisa escrita inicial, que serviu como diretriz para a avaliação do tema.

Apresentamos aqui, inicialmente e de forma breve, os resultados dessa pesquisa realizada com o grupo de 105 alunos da segunda série do Ensino Médio da escola, que teve como objetivo avaliar os assuntos científicos e tecnológicos que despertam interesse nesses jovens e sobre as fontes que eles recorrem para obtenção das informações científicas. Já de antemão, enfatizamos que os dados obtidos revelaram, sem grande surpresa para os pesquisadores, que os assuntos científicos de maior interesse são relativos à área da saúde e informática. Notamos também nessa pesquisa que, temas que normalmente são muito explorados pela divulgação científica, tais como astrofísica, objeto principal dessa dissertação, estão entre as áreas de menor interesse desses alunos. Sobre as fontes de consulta, a internet foi apontada pelos alunos como a principal fonte de obtenção de informações científicas.

Tendo em vista os resultados obtidos, enfatizamos a importância dos espaços não escolares e da divulgação científica para a discussão dos temas motivadores apontados por esse estudo. As respostas mais relevantes fornecidas pelos alunos se encontram no ANEXO B - RESPOSTAS FORNECIDAS PELOS ESTUDANTES.

Inicialmente, achamos oportuno discutir nesse texto aspectos relevantes para o entendimento do processo de alfabetização científica, que é uma preocupação implícita nesse projeto que são: os assuntos de interesse e as fontes de consulta dos jovens, tendo em vista, o aumento da cobertura da mídia sobre os avanços da ciência e da tecnologia.

Sabemos que os avanços da ciência e seus impactos na sociedade, despertam a admiração e o interesse do público em geral e suscitam reflexões éticas e religiosas. No entanto, apesar desse evidente crescimento de informações sobre inovações científicas que invadem nosso cotidiano, ainda temos uma educação escolar precária em todo país. Isso pode ser verificado a partir de resultados como o do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), realizado em 2018 pela *Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência*

*e a Cultura* (Unesco), com participação de 78 países. Nessa pesquisa, o Brasil, com 404 pontos, permanece na faixa entre 64º e 67º do ranking. Quando comparado com os países da América do Sul analisados pelo Pisa, o Brasil é o pior país em Ciências, ficando em último lugar, junto com os vizinhos Argentina e Peru, com empate de 404 pontos. Estão melhor classificados Chile (444), Uruguai (426) e Colômbia (413) (INEP, 2020).

A alfabetização científica pode assumir abordagens diferentes. De acordo com John Durant (2005), entende-se por alfabetização científica tudo aquilo que o público em geral deveria saber a respeito da ciência, e a difusão do seu uso pode refletir uma preocupação acerca do desempenho dos sistemas educacionais vigentes (DURANT, p.13, 2005).

Para John Durant (2005), há três abordagens para a alfabetização científica, sendo que cada uma delas enfatiza um aspecto distinto da ciência:

- a) a primeira põe ênfase no conteúdo da ciência, isto é, no próprio conhecimento científico;
- b) a segunda acentua a importância do conhecimento dos processos que produzem o conhecimento científico, como o método científico;
- c) a terceira concentra-se nas estruturas sociais ou nas instituições da ciência, ou seja, a cultura científica. (DURANT, p.15, 2005)

Durant (2005) faz críticas à primeira abordagem, por entender que saber uma grande quantidade de fatos científicos não equivale a ter um alto nível de compreensão da ciência. Uma vez que, saber a definição de certo conceito científico não implica necessariamente na compreensão de seu significado. John Durant critica também a segunda abordagem da alfabetização científica, ou seja, aquela que acentua a importância de saber como a ciência funciona. Segundo esse autor, o método científico que inclui a detecção do problema, a atitude científica, a formulação e testes de hipóteses, não constitui uma representação única e/ou verdadeira do processo de investigação científica.

Resta, portanto, a última definição da alfabetização científica, a que se preocupa em conhecer o real funcionamento da ciência, ou seja, como ela de fato trabalha. Para Durant, a alfabetização científica vai além da ciência como conhecimento e da ciência como processo idealizado, levando em conta a ciência como uma prática social. Nessa abordagem, espera-se que o público compreenda a ciência não como uma verdade absoluta e isenta de interesses, mas como uma construção genuinamente humana, portanto passível de falhas e em constante evolução.

Vogt e Polino (2003), apresentaram os resultados de uma pesquisa sobre percepção pública da ciência, realizada no final de 2002 na Argentina e repetida, no início de 2003 no Brasil, na Espanha e no Uruguai. Nessa pesquisa, os autores discutiram que muitas vezes os indicadores de compreensão pública da ciência estão baseados no modelo de déficit: “o conhecimento científico constitui um corpo reconhecível de informação codificada e nesse sentido é que se pode medir quanto dessa informação um indivíduo traz incorporado e estabelecer seu grau de déficit de compreensão.” (VOGT; POLINO, 2003, p.59). Com base nessas informações, seria possível suprir as “deficiências” do público em relação a determinados conhecimentos. O modelo de déficit é, como afirmaram Vogt e Paulino, um modelo linear ultrapassado que pressupõe que a “informação científica flui em uma única direção: dos cientistas até o público” e, não leva ao real entendimento de como o público compreende a ciência. Indicadores pautados nesse modelo, como era de se esperar, apresentam resultados de baixa compreensão pública da ciência.

Em 2019, foram publicados no Brasil os dados obtidos a partir de uma pesquisa de abrangência nacional sobre a Percepção Pública da Ciência e Tecnologia. Com o intuito de conhecer a visão, o interesse e o grau de informação da população em relação à Ciência e Tecnologia no País, o Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações (MCTIC) e o Centro de Gestão e Estudos Estratégicos (CGEE) realizaram a quinta rodada da pesquisa “Percepção Pública da Ciência e Tecnologia no Brasil”. O estudo contou com a colaboração do Instituto Nacional de Comunicação Pública da Ciência e Tecnologia (INCT-CPCT) e o apoio da Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência (SBPC).

Com base nos resultados obtidos nesse tipo de pesquisa, é possível aprimorar ações de popularização científica e de educação em ciências, assim como contribuir com a formulação de políticas públicas voltadas para essa temática. Na edição de 2019, buscou-se, além da manutenção de dados que permitam a comparação com pesquisas anteriores, nacionais e internacionais, agregar inovações nas formas de abordagem. O intuito foi acompanhar o comportamento por meio dos dados ao longo do tempo (CGEE, 2019).

O objetivo principal da pesquisa sobre a Percepção Pública da Ciência e Tecnologia (2019) foi o levantamento do interesse, grau de informação, atitudes, visões e conhecimento que os brasileiros têm da Ciência e Tecnologia. O público-alvo constou da população adulta brasileira com homens e mulheres acima de 16 anos. Tomou-se uma amostra representativa da população com base nos dados IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. O questionário formulado constou de perguntas estimuladas com respostas únicas e múltiplas e de perguntas com respostas abertas e espontâneas. Com relação à avaliação do interesse e

informação em ciência e tecnologia foram obtidos dados referentes ao interesse dos entrevistados nos temas: Política, Medicina e Saúde, Arte e Cultura, Meio Ambiente, Ciência e Tecnologia, Esportes, Moda, Economia e Religião.

Nessa pesquisa, para os participantes que manifestaram muito interesse em ciência e tecnologia, buscaram-se também informações sobre quais assuntos científicos e tecnológicos eles se interessam. Na lista de escolha constavam os seguintes assuntos: Informática e Computação, Novas Descobertas da Ciência, Novas Tecnologias, Ciência da Vida, Ciências Humanas e sociais, Agricultura, Ciências Físicas e Naturais, Engenharia Astronomia e Espaço.

Com relação aos meios de informação, o questionário continha uma pergunta estimulada em que o entrevistado teria que responder se: Vê programas na TV que tratam de ciências e tecnologia; Ouve programas no rádio que tratam de ciência e tecnologia; Lê sobre ciências e tecnologia em jornais; Lê sobre ciências e tecnologia em revistas; Lê sobre ciências e tecnologia na internet; Conversa com amigos sobre temas de ciência e tecnologia; Assina manifestos ou participa de manifestações ou protestos em questões de ciência e tecnologia.

A Pesquisa Nacional sobre a Percepção Pública da Ciência e Tecnologia (2019) apresenta uma segunda seção sobre atitudes e visões sobre ciência e tecnologia, em que se investigou entre outras coisas a credibilidade das fontes de informações; ciência e tecnologia: percepção de benefícios e malefícios; comportamento em relação às informações disponíveis; percepção sobre os cientistas.

Nesse projeto apresentamos brevemente os dados obtidos pelo autor na pesquisa de opinião acerca do interesse dos jovens por assuntos científicos e tecnológicos e as fontes de consulta que eles recorrem para a obtenção de informação, aqui denominada Pesquisa Inicial sobre o Tema (Anexo C), realizada com os alunos do segundo ano do Ensino Médio da escola que participaram das aplicações em sala de aula. Discutimos também, de forma breve, nossos resultados a partir da comparação com os obtidos pela Pesquisa Nacional sobre a Percepção Pública da Ciência e Tecnologia (2019).

## **7.2 Resultados da Análise e Investigação do Tema**

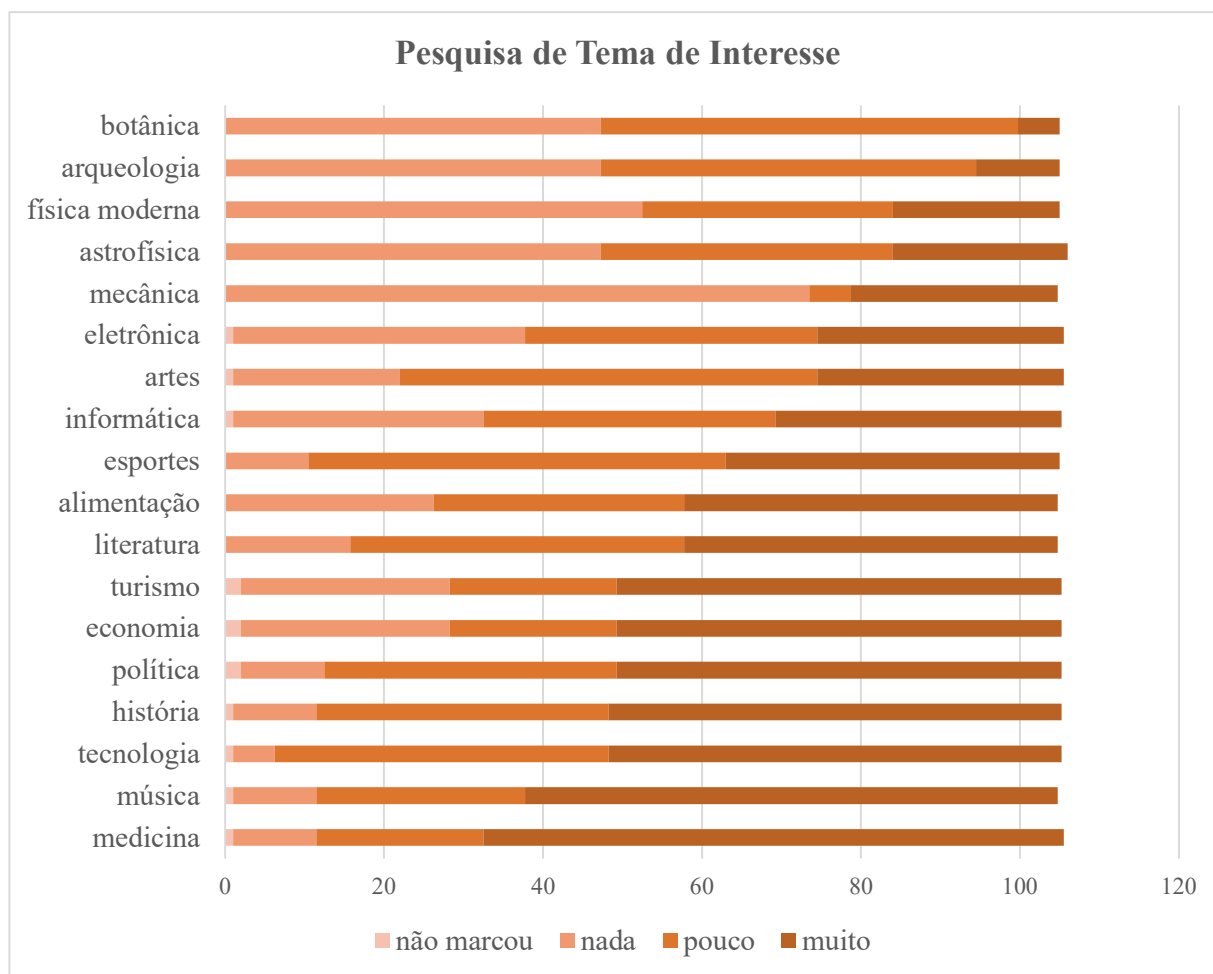
A coleta de dados constou de um questionário com treze questões, sendo algumas discursivas e outras de múltipla escolha (para detalhes ver APÊNDICE C). Na pergunta estruturada de múltipla escolha “Por quais dos seguintes temas você se interessa?” os alunos tinham a opção de marcar “muito, pouco ou nada”. A pergunta permitia ao aluno incluir assuntos não mencionados na relação apresentada. Para levantarmos as fontes de consulta sobre

os assuntos de interesse incluímos a pergunta aberta “Qual sua maior fonte de notícias e/ou informações sobre ciência e tecnologia? Com que frequência você acessa essa fonte?”.

Quando formulamos as questões referentes às áreas de interesse tentamos não as relacionar diretamente com as disciplinas científicas institucionalizadas, isto é, Física, Química, Biologia e Informática. A ideia foi relacionar assuntos do cotidiano que para serem desenvolvidos haja necessidade de conhecimento científico. O nosso propósito nesse questionário foi, portanto, tentar evidenciar se no cotidiano dos alunos entrevistados está presente alguma prática voluntária ou algum interesse por assuntos científicos e quais as fontes de consulta que eles recorrem para obter informações sobre esses assuntos.

As informações obtidas a partir do questionário permitem diversas análises. Nesse trabalho abordamos dois aspectos: os assuntos de interesse e as fontes de consulta sobre esses assuntos. A seguir, apresentamos os gráficos gerados, bem como, uma discussão sobre os resultados obtidos.

Gráfico 3 – Pesquisa de Tema de Interesse com Alunos do Ensino Médio



Fonte: Elaborado pelo autor, com base nas respostas dos 105 alunos.

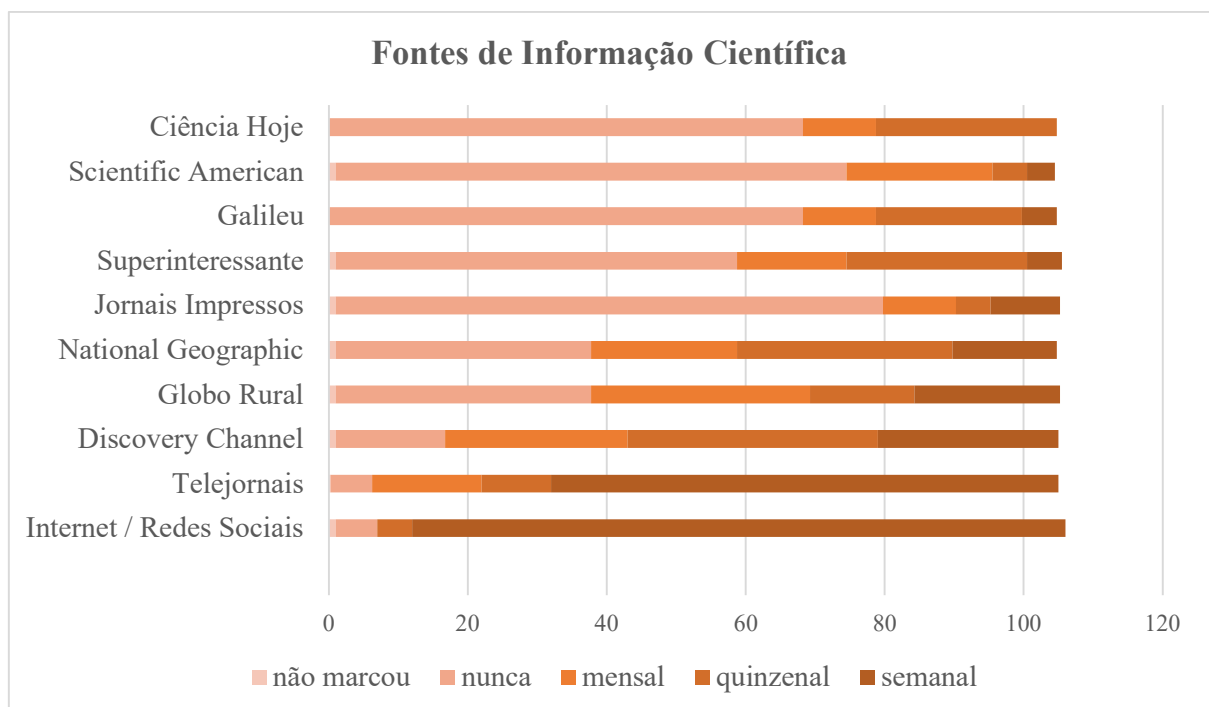


O **Gráfico 3** mostra a distribuição das áreas de interesse em porcentagem dentre os alunos do EM pesquisados. Ele evidencia o maior interesse dos alunos crescente na vertical de cima para baixo. Por meio da análise dos dados obtidos para construção desse gráfico podemos constatar que as três áreas de maior interesse entre os alunos pesquisados são medicina (69,5%), música (63,80%) e a tecnologia (54,30%). Com relação aos assuntos de pouco interesse, destacam-se a botânica (53,09%), arqueologia (52,00%), e física moderna (20,00%), aparecendo a astrofísica logo em seguida (21,00%). É importante aqui enfatizar que assuntos de grande divulgação científica e presentes em toda mídia escrita e digital, como Astrofísica ou Física Moderna apresentam baixo índice de interesse.

Os resultados da Pesquisa Nacional sobre Percepção Pública da Ciência e Tecnologia (2019) sobre os temas de interesse revelaram que cerca de 79% dos entrevistados têm interesse ou muito interesse por Medicina e Saúde, sendo esse tema, o que apresentou maior interesse entre os entrevistados, seguidos de Meio Ambiente (76%), Religião (69%) e Economia (64,70%). Esses resultados são consistentes com os nossos no que se refere ao interesse demonstrado pelo tema saúde.

Outra pergunta do nosso questionário buscou identificar quais as fontes de consulta para obtenção de informações sobre os assuntos de interesse. Os resultados desse diagnóstico podem ser observados no Gráfico 4.

Gráfico 4 – Pesquisa de Fonte de Informação Científica com Alunos do Ensino Médio



Fonte: Elaborado pelo autor, com base nas respostas dos 105 alunos.

Ao analisarmos o Gráfico 4, verificamos que a Internet é o meio para obtenção de informação, citado por 89,5% dos alunos. Meios como Telejornais e Jornais Impressos obtiveram 69,7%, e 9,6%, respectivamente. Os dados obtidos a partir da questão estimulada presente na Pesquisa Nacional Percepção Pública da Ciência e Tecnologia sobre os meios de informação sobre Ciência e Tecnologia e a frequência de consulta, revelaram que a TV é o meio de informação visto com maior frequência pelos entrevistados (47,4%), em seguida estão: Internet (39,0 %), Conversa com amigos (25,8 %) e Revistas (24 %).

Há pelo menos duas possíveis explicações para as diferenças entre os nossos resultados e o da pesquisa citada anteriormente. A primeira reside no enfoque da questão, ou seja, a nossa questão priorizou os assuntos de interesse sem mencionar “ciência e tecnologia”. Já a Pesquisa Nacional Percepção Pública da Ciência e Tecnologia verificou os meios para obtenção de informações sobre “ciência e tecnologia”, relacionados ou não ao assunto de interesse.

Uma segunda explicação é a faixa etária dos entrevistados. Na amostra da Pesquisa Nacional Percepção Pública da Ciência e Tecnologia constaram pessoas da população acima dos 16 anos. A nossa amostra foi restrita ao público escolar com faixa etária entre 15 e 17 anos.

Esses dados são muito importantes, uma vez que, sugerem que entre os jovens a Internet é o meio para busca de informação mais utilizado. Enquanto para a população adulta, de acordo com a Pesquisa Nacional Percepção Pública da Ciência e Tecnologia a TV, Jornais e Revistas são os meios mais frequentemente utilizados para obtenção de informação.

No contexto atual, não há mais espaço para a escola tradicional pautada no acúmulo de conhecimentos, pois ela não dá conta de absorver e interpretar a grande quantidade de informações que está exposta rotineiramente. Vivemos em uma época em que a sala de aula não se constitui mais no único espaço de aprendizagem pois convivem com as práticas escolares outras possibilidades de se obter informações, tais como TV, internet, jornais e revistas.

### **7.3 Análise das apresentações da Tarefa de Produção Avaliada**

A análise dos trabalhos produzidos pelos estudantes a partir da sequência didática apresentada - **Tarefa de Produção Avaliada (TPA)** - aponta que os cinco níveis de Racionalidade Científica foram contemplados, mesmo que de forma superficial em algumas situações. Associado ao nível 1, estão os conceitos científicos e conteúdos escolares relacionados ao tema, abordados com o objetivo de buscar uma aproximação entre o conhecimento escolar e o cotidiano dos estudantes. Relacionado ao nível 2, foram exploradas as implicações positivas do conhecimento em questão, como por exemplo os avanços

conseguidos pela astrofísica a partir do conhecimento das lentes gravitacionais, mas não foram levantadas implicações negativas. Entendemos que isso se deve ao distanciamento de um conceito teórico tão avançado do cotidiano dos estudantes. Sobre o nível 3, os trabalhos produzidos foram capazes de relacionar as abordagens newtoniana da física clássica comparativamente aos novos conceitos einsteinianos de relatividade geral. Foram também apresentadas visões que discutiam questões relacionadas ao contexto histórico da época e controvérsias científicas associadas a esses conhecimentos. Com relação ao nível 4, foram apresentadas pesquisas atuais relacionadas a esse conhecimento, com ênfase nas novas descobertas trazidas em canais de mídia jornalística e de divulgação científica.

Em raros momentos foram discutidas questões relacionadas aos investimentos atuais em ciência e tecnologia. Ainda em relação ao nível 4, muitos trabalhos citaram os avanços tecnológicos presentes em aparelhos eletrônicos como televisão, celulares, computadores, *iPod*, *iPad*, enfatizando aspectos positivos, questionando inclusive as relações entre as investigações científicas atuais e seus produtos. O nível 5, foi contemplado nas discussões sobre as dúvidas referente à natureza da matéria escura e energia escura, as incertezas da constante de Hubble e idade do Universo. Nesse contexto, foram tratadas limitações da ciência e da tecnologia para resolver problemas atuais, mas não relacionados com problemas do cotidiano e sem os aprofundamentos sugeridos por Strieder (2012).

No que se refere ao Desenvolvimento Tecnológico, da análise dos registros, nota-se que foram abordados, ainda que parcialmente, os níveis 1, 2, 3 e 4. O nível 1 foi contemplado nas discussões referentes aos novos telescópios de observação. No nível 2, as discussões estiveram associadas ao consumo exagerado de aparatos decorrentes da tecnologia atual como *iPad*, *iPhone* e *GPS*. No nível 3, foram abordados os processos históricos da evolução dos telescópios espaciais e as relações com a corrida espacial e as políticas envolvidas. Contudo, não foi observado em nenhum momento a discussão em torno das transformações sociais advindas dessa tecnologia, ainda que esse tema tenha sido comentado durante as aplicações. No nível 4, as discussões giraram em torno das relações entre o progresso tecnológico e o seu direcionamento ao interesse de poucos, por meio de questionamentos a respeito do controle de tecnologia exercido pelos países mais ricos do mundo que conseguem investir em pesquisas de ponta. Nessas discussões foi possível comentar, sem aprofundarmos na questão, que o desenvolvimento tecnológico é influenciado por interesses, que traduzem valores de grupos e países específicos.

Por fim, com relação à Participação Social, a partir da análise dos registros, constatou-se que apenas elementos dos níveis 1 e 2 foram contemplados, uma vez que foi abordado a relação do tema envolvido com a ciência e tecnologia (nível 1), levando à conscientização individual (nível 2), ainda que não tenha implicado decisões coletivas e nem ações mais amplas (níveis 3 e 4).

Vale aqui ressaltar que, nas histórias em quadrinhos elaboradas por alguns grupos foi possível observar uma maior liberdade de criação, assim como, uma maior abrangência de discussões sociais. Foram evidenciadas nesses trabalhos as questões relacionadas ao consumo e à dependência em relação a aparatos de alta tecnologia, assim como foram criados enredos de ficção científica que traziam importantes discussões éticas e sociais como controle populacional e racismo. Assim, a partir da análise realizada do conteúdo dessas histórias, sobressaíram os níveis 1 e 2 da Racionalidade Científica. Sobre o nível 1, os alunos apontaram objetivamente os conceitos relacionados ao tema. Relacionado ao nível 2 foi evidenciado o uso dos conceitos estudados nos atuais aparatos tecnológicos. No Desenvolvimento Tecnológico, os níveis 2 e 4 foram retratados. Sobre esses níveis, as informações contidas em algumas histórias em quadrinhos se articularam de maneira a ressaltar as relações entre o progresso tecnológico, o modelo capitalista de desenvolvimento e a crítica ao domínio de tecnologia por parte dos países mais ricos, além da influência das decisões de interesse político sobre o avanço da ciência. Também nas histórias em quadrinhos analisadas, foram observados os níveis 1 e 2 e da Participação Social. Os enredos das histórias exploraram o reconhecimento da influência das descobertas científicas no comportamento da sociedade e evidenciaram a conscientização individual e coletiva.

De modo geral, as 35 apresentações foram objetivas e com informações relevantes para a reflexão, não só a respeito do tema Lentes Gravitacionais, como também da influência das descobertas científica no comportamento social. A tabela 05 a seguir apresenta uma síntese da análise, evidenciando quais discussões foram contempladas na proposta desenvolvida, ainda que parcialmente:

Tabela 05 - Síntese da análise dos registros feitos a partir da análise das 35 apresentações produzidos pelos estudantes.

<b>Parâmetro</b>	<b>Subnível</b>	<b>Quantidade de Registros em Apresentações</b>
<b>Racionalidade Científica</b>	1	35
	2	33
	3	15
	4	10
	5	3
<b>Desenvolvimento Tecnológico</b>	1	11
	2	17
	3	7
	4	5
	5	0 (não houve registro)
<b>Participação Social</b>	1	3
	2	2
	3	0 (não houve registro)
	4	0 (não houve registro)
	5	0 (não houve registro)

Fonte: Elaborado pelo autor, com base nas respostas dos 105 alunos.

Dessa forma, a partir da análise dos trabalhos produzidos pelos estudantes, foi possível perceber que a proposta se centrou em discussões relacionadas aos níveis 1 e 2 de Racionalidade Científica, Desenvolvimento Tecnológico e Participação Social. Diante disso, possivelmente, a proposta contribuiu, dentre outras coisas, para que os alunos passassem a reconhecer a importância do conhecimento científico escolar para a compreensão do mundo atual e a questionar influências econômicas e posicionamentos políticos. Com relação aos níveis 3, 4 e 5 da Racionalidade Científica, 3 e 4 de Desenvolvimento Tecnológico e 5 de Participação Social, vale ressaltar que foram encontrados somente indícios de aproximação. Ou seja, a análise apontou que a proposta não os contemplou de forma efetiva, com os aprofundamentos sugeridos por Strieder (2012). Isso, certamente, não desqualifica a proposta, mas aponta algumas questões a serem aprofundadas. Como sugerido pela própria autora do método de investigação aqui utilizado:

[...] queremos destacar que ter conseguido “apenas” que os alunos reconhecessem a relevância do conhecimento científico escolar não desqualifica o trabalho, muito pelo contrário, aponta limites e potencialidades das diferentes perspectivas. E são essas questões, que a nosso ver, precisam ser aprofundadas. Refletem, de certa forma, a distância entre as intenções e as ações ou entre a teoria e prática. O que, por sua vez, acrescenta uma série de variáveis ao problema, como por exemplo, aquelas voltadas ao contexto da escola, aos valores dos professores e estudantes etc., aumentando sua complexidade. (Strieder, 2012, p. 270)

#### 7.4 Avaliação das Aplicações pelos Estudantes

Após a realização das aulas do Curso de Lentes Gravitacionais, os alunos foram entrevistados por meio de um questionário enviado via *Google Forms* sobre a interdisciplinaridade e contextualização da sequência didática e dos conteúdos aprendidos em sala. Obtivemos um resultado extremamente satisfatório. O questionário era composto por 3 questões objetivas a serem avaliadas de 1 a 5 e uma (01) questão discursiva (disponíveis no APÊNDICE C - QUESTIONÁRIOS E TESTES APLICADOS) :

T1) a sequência didática está contextualizada? ;

T2) a sequência didática é interdisciplinar? ;

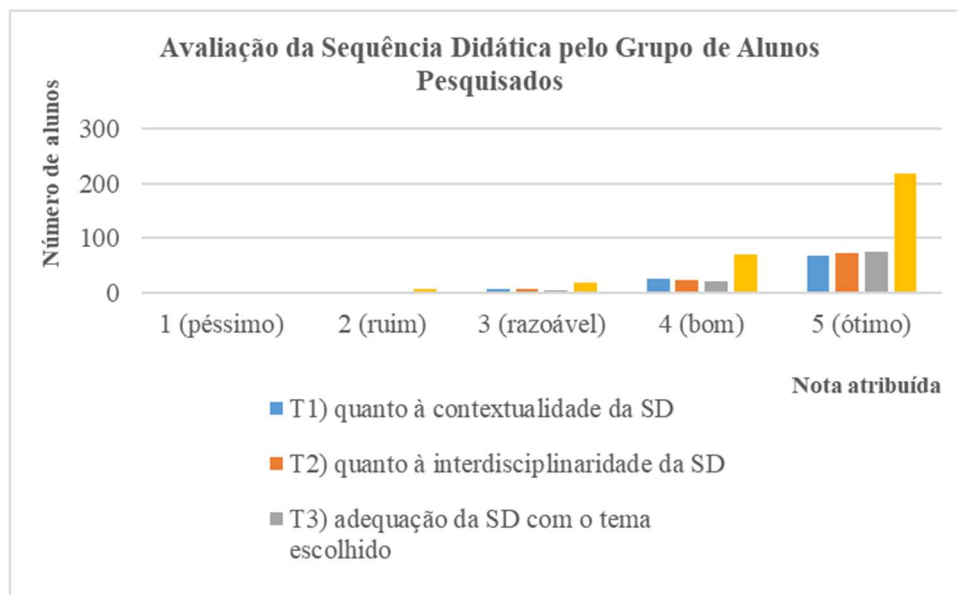
T3) a sequência didática está adequada ao tema? , e;

Q1) comente de forma curta sua avaliação sobre o curso de LG.

Assim, após essas 3 questões o aluno foi convidado a dissertar brevemente e de forma crítica sobre as aplicações assistidas. Os dados obtidos foram organizados no Gráfico 5 de forma a facilitar sua interpretação. Nele observamos a prevalência de notas altas na maior parte da avaliação dos alunos.

O questionário foi aplicado nas três turmas de 35 alunos, ou seja, ao todo foram 3 perguntas respondidas por 105 alunos, totalizando 315 respostas obtidas que foram tratadas como eventos de medida estatística. Assim, considerando como avaliações positivas - ou seja, de sucesso - as notas 4(bom) e 5(ótimo), observamos a ocorrência dessas notas em 288 respostas, sendo 94 para T1, 97 para T2 e 97 para T3, ou seja, a SD didática foi considerada adequada ao tema, interdisciplinar e/ou contextualizada em 91,43% das respostas fornecidas pelos alunos.

Gráfico 5: Distribuição de notas na avaliação da SD no grupo de alunos pesquisados.



Fonte: Elaborado pelo autor, com base nas respostas dos 105 alunos

Todos os alunos entregaram suas respostas dentro de um prazo preestabelecido de 30 dias e mostraram um ótimo envolvimento com o curso e com a pesquisa. Pudemos observar um alto aproveitamento por parte dos alunos, o que é ratificado pela avaliação do estudante a53:

O desvio da luz explicado pela TGR e comprovado em Sobral foi para mim o ponto crucial do curso. Foi muito interessante notar que já existia a previsão do desvio, sendo que Newton e Einstein tinham previsões parecidas. Quando Einstein muda seu resultado, a comprovação da medida física se torna o ponto decisivo para escolha da teoria correta. (a53)

A adequação do tema escolhido foi notada em quase todas as respostas discursivas obtidas na dissertação crítica sobre as aplicações assistidas. Veja no caso do aluno a10:

Fiquei muito envolvido com todas as aulas de Lentes Gravitacionais. Finalmente entendi vários conceitos de Física Moderna e suas aplicações. Gostei principalmente da forma como cada conceito foi abordado, ou seja, sempre parecia que íamos resolver um problema importante da cosmologia. (a10)

Vale aqui enfatizar que, um dos resultados mais importantes observados na contextualização é o desenvolvimento na percepção e no significado dos conceitos adquiridos em sala de aula. Isso porque sabemos que os conceitos aprendidos precisam interagir com o conhecimento de mundo do aluno.

## 7.5 Avaliação do Material Didático pelos Estudantes

A forma com que foi apresentada a cosmologia no MD mostrou-se também amplamente aceita pelos estudantes. Após a leitura do material didático de Lentes Gravitacionais, os alunos foram entrevistados por meio de outro questionário enviado via *Google Forms*, sobre o nível de dificuldade, clareza de informações e de gráficos e ajuda na compreensão do tema e dos conceitos. Obtivemos um resultado extremamente satisfatório. O questionário era composto por 3 questões objetivas a serem avaliadas de 1 a 5 e uma (01) questão discursiva (disponíveis no APÊNDICE C - QUESTIONÁRIOS E TESTES APLICADOS) :

T1) os textos apresentam clareza e são de fácil entendimento? ;

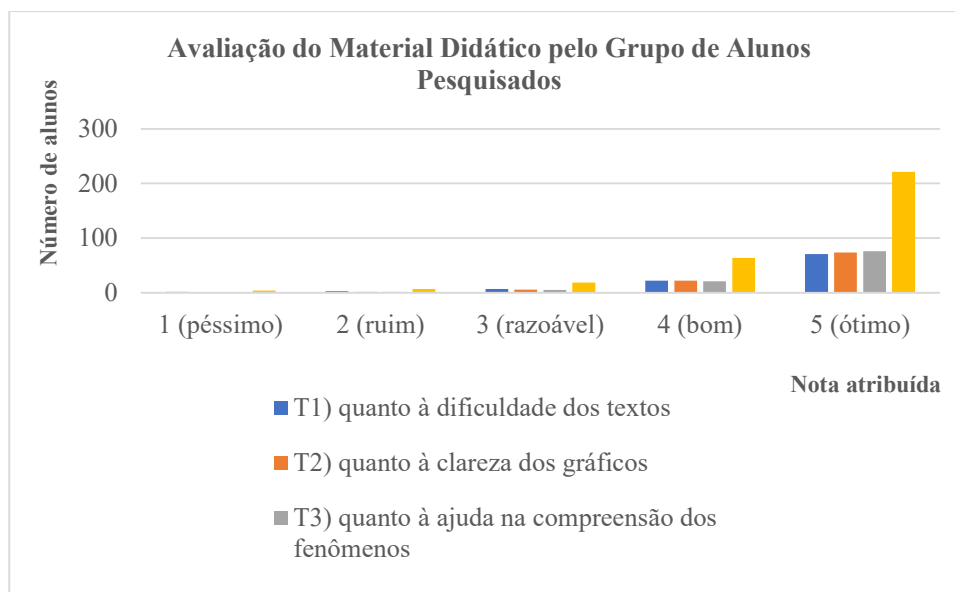
T2) os gráficos apresentam clareza de informações? ;

T3) o texto foi útil para melhor compreensão dos fenômenos abordados ?, e;

Q1) comente de forma curta sua avaliação sobre o MD.

Assim, respondidas essas três questões, o aluno foi convidado a dissertar brevemente e de forma crítica sobre as aplicações assistidas (Q1). Os dados obtidos foram organizados no Gráfico 6 de forma a facilitar sua interpretação. Nele, observamos a prevalência de notas altas na maior parte da avaliação dos alunos.

Gráfico 6: Distribuição de notas na avaliação do MD no grupo de alunos pesquisados.



Fonte: Elaborado pelo autor, com base nas respostas dos 105 alunos



O questionário foi aplicado nas três turmas de 35 alunos, ou seja, ao todo foram 3 perguntas respondidas por 105 alunos, totalizando 315 respostas obtidas que foram tratadas como eventos de medida estatística. Assim, considerando como de sucesso as notas 4(bom) e 5(ótimo), observamos a ocorrência dessas notas em 242 respostas, sendo 79 para T1, 78 para T2 e 85 para T3, ou seja, o material didático foi considerado aprovado em 89,63% das respostas fornecidas pelos alunos.

A clareza dos textos e gráficos do MD foi notada em quase todas as respostas obtidas na questão discursiva. Segue resposta escrita por um aluno pesquisado:

Achei a leitura do livro fácil, os exemplos muito bons e sempre presentes em problemas conhecidos. Consegui um entendimento muito maior de informações que eu sempre via na TV ou jornais. (a11)

Curiosamente uma das experiências mais marcantes foram as imagens das deformações de anel dos aglomerados e a imagem do aglomerado de galáxias bala evidenciando matéria escura. Talvez pela beleza das imagens, essas evidências foram mais marcantes que as observações iniciais de desvio da luz pelo sol ou curva de rotação das galáxias e trouxeram grande envolvimento por parte da turma. A inclusão desses diferentes tópicos de astrofísica enriqueceu enormemente as aplicações e fez com que as aulas se tornassem mais interessantes e os alunos mais envolvidos. Quanto à inclusão de tópicos atuais de astrofísica no ensino médio um aluno escreveu:

Estudar assuntos que envolvem astronomia como lentes gravitacionais, rotação de galáxias ou expansão do universo é muito mais empolgante que os assuntos comuns da escola. Facilita nosso entendimento das notícias modernas e ensina muito mais sobre a ciência. Seria importante se tivéssemos mais aulas assim. Até os conteúdos antigos pareceram mais interessantes vistos dessa forma. (a36)

De um modo geral os alunos se mostraram extremamente favoráveis à inserção de tópicos atuais de astrofísica no ensino médio. Nas suas respostas deixaram a entender que isso tornaria o aprendizado mais atrativo ao aproximar a sala de aula das novas fronteiras da ciência. Na visão desses alunos mudaram a forma de pensar a ciência, que deixou de ser entendida como uma caixa preta acabada que deve ser apenas aplicada e passou a ser vista como uma constante tentativa de entender o mundo em que vivemos. Por fim, em todas as respostas encontramos sinais de uma nova motivação trazida pelo aprendizado de conceitos modernos de astrofísica. Na pergunta sobre a avaliação da aplicação de LG um aluno respondeu:

Achei a aula mais dinâmica e motivadora que o de costume, apesar de que os conceitos pareceram sempre bem avançados. Nos trouxe informações inovadoras e nos incentivou a conhecer e entender mais a astrofísica e toda a ciência. Mais aulas nesse formato tornariam nosso aprendizado mais atualizado e divertido. (a03)

Respostas como essa nos trazem como avaliação da aplicação que, mesmo que algum tópico seja de maior aprofundamento e tenha ficado obscuro, a abordagem inovadora que aproxima o aluno das fronteiras da ciência cria mais motivação e envolvimento de todos.

Vimos que a aplicação foi bastante produtiva e que os alunos foram capazes de seguir a sequência lógica de evolução dos conceitos que partiam de fundamentos da física clássica e levavam a uma revelação que é capaz de criar uma ruptura no entendimento da mecânica newtoniana.

Vale aqui ressaltar que essas informações sobre matéria escura, energia escura, lentes gravitacionais ou evolução do universo não são exclusivas do professor, estando amplamente divulgadas em publicações científicas e canais comuns de comunicação como jornais, TV ou mídias sociais de internet. Sendo assim, a sala de aula se torna um espaço de extrema importância para a contextualização, informação e globalização do aluno contemporâneo e, o professor, deve desempenhar um papel decisivo nesse novo contexto, ao trazer informações confiáveis e úteis para o estudante.

## 8 CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES

### 8.1 Considerações Finais

Vimos nesse trabalho uma forma de apresentar a alunos do ensino básico os conceitos de física atuais que envolvesse o entendimento das lentes gravitacionais e suas aplicações no aprendizado dos conceitos de astrofísica e dos limites das descobertas científicas atuais. A abordagem aqui apresentada partiu de conceitos fundamentais da física clássica como: leis de Kepler, gravitação universal, refração e conservação de energia, chegando até conceitos modernos como relatividade geral e física quântica. Para a construção desse conhecimento em sala de aula passamos pelo estudo de fenômenos de grande divulgação nos modernos canais de informação como lentes gravitacionais e curvas de rotação de galáxias.

De forma geral podemos avaliar que a aplicação teve sucesso e que o comprometimento e motivação alcançados foram maiores que aqueles que vivenciávamos na sala de aula enquanto ministrados os conteúdos do cronograma clássico do ensino médio. Isso pode ser observado na participação massiva dos alunos em todos os encontros e no comprometimento com as respostas aos questionários, mesmo sabendo que o evento não seria obrigatório e nem valeria nota computada em média escolar.

Sabemos que esse tema, assim como qualquer conteúdo ministrado em sala de aula, deve passar por um processo de experimentação e aperfeiçoamento. Essas melhorias devem ser um trabalho constante do professor. O material didático apresentado aqui e disponibilizado para os alunos já contempla algumas melhorias que foram conseguidas após as primeiras aplicações. A utilização desses materiais por novos professores trará inovações que contribuirão para o avanço das práticas de sala de aula.

Alguns temas abordados nessa dissertação com certeza não são de fácil entendimento e fazem parte de um maior contexto de conceitos que contribuem para o entendimento de temas complexos de astrofísica como lentes gravitacionais e matéria escura.

Essa experiência em sala de aula mostrou que aplicação de conceitos de astrofísica no ensino médio pode contribuir de maneira eficiente com a motivação e aprendizado desde que alguns cuidados sejam tomados. Sendo entre eles os principais:

- a) apresentar as ideias da física moderna para o aluno contextualizando os motivos pelos quais acreditamos nessas ideias;
- b) relacionar esses novos conceitos com os conceitos da física clássica permitindo uma conscientização da evolução do conhecimento científico da humanidade;

Entendemos assim que, tomadas essas precauções, os conceitos modernos de astrofísica são de grande importância na sala de aula do ensino médio por tornarem as aulas motivadoras, aproximarem os alunos das modernas fronteiras da ciência e tornar o estudante capaz e entender informações divulgadas em canais comuns de informação ou de divulgação científica. Isso torna com certeza a escola mais democrática no sentido que aproxima a todos do mundo moderno e repleto de informações em que vivemos. Esperamos que esse trabalho contribua não só com a inserção de tópicos de astrofísica e física moderna no ensino básico brasileiro, mas também com toda evolução que se pretende na educação brasileira, tema constante nas novas diretrizes da BNCC e do Novo Ensino Médio.

## 8.2 Conclusões

Durante todo trabalho identificamos anseios quanto a concepções e conceitos em alunos do Ensino Médio sobre questões referentes às inter-relações entre ciência, tecnologia e sociedade que tenham como contexto a astrofísica. O tema escolhido, Lentes Gravitacionais, apresentou diversas potencialidades na criação de ligações entre a realidade dos alunos e o ensino de física na escola. Quando relacionado com todos os conceitos de física clássica e moderna tradicionalmente aprendidos no Ensino Médio, ele proporcionou questionamentos de aspectos científicos, sociais e até econômicos ou políticos. Além disso, e de forma genérica, o ensino de astrofísica permitiu ampla interdisciplinaridade e contextualização, visto que pôde contemplar grande parte dos componentes curriculares.

Observamos também que as estratégias utilizadas favoreceram abordagens interativas, como: trabalho em grupo, discussões e questionamentos acerca do atual modelo de desenvolvimento da humanidade. Essas abordagens favoreceram a compreensão das relações da ciência e da tecnologia com o contexto social e a importância da participação de cada um nesse processo.

Quanto às limitações da proposta desenvolvida, destaca-se que a organização didático-pedagógica ainda se encontra fundamentada apenas na abordagem de conceitos científicos; por exemplo, sem aprofundar aspectos ligados aos níveis mais críticos de racionalidade, desenvolvimento e participação social. Nessa perspectiva, questões associadas à condução das investigações científicas, às relações dessas investigações com seus produtos e às insuficiências da ciência, ainda que mencionadas, não foram, de fato, abordadas. Ou seja, no que se refere à racionalidade, a proposta deve ser repensada com a intenção de buscar contemplar esses elementos.

Observamos também, por meio do resultado da pesquisa por questionário aplicado aos alunos que a Sequência Didática produzida a partir do Lentes Gravitacionais mostrou-se contextualizada e interdisciplinar, com um índice de aprovação de 91,43% dos leitores, abordando conceitos amplos e fundamentais de física, astronomia e cosmologia. Essa abordagem atendeu aos anseios de alunos do Ensino Médio que se sentiam afastados dos avanços tecnológicos trazidos pela Física Moderna. O entendimento da Evolução e Formação do Universo mostrou-se campo de estudo decisivo durante a alfabetização científica dos alunos.

O MD, produzido a partir de texto base inicial e anotações de sala de aula, tentou, de forma resumida, tornar os conceitos mais próximos e compreensíveis. Esse objetivo mostrou-se alcançado no relato de alunos que tiveram contato com o texto. Isso favoreceu a aprendizagem, em especial a compreensão mais ampla dos fenômenos e do tema em foco. Podemos observar isso pelo alto índice de aprovação na avaliação do texto, com 89,63% dos leitores considerando o texto claro, relevante e de grande ajuda para a compreensão dos conceitos abordados. Entendemos que grandes evoluções podem ser alcançadas a partir desse estudo, à medida que o MD seja utilizado e aperfeiçoado segundo as demandas de cada contexto de aplicação.

Por fim, acreditamos que retirar o estudante do seu local de passividade e transformá-lo em um agente ativo no processo de aprendizado é o que deve de fato acontecer para que conceitos de Física sejam adquiridos significativamente. Portanto, repensar o ensino de física no atual cenário brasileiro é uma necessidade que passa pela concepção metodológica dos professores e de toda comunidade escolar.

Para que isso ocorra, é preciso que o professor reconheça que a aprendizagem pode ter mais significado e, é claro, também tenha acesso a metodologias que lhe permitam mudanças, além de se comprometer em agir ativamente para a melhoria desse cenário.

**REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS<sup>2</sup>**

AGUIAR M. A. S., DOURADO L. F., A BNCC na contramão do PNE 2014-2024: avaliação e perspectivas. Recife: ANPAE (2018)

ARAÚJO I. S., MAZUR E., Instrução pelos colegas e ensino sob medida: uma proposta para o engajamento dos estudantes no processo de ensino aprendizagem de física. Caderno Brasileiro de Ensino de Física, Florianópolis, v. 30, n. 2, p.362-384, ago. 2013. Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), 2013.

ARONS A. B., Teaching Introductory Physics, cap. 10, Wiley, 1997.

BARDIN, L., Análise de Conteúdo, Portugal: Edições 70, 2011.

BAROJAS J. (ed.), Cooperative networks in physics education, AIP Conference Proceedings, v. 173, American Institute of Physics, 1988.

BARTHEM, Ricardo. A luz, (Temas Atuais de Física), São Paulo: Livraria da Física: Sociedade Brasileira de Física, 2005.

BENNETT J. O., Donahue M., Schneider N. O., Voit M., The Essencial Cosmic Perspective, 6a edição, Benjamin Cummings, 2019.

BOGDAN, R. C., BIKLEN, S. K., Investigação qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos, Porto Editora, 1994

BRASIL - MEC - Ministério da Educação e Cultura, Diretrizes Curriculares Nacionais e Base Nacional Comum para Formação Inicial e Continuada de Professores da Educação Básica. Brasília, DF: MEC, 2019.

BRASIL - MEC - Ministério da Educação e do Desporto, Parâmetros curriculares nacionais: Ciências naturais. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, DF: MEC/SEF, 1998.

CAFFARELLI R. V., O eclipse solar de 1912. Ciência e Cultura, v. 32, n. 5, pp. 561-573, 1980.

CARMO, M. P. Geometria diferencial de curvas e superfícies. 6.ed. Rio de Janeiro: SBM, p. 2012.

CASTIÑEIRAS J., CRISPINO L. C. B., Relatividade geral: fundamentos e primeira comprovação experimental, Ciencia e Cultura, vol.71, no.3, São Paulo, July/Sept. 2019 Disponível em <http://dx.doi.org/10.21800/2317-66602019000300007> . Acesso em: 15 abr 2022.

---

<sup>2</sup> De acordo com a Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT NBR 6023).

CARVALHO T. F. G., Da divulgação ao ensino: um olhar para o céu. (Tese de Doutorado). Pós-Graduação Interunidades em Ensino de Ciência, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, 2016.

CGEE - Centro de Gestão e Estudos Estratégicos, Percepção Pública da Ciência e Tecnologia no Brasil: 2018-2019. Relatório dos resultados da enquete sobre percepção pública da C&T no Brasil. Brasília, 2019.

CRISPINO, L. C. B.; LIMA, M. C. de. "A teoria da relatividade de Einstein apresentada para a Amazônia". *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 38, e4203-1-e4203-12. 2016.

DAYDOV V. V., Tipos de generalización en la enseñanza. Habana: Pueblo y Educación, 1982.

DURANT, J. O que é alfabetização científica? In: MASSARANI, L.; TURNEY, J.; MOREIRA, I. de C. (orgs.). Terra incógnita: a interface entre Ciência e público. Rio de Janeiro: Vieira & Lent; UFRJ, Casa da Ciência; Fiocruz, 2005.

EINSTEIN A., Sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento. In: Textos fundamentais da física moderna, volume I (O princípio da relatividade), pp. 47-86. Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa. 1983. (Tradução de Mário J. Saraiva do artigo "Zur elektrodynamik bewegter Körper". *Annalen der Physik*, v. 17, pp. 891-921, 1905.

FISCHLER H., LICHTFELD M., Modern physics and students' conceptions, *International Journal of Science Education*, v. 14, p. 181, 1992.

GALILEI, G. Diálogo sobre os dois máximos sistemas do mundo - ptolomaico e copernicano. (Tradução, introdução e notas de Pablo R. Mariconda.) Discurso Editorial/Imprensa Oficial, São Paulo, 2004.

CGEE 2019, Percepção Pública da Ciência e Tecnologia no Brasil: 2018-2019. Relatório dos resultados da enquete sobre percepção pública da C&T no Brasil. Brasília: Centro de Gestão e Estudos Estratégicos, 2019.

HORVATH, Jorge E. As estrelas na sala de aula: uma abordagem para o ensino da Astronomia estelar. São Paulo. Editora Livraria da Física. 2019.

INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, Censo Escolar da Educação Básica 2016: notas estatísticas. Brasília, DF: MEC, 2017.

INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, Brasil no Pisa 2018. . Brasília, DF: MEC, 2020.

JAMES O., Tunzelmann E. Von, Franklin P., Thorne Kip S., Visualizing Interstellar's Wormhole, *American Journal of Physics*, v. 83, p. 486, 2015.

LANGHI R., NARDI R., Educação em astronomia: Repensando a formação de professores. São Paulo, SP: Escrituras, 2012.

LANGHI R., OLIVEIRA F. A., VILAÇA J., Formação reflexiva de professores em Astronomia: indicadores que contribuem no processo. In: Caderno Brasileiro de Física, 35(2), pp. 461-477, 2018.

LA TAILLE Y., OLIVEIRA M. K., DANTAS H., Piaget, Vygotsky e Wallon: teorias psicogenéticas em discussão, São Paulo: Summus, 1992. Disponível em (<https://edisciplinas.usp.br/mod/resource/view.php?id=4154827>). Acesso em: 5 abr. 2022.

LIMA, José Ademir Sales; SANTOS, Rose Clívia. 100 Anos da Cosmologia relativística (1917 – 2017). Parte I: Das Origens à Descoberta da Expansão Universal (1929). Revista Brasileira de Ensino de Física, vol. 40, n° 1, e1313, 2018.

LIMA, José Ademir Sales; SANTOS, Rose Clívia. Do Eclipse Solar de 1919 ao Espetáculo das Lentes Gravitacionais. Revista Brasileira de Ensino de Física, vol. 41, suppl.1, e0199, 2019.

MAZUR E., Peer instruction: an user's manual, New Jersey: Prentice Hall, Inc., 1997.

MOREIRA M. A., Abandono da narrativa, ensino centrado no estudante e aprender a aprender criticamente, Instituto de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

MOURÃO, Ronaldo R. de Freitas. Explicando a Teoria da Relatividade, 3ª ed., Rio de Janeiro, Ediouro, 2005.

OLIVEIRA V., Uma proposta de ensino de tópicos de eletromagnetismo via instrução pelos colegas e ensino sob medida para o ensino médio. 2012. 234 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Ensino de Física, Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

OSTERMANN F., MOREIRA M. A., Uma revisão bibliográfica sobre a área de pesquisa 'Física Moderna e Contemporânea no Ensino Médio', Investigações em Ensino de Ciências, v. 5, n. 1, p. 23, 2000.

PÉREZ D. Gil, SOLBES J., The Introduction of modern physics: overcoming a deformed vision of science, International Journal of Science Education, v. 15, n. 3, p. 255, 1993. PSSC, Physics, 1ª edição, Health, 1960.

RIVELLES, V. O. Introdução à Relatividade Geral. Instituto de Física - USP, 2006. Disponível em: [http://itec.if.usp.br/~rivelles/Seminars/introd\\_relat\\_geral\\_aula1.pdf](http://itec.if.usp.br/~rivelles/Seminars/introd_relat_geral_aula1.pdf). Acesso em: 17 mar. 2020.

ROCHA, José Fernando. Origens e Evolução das Ideias da Física, Salvador, EDUFBA, 1ª edição, 2002.

RUTHERFORD F. J., Holton G., Watson F. G., The Harvard Project Physics Course, Holt, Rinehart & Winston, 1ª edição, 1970.

SIMÕES, C. C. Elementos de Astronomia nos livros didáticos de Física. 2008. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2008.



SOUSA P. S. et al. Investigação Temática no Contexto de Ciências: Relações entre a Abordagem Temática Freiriana e a Práxis Curricular via Tema Gerador. *Alexandria*, v. 7, p. 155-177, 2014.

STRIEDER R. B., Abordagens CTS na educação científica no Brasil: sentidos e perspectivas. 283f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências) – Programa Interunidades em Ensino de Ciências, USP, São Paulo, 2012.

VOGT, C.; POLINO, C. (orgs.). *Percepção Pública da Ciência: resultados da pesquisa em Argentina, Brasil, Espanha e Uruguai / Percepción Pública de la Ciencia: resultados de la encuesta en Argentina, Brasil, España y Uruguay*. Campinas: Editora da Unicamp. São Paulo: Fapesp, 2003.

VIGOTSKI L. S., *Pensamento e Linguagem*, São Paulo: Martins Fontes (traduzido do thought and language por Jefferson Luiz Camargo), 1999.

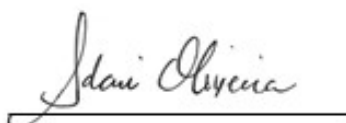
**ANEXOS**

## ANEXO A – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Eu compreendo os direitos dos participantes da pesquisa intitulada *Uma experiência de transposição didática e aplicação das principais contribuições teóricas e observacionais no campo de lentes gravitacionais e os conceitos físicos envolvidos*, orientada por Prof. Dr. José Ademir Sales Lima, e que tem como pesquisador responsável o Prof. Rodrigo Bernadelli Santos, aluno do Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas - IAG da Universidade de São Paulo, na modalidade de Mestrado Profissional em Ensino de Astronomia, os quais podem ser contatados pelo e-mail [bernadelli@usp.br](mailto:bernadelli@usp.br) ou telefone (61) 9 8233 7676. Na qualidade de responsável por esta instituição, autorizo a participação do Colégio Olimpo de Brasília S/A por meio de estudantes e professores do Ensino Médio de 2021 e 2022. Compreendo como e porque esse estudo está sendo realizado. Os responsáveis pela pesquisa garantem o sigilo das informações, assegurando assim a privacidade dos participantes envolvidos. Receberei uma cópia assinada desse formulário de consentimento.

Brasília, 01/02/2021.



Adair Oliveira

Diretor

#### Descrição Resumida da Pesquisa

**Nome da Pesquisa:** Uma experiência de transposição didática e aplicação das principais contribuições teóricas e observacionais no campo de lentes gravitacionais e os conceitos físicos envolvidos.

**Pesquisador Responsável:** Rodrigo Bernadelli Santos  
CPF 611.874.701 – 63

**Telefone:** (61) 9 8233 7676 (whatsapp)  
e-mail: [bernadelli1974@hotmail.com](mailto:bernadelli1974@hotmail.com)

**Instituição de Pesquisa:** Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas - IAG da Universidade de São Paulo, São Paulo – SP.

**Orientador:** Prof. Dr. José Ademir Sales Lima  
e-mail: [jas.lima@iaq.usp.br](mailto:jas.lima@iaq.usp.br)

**Objetivos:** Desenvolver uma abordagem das lentes gravitacionais visando uma aplicação voltada para o Ensino Médio. Avaliar a efetividade de uma sequência didática aplicada em sala que tenha o assunto como tema.

**Procedimento de Pesquisa:** Aplicações em sala de aula, atividades via plataforma digital Google Forms e tarefas escritas. Respostas a formulários escritos e digitais.



6. Observe a sequência de imagens a seguir. Tente identificar os assuntos relacionados e apresente seu conhecimento a respeito. Escreva sobre o que sabe sobre o assunto, onde foi ou ouviu a respeito e qual a referência no seu cotidiano.

6.1 **Lua gelada**

Olhando através de um telescópio casateiro para o planeta Júpiter, em 7 de janeiro de 1810, Galileu notou três pontos de luz ao seu norte, e percebeu que se tratava de estrelas distantes. Contudo, observando-as nos noites seguintes, notou que se moviam no espaço em relação ao fundo e permaneciam sempre perto de Júpiter, embora mudassem de posição umas em relação às outras. Em seguida, observou que havia uma quarta "estrela" com o mesmo comportamento.

Em 13 de janeiro, Galileu concluiu que não eram estrelas, mas sim luas orbitando ao redor de Júpiter — as luas Io, Europa, Ganimedes e Calisto. Dias depois, outros astrônomos confirmaram suas observações e que a maioria dos objetos celestes não girava em torno da Terra. Este relato é o sistema de satélites como se fosse um minissistema solar, levantando a hipótese de que isso poderia ser comum em outros satélites.



(Imagem Reproduzida de JPL-CALTECH/NASA/DLR)

A descoberta de Galileu pode ser vista como um dos primeiros passos em direção à física moderna e está diretamente relacionada à teoria de Einstein sobre a relatividade. Segundo o último teorema tridimensional, que se desenvolve em razão da grande massa dos astros. Essa deformação é o que dá origem às órbitas elípticas dos planetas ao redor do sol e das luas ao redor das planetas.

6.2 **Galáxias**



Galáxia M31, mais conhecida como Andrômeda (Imagem Reproduzida de NASA/ESA)

Em 1923, com um telescópio de 2,5 metros, Hubble identificou estrelas individuais numa das "nébulas", mais precisamente em uma das nuvens a sul, sendo conhecida como "Grande Nébulosa de Andrômeda". Aparente de um estudo sobre as propriedades luminosas dessas estrelas, ele conseguiu medir a distância até elas e, assim, concluiu a distância até a nebulosa. O resultado foi algo inesperado: a distância era 250 mil anos luz, muito maior que o tamanho da Via Láctea. Assim, a conclusão foi que havia outras galáxias como a Via Láctea — as galáxias. A Grande Nébulosa de Andrômeda ficou então conhecida como Galáxia de Andrômeda.

As galáxias são formadas por um conjunto de estrelas, planetas, poeira cósmica, gases e matéria escura. Dentro das galáxias podem existir diversos sistemas estelares, e cada galáxia pode apresentar formatos distintos — no caso da Via Láctea, seu formato é em espiral. As galáxias podem interagir entre si a partir de processos de evolução conjunta ou por colisão. A colisão entre galáxias pode originar supernovas, buracos negros, outras galáxias, etc.

6.3 **Expansão do universo**



O universo está se expandindo, e esse fato é determinado pela Lei de Hubble. O astrônomo criou uma unidade que descreve a rapidez com que o universo está se expandindo — como se deslocada da galáxia sob medida em km/s e ao distância em parsecs e megaparsecs (1 Mpc, a unidade de comente de Hubble é 3,26 x 10<sup>6</sup> parsecs). Na época, Hubble soube o valor em 500 km/s por megaparsec (um megaparsec é igual a 3,26 milhões de anos luz).

O universo está em expansão acelerada. Foto: Datacube Astronomy/Science Photo Library/Alamy/REDA

Por se tratarem de corpos de grande massa, os astros percorrem grandes distâncias e movem-se em altas velocidades. Essas distâncias são medidas em anos-luz, ou seja, a distância percorrida pela luz em um ano — um ano luz equivale a aproximadamente, 9,46 trilhões de km. A expansão do universo é tão rápida que é medida em anos-luz. Vale ressaltar que a luz se propaga mais rápido no vácuo, por isso a onda eletromagnética.

6.4 **Radiação cósmica de fundo**



A radiação cósmica de fundo em micro-ondas (CMR) da região em inglês é uma radiação eletromagnética prevista pelo físico George Gamow, Ralph Alpher e Robert Herman. Mas ela só foi detectada em observações feitas em 1965, por Arno Penzias e Robert Woodrow Wilson. Trata-se de um "fundo" de luz, resultado de uma época em que o universo era quente e denso, 380 mil anos após o Big Bang.

Imagem de experimento de radiação cósmica de fundo (Imagem Reproduzida de NASA/ESA/Science Photo)

O Big Bang é a teoria que descreve e explica a origem do universo a partir de uma grande explosão de uma partícula extremamente densa e quente. Essa explosão gerou uma grande quantidade de energia, que contribuiu para a expansão do universo e para o afastamento das galáxias até a atualidade. Acredita-se que parte dessa energia converteu-se em radiação cósmica, formada por micro-ondas eletromagnéticas.



6. Observe a sequência de imagens a seguir. Tente identificar os assuntos relacionados e apresentar seu conhecimento a respeito. Escreva sobre o que sabe sobre o assunto, onde tem ou ouviu a respeito e qual a referência no seu cotidiano.

6.1 Laser galáctico

Quando enviado de um telescópio astronômico para a pluma Hubble, em 7 de janeiro de 1989, Galileo notou três pontos de luz ao pé norte, e pensou que se tratava de estrelas próximas. Contudo, observando-as em maior equidistância, verificou que se moviam no mesmo sentido em relação ao fundo e permaneceriam sempre perto de Hubble, embora mudassem de posição umas em relação às outras. Em seguida, observou que havia um quarto "estrela" com o mesmo comportamento.

Em 15 de janeiro, Galileo concluiu que não eram estrelas, mas sim luzes emitidas no redor de Hubble — as famosas luzes fantasma, transientes e Cefeias. Elas forneceram pistas evidências para a teoria desenvolvida de que a maioria dos objetos celestes não giram em torno da Terra. Ele relatou o sistema de satélites como se fosse um minissistema Solar, levantando a hipótese de que não poderia ser comum em outros satélites.



Imagem: Reprodução de NASA/JPL/STScI

Eu nunca soube falar direito em português, mas sempre me orgulho, antes falava de português de outras maneiras. Porém não soube falar direito, e quando eu sei é que o português de outros lugares é diferente e eu não sei falar direito. Também não sei falar direito, e quando eu sei é que o português de outros lugares é diferente e eu não sei falar direito.

6.2 Galáxia



Galáxia NGC 4471, assim conhecida como Anel de Andrômeda (Imagem Reprodução: NASA/JPL/STScI)

Em 1933, com um telescópio de 2,5 metros, Hubble identificou estrelas individuais numa das "galáxias", mais precisamente em uma das manchas, a que então conhecida como "Grande Nebulosa de Andrômeda". Através de um estudo sobre os propriedades luminosas destas estrelas, ele conseguiu medir a distância até elas e, deste modo, estabelecer a distância até a galáxia. O resultado foi algo surpreendente: a distância até a nebulosa era muito maior que o tamanho da Via Láctea. Assim, a conclusão foi que havia outros sistemas como a Via Láctea — a galáxia. A Grande Nebulosa de Andrômeda ficou então conhecida como Galáxia de Andrômeda.

Eu sempre soube falar direito em português, mas sempre me orgulho, antes falava de português de outras maneiras. Porém não soube falar direito, e quando eu sei é que o português de outros lugares é diferente e eu não sei falar direito. Também não sei falar direito, e quando eu sei é que o português de outros lugares é diferente e eu não sei falar direito.

6.3 Espalho do universo



O universo está em expansão acelerada. Foto: Doherty van Ravenswaay/Science Photo Library/Armando/STScI

O universo está se expandindo, e esse fato é demonstrado pela Lei de Hubble. O astrônomo criou uma unidade que descreve a rapidez com que o universo está se expandindo — como as velocidades das galáxias são medidas em km/s e as distâncias em parsecs e megaparsecs (1 pc é 3,26 anos-luz de distância). Hubble e Humason (1931) descobriram que a velocidade de expansão é proporcional à distância (em parsecs) e igual a 3,26 milhões de anos-luz).

A expansão do universo em si é um conceito difícil, mas eu acho que a ideia de expansão do universo é muito interessante. Também acho que a ideia de expansão do universo é muito interessante.

6.4 Radiação cósmica de fundo



A radiação cósmica de fundo em micro-ondas (CMR, da sigla em inglês) é uma radiação eletromagnética prevista pelo tipo George Gamow, Ralph Alpher e Robert Herman. Mas foi só em 1964 com observações feitas em 1964 por Arno Penzias e Robert Woodrow Wilson. Trata-se de um "resíduo" da luz remanescente de uma época em que o universo era quente e denso, 380 mil anos após o Big Bang.

Nunca soube falar sobre esse conceito.

6.5 Confirmação da Teoria da Relatividade Geral



Imagem do eclipse solar de Sobral, Brasil (Imagem: Reprodução/Domenico Padellaro)

Muito tempo completamente possível a corrente

A Relatividade Geral de Einstein é considerada hoje o modelo gravitacional que melhor descreve o universo em grande escala, mas nem sempre foi assim. As ideias do físico alemão foram alvo de muito debate, incluindo um ceticismo o próprio Einstein sobre algumas consequências de sua teoria — como por exemplo os buracos negros. Essa teoria pode estar relacionada à física em geral, mas os responsáveis por validá-la foram os astrônomos.

Foi no Brasil, mais precisamente no cidade de Sobral, que uma expedição liderada pelo astrônomo britânico Andrew Cromwell observou um eclipse sob boas condições meteorológicas. Em fevereiro da década de 1910, quase cinco anos após Einstein publicar sua teoria, quando se passou fotografias de eclipses penumbrais a Edington (aquele momento do ciclo estelar) usando uma estratégia de luz de modo que compunham de modo semelhante a Relatividade Geral.

Perguntas Iniciais sobre o Tema

1A

Aluno: **06** Nome: **Mo**

Série: ( ) M (x) P

Série do Ensino Médio que está cursando:

( ) 1º (x) 2º ( ) 3º

Questionário:

1. Por quais dos seguintes temas você se interessa?

- 1. nada
- 2. pouco
- 3. muito

	1	2	3
alergologia	( )	( )	(x)
arqueologia	( )	( )	(x)
artes	( )	(x)	( )
astrofísica	( )	(x)	( )
botânica	( )	(x)	( )
economia	( )	( )	(x)
eletrônica	( )	( )	(x)
esportes	( )	(x)	( )
física moderna	( )	(x)	( )
história	( )	(x)	( )
informática	( )	(x)	( )
literatura	( )	(x)	( )
medicina	( )	( )	(x)
matemática	( )	(x)	( )
música	( )	(x)	( )
pedagogia	( )	( )	(x)
tecnologia	( )	(x)	( )
turismo	( )	( )	(x)
outro	( )	( )	( )

Outro? Qual?

3. De que forma você esteve informado sobre o assunto citado?

Porque eu sou aluno sempre  
levo porque estou fazendo meu  
trabalho monografia meu trabalho acadêmico.

4. Qual sua maior fonte de notícias e/ou informações sobre ciência e tecnologia? Com que frequência você acessa essa fonte?

- N: nunca
- S: semanal
- Q: quinzenal
- M: mensal

	N	S	Q	M
Ciência Hoje	(x)	( )	( )	( )
Discovery Channel	(x)	( )	( )	( )
Galileo	(x)	( )	( )	( )
Glóbulo Rural	( )	( )	(x)	( )
Jornal Imprensa	(x)	( )	( )	( )
National Geographic	( )	( )	(x)	( )
Scientific American	(x)	( )	( )	( )
Superintendente	(x)	( )	( )	( )
Telejornal	( )	(x)	( )	( )
Outras	( )	( )	( )	( )

Outro? Qual?

YouTube / os

5. Descreva em 9 linhas seu assunto de maior interesse que envolva ciência ou tecnologia e identifique as razões desse interesse

porque eu sempre vou  
para lá e vou me atualizando  
em muitas informações por  
que é o momento em  
que estou aqui na faculdade  
ela.



Imagem artística de um buraco negro com disco de acreção (Imagem: Reprodução/NASA)

6.6 Buracos negros

É difícil determinar quem “descobriu” os buracos negros. De fato, Einstein escreveu inicialmente uma teoria que “permite” a existência desses objetos. Muita teoria foi produzida depois por outros importantes como Karl Schwarzschild, Subrahmanyan Chandrasekhar, e muitos outros, mas foi Roger Penrose quem mostrou em 1965 que a formação de buracos negros é definitivamente uma consequência direta da relatividade geral.

Schwarzschild Central e Anders Ötzers foram responsáveis por um trabalho de 16 anos que resultou na descoberta de que o objeto compacto, supermassivo no centro da nossa galáxia, conhecido como Sagitário A\*, era na verdade um buraco negro supermassivo. Esse trabalho, iniciado em 2008, foi a confirmação mais convincente de que um buraco negro supermassivo habita no centro da Via Láctea. Penrose, Hawking, Thorne, Israel e Itzhak Ginzburg o prêmio Nobel da Física em 2020.

Só que buracos negros aparecem com um interesse sempre gravitacional e sempre de surgir até o surgimento da física da relatividade de buracos negros. Essa importância que foi a natureza da física da relatividade geral que me levou a estudar esse assunto. Isso porque a física da relatividade geral é muito interessante e também porque ela produz buracos negros muito grandes e interessantes. Então, sendo um buraco negro.

2. Você tem maior conhecimento de algum dos assuntos citados? Qual? Por que?

Não, embora eu me  
interessei mais neste por  
que sou o aluno de  
ambos assuntos porque  
gostei da física.



6. Observe a sequência de imagens de seguir. Tente identificar os assuntos relacionados e apresente seu conhecimento a respeito. Escreva sobre o que sabe sobre o assunto, onde viu ou ouviu a respeito e qual a relevância no seu cotidiano.

6.1 Luas galáxias

Olhando através de um telescópio casateiro para a pleneia Argem, em 7 de janeiro de 1910, Galileu souou três pontos de luz ali por perto, e pensou que se tratava de estrelas distantes. Contudo, observando-as nos meses seguintes, notou que se moviam na direção errada em relação às estrelas ao lado e percebeu assim sempre perto de Argem, embora moldestem de posição umas em relação as outras. Em seguida, observou que havia uma quarta "estrela" com o mesmo comportamento.



Imagem: <https://www.nasa.gov>

Em 15 de janeiro, Galileu concluiu que não eram estrelas, mas sim luas orbitando ao redor de Júpiter — as famosas Ias, Europe, Ganímedes e Callisto. Elas forneceram fortes evidências para a teoria copernicana de que a maioria dos objetos celestes não giram em torno da Terra. Ele relacionou o sistema de satélites como se fosse um minissistema Sol-Terra, levantando a hipótese de que isso poderia ser comum em outros sistemas.

Não tenho conhecimento sobre o assunto

6.2 Galáxia



Galáxia M31, mais conhecida como Andrômeda (Imagem: <https://www.nasa.gov>)

Em 1923, com um telescópio de 7,3 metros, Hubble identificou estrelas individuais numa das "bolinhas" mais próximas em uma das nuvens, a até então conhecida como "Grande Nebulosa de Andrômeda". Através de um estudo sobre as propriedades luminosas dessas estrelas, ele conseguiu medir a distância até elas e, desse modo, calcular a distância até a nebulosa. O resultado foi algo magnífico: a distância até a nebulosa era muito maior que o tamanho da Via Láctea! Assim, a conclusão foi que havia outros sistemas como a Via Láctea — as galáxias. A Grande Nebulosa de Andrômeda ficou então conhecida como Galáxia de Andrômeda.

O que eu sei sobre as galáxias é que são sistemas estelares + gás + nébulas + matéria escura que formam um universo. Não conheço muitas coisas dessa forma, mas acho bem interessante.

6.3 Expansão do universo



O universo está se expandindo, e esse fato é descrito pela Lei de Hubble. O astrônomo criou uma unidade que descreve a rapidez com que o universo está se expandindo — como as velocidades das galáxias são medidas em km/s, as distâncias são medidas em megaparsecs (pc e Mpc), a unidade de comprimento de Hubble é km/s/Mpc. Na época, Hubble mediu o valor em 501 km/s por megaparsec (um megaparsec é igual a 3,26 milhões de anos-luz).

O universo está se expandindo acelerada. Foto: [Dorling Kindersley Science Photo Library/Universal VELA](https://www.nasa.gov)

O universo está se expandindo em ritmos acelerada, impulsionada por uma força invisível conhecida como energia escura.

6.4 Radiação cósmica de fundo



A radiação cósmica de fundo em micro-ondas (CMB, da sigla em inglês) é uma radiação eletromagnética prevista pelo físico George Gamow, Ralph Alpher e Robert Herman. Mas ela só foi detectada nas observações feitas em 1965, por Arno Penzias e Robert Woodrow Wilson. Trata-se de um "fóssil" da luz remanescente de uma época em que o universo era quente e denso, 380 mil anos após o Big Bang.

Imagem de empacotamento da radiação cósmica de fundo (Imagem: <https://www.nasa.gov>)

Não tenho conhecimento sobre o assunto

## **ANPÊNDICES**

## **APÊNDICE A – MATERIAL DO ALUNO**

**Uma experiência de transposição didática e aplicação das principais contribuições teóricas e observacionais no campo de lentes gravitacionais e os conceitos físicos envolvidos**

**Material do Aluno**

**USP - Universidade São Paulo**

Rodrigo Bernadelli Santos

**Uma experiência de transposição didática e aplicação das principais contribuições teóricas e observacionais no campo de lentes gravitacionais e os conceitos físicos envolvidos**

**Material do Aluno**

Dissertação apresentada ao Departamento de Astronomia do Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas da USP – Universidade de São Paulo como requisito parcial para a conclusão do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Astronomia e obtenção do título de Mestre em Ensino, sob a orientação do Prof. Dr. José Ademir Sales Lima.

**São Paulo**

**2023**

**SUMÁRIO**

	<b>Tópico</b>	<b>Página</b>
<b>Aula 01</b>	<b>Conceitos de Física Clássica Mecânica</b>	<b>04</b>
<b>Aula 02</b>	<b>Conceitos de Física Clássica Ondas Eletromagnéticas</b>	<b>10</b>
<b>Aula 03</b>	<b>Conceitos de Física Moderna Física Quântica</b>	<b>08</b>
<b>Aula 04</b>	<b>Conceitos de Física Moderna Teoria da Relatividade Especial e Geral</b>	<b>10</b>
<b>Aula 05</b>	<b>Lentes Gravitacionais Cronologia de Descobertas</b>	<b>12</b>
<b>Aula 06</b>	<b>Lentes Gravitacionais Conceitos Físicos e Aplicações</b>	<b>14</b>
<b>Aula 07</b>	<b>Lentes Gravitacionais As Evidências e Medições de Matéria Escura</b>	<b>16</b>
<b>Aula 08</b>	<b>Lentes Gravitacionais Lentes Gravitacionais e a Constante de Hubble</b>	<b>20</b>

# Aula 01

## Conceitos de Física Clássica

### Mecânica

#### As Leis de Kepler e a Gravitação Universal

Iniciaremos o nosso estudo das lentes gravitacionais abordando tópicos fundamentais e conceitos importantes da física clássica que explicam os movimentos dos corpos celestes. Esses tópicos estão presentes no currículo do Ensino Médio e incluem: Leis de Kepler, mecânica newtoniana e teoria da gravitação universal. Inicialmente abordaremos a leis empíricas de Kepler, em seguida, uma abordagem newtoniana nos permitirá uma nova análise dessas leis e, por fim, a gravitação newtoniana nos trará a visão total da física clássica sobre os modelos celestes.

#### 01.01 As Leis de Kepler

##### Lei das Órbitas

A primeira lei de Kepler afirma que as órbitas dos planetas são elípticas, sendo que a órbita circular é um caso especial dessa generalização. Ela pode ser enunciada da seguinte forma:

##### 1ª Lei de Kepler: Lei das Órbitas

*Todo planeta do Sistema Solar descreve uma órbita elíptica com o Sol ocupando um dos focos.*

Observamos que as órbitas dos corpos celestes diferem muito quanto à **excentricidade**, que é visível pela diferença na proporção entre as dimensões dos seus *semieixos de dimensões*  $a$  e  $b$ . A excentricidade de uma elipse é definida como  $e = c/a$  e ela descreve sua forma geral. Quanto menor for o valor de  $b$  comparado com  $a$ , mais curta será a figura na direção paralela a  $b$ , e maior a sua excentricidade  $e$ .

A excentricidade de uma elipse pode variar dentro do intervalo  $0 < e \leq 1$ , para um círculo teremos  $e=0$  e, portanto, excentricidade nula. Excentricidades maiores que 1 descrevem hipérbolos.

Em sua trajetória elíptica, quando o planeta se encontra na posição mais afastada do Sol dizemos que está no **afélio** (ou *apogeu*, em órbita ao redor da Terra), quando está na posição mais próxima dizemos que está no **periélio** (ou *perigeu*, em órbita ao redor da Terra).

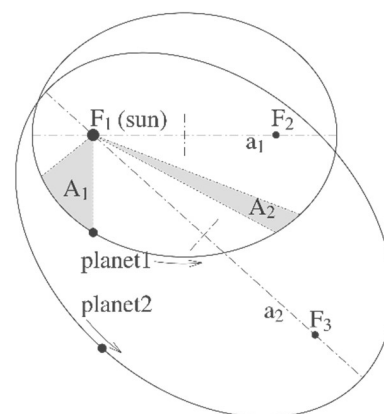


Figura 1.1: A elipse descreve o movimento dos corpos celestes em torno do corpo orbitado localizado no foco.

### Lei das Áreas

A segunda lei de Kepler afirma que a área varrida pelo segmento imaginário que liga o Sol e o centro do planeta em órbita é proporcional ao intervalo de tempo do percurso traçado. Na figura 1.1, a área  $A$  foi varrida durante um intervalo de tempo  $\Delta t$ . Então, de acordo com a *Segunda Lei* podemos escrever

$$\frac{A_1}{\Delta t_1} = \frac{A_2}{\Delta t_2} = k_A, \text{ ou,}$$

$$A = k_A \Delta t \quad (01.01)$$

A constante  $k_A$  depende do planeta observado, e é denominada **velocidade areolar**. A *Segunda Lei* também pode ser enunciada da seguinte forma:

### 2ª Lei de Kepler: Lei das Áreas

*O vetor raio traçado do Sol até qualquer planeta em órbita descreve áreas iguais em intervalos de tempos iguais.*

Observe também na figura 1.1 que se as áreas sombreadas forem iguais, os intervalos de tempo de percurso também serão iguais. Assim, notamos que quando o planeta passa pelo periélio, um arco maior é descrito no mesmo intervalo de tempo que um arco menor no afélio. Sendo assim, concluímos que a velocidade não é constante, e aumenta à medida que o corpo em órbita se aproxima do Sol, chegando ao seu valor máximo no periélio e mínimo o afélio.

### Lei dos Períodos

A terceira lei de Kepler relaciona o **período** ( $T$ ) de revolução completa do planeta ao redor do Sol com a medida do **semieixo maior** ( $a$ ) de sua órbita elíptica. De acordo com essa lei, quanto mais distante estiver o planeta, maior será o período de revolução, e segundo os dados experimentais, podemos equacionar a seguinte relação

$$\frac{T^2}{a^3} = k_p \quad (01.02)$$

A constante  $k_p$  depende apenas da massa do corpo orbitado, que para todos os planetas do Sistema Solar é o Sol. A *Terceira Lei* também pode ser enunciada da seguinte forma:

### 3ª Lei de Kepler: Lei dos Períodos

*O quadrado do período orbital de qualquer planeta é proporcional ao cubo do semi-eixo maior da órbita elíptica.*

Observe que no caso de uma órbita circular, ou quase circular, podemos considerar uma elipse em que o semieixo maior é igual ao semieixo menor, o que significa um raio constante de  $R$  de órbita.

## 01.02 Princípios da Gravitação Universal

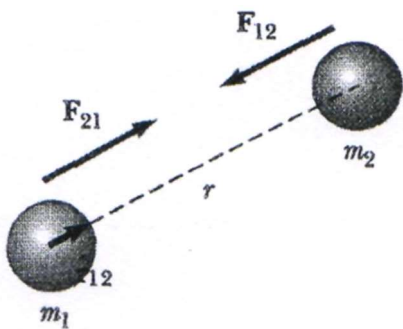
Antes do final do século XVII muitos dados já estavam disponíveis sobre os movimentos de vários corpos celestes, no entanto, não havia ainda uma compreensão clara sobre esses movimentos. Em 1687, Isaac Newton publica sua obra, os Princípios Matemáticos da Filosofia Natural, em que apresenta uma abordagem clara das forças e dos movimentos, demonstrando uma grande habilidade matemática e explicando definitivamente a natureza dos movimentos de todos os corpos celestes. Newton sabia que devido à 1ª Lei do movimento, uma força deveria atuar sobre a Lua, caso contrário ela permaneceria em MRU ao invés de seguir sua órbita, dessa forma concluiu haver uma força de atração entre Terra e Lua responsável por essa trajetória. Da mesma forma generalizou essa força para explicar os movimentos dos planetas ao redor do Sol. Essas interações foram chamadas de forças gravitacionais.

Sendo assim, todos corpos do Universo devem se atrair por meio de forças gravitacionais que são funções do inverso do quadrado da distância entre eles  $\left(\frac{1}{r^2}\right)$  e do produto de suas massas.

Se  $M$  e  $m$  são as massas de dois corpos pontos materiais e  $r$  a distância que os separa, a intensidade da força gravitacional será dada por:

$$F = G \frac{Mm}{r^2} \quad (01.03)$$

Na expressão anterior,  $G$  é a constante gravitacional, cujo valor não depende do meio e em unidades do SI é  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$ .



Conforme generalizado pela 3ª Lei de Newton, essa força atrativa atua simultaneamente em ambos os corpos, possuindo sentidos contrários em cada um deles. Isto é, elas formam um par ação e reação, em que

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Figura 1.2: Força gravitacional atrativa atuando em duas partículas.

Essas forças constituem um par ação-reação e atuam a distância ao longo da reta que une os centros dos corpos.

Em seu *Princípios*, Newton demonstrou que a força gravitacional sobre uma distribuição esférica simétrica de massa homogênea atua da mesma forma que a força sobre toda essa massa colocada no seu centro. Sendo assim, no futuro, sempre admitiremos que as distâncias a serem consideradas entre os corpos são as distâncias de seus centros de massa (baricentro). Por exemplo, a força que atua sobre uma partícula de massa  $m$  na superfície da Terra tem seu módulo calculado da forma

$$F = G \frac{Mm}{R_T^2} \quad (01.04)$$



em que  $M$  é a massa da Terra e  $R_T$  é o raio da Terra. Essa força aponta para o centro da Terra, ou seja, seu baricentro. Como a constante gravitacional  $G$  tem valor muito pequeno, a força da gravidade só tem intensidade apreciável se ao menos uma das massas tiver valor elevado, como a de um planeta ou estrela. Para corpos pequenos como pessoas, a atração gravitacional entre suas massas é desprezível. Da mesma forma, grandes distâncias produzem pequenas forças, assim, a interferência de planetas distantes sobre nossas massas é também desprezível.

### 01.03 Órbitas Circulares

Considere agora um satélite de massa  $m$  que descreve uma órbita circular ao redor da Terra com velocidade escalar constante  $v$ , a uma certa altura  $h$  acima da superfície terrestre. A força de interação gravitacional é a única força externa sobre o satélite, e ela é a responsável pela aceleração centrípeta necessária para manter esse movimento. Assim, a aceleração centrípeta do satélite é a própria aceleração da gravidade local, e podemos escrever:

$$F_G = F_{Cp}$$

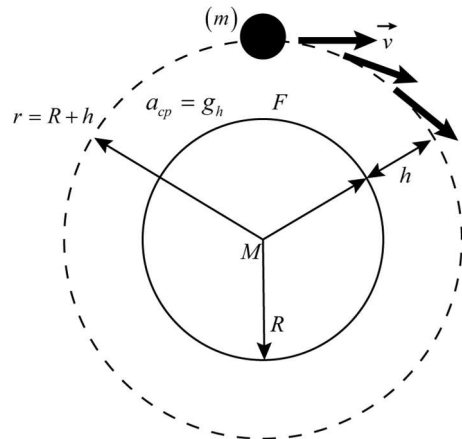
$$m \left( \frac{GM_T}{r^2} \right) = m \left( \frac{v^2}{r} \right) \quad (01.05)$$

Observe nessa equação que o raio de órbita vale  $r = R_T + h$ , e ainda:

$$\left. \begin{array}{l} a_{Cp} = \frac{v^2}{r} \\ g_h = \frac{GM}{r^2} \end{array} \right\} a_{Cp} = g_h$$

Ou seja, a aceleração centrípeta do satélite é a própria aceleração da gravidade local.

Figura 1.3: A força de atração gravitacional entre  $M$  e  $m$  é responsável pela aceleração centrípeta na órbita circular do satélite.



A partir da expressão [01.05], com a eliminação da massa  $m$ , podemos facilmente determinar a velocidade orbital desse satélite:

$$\left( \frac{GM_T}{r^2} \right) = \left( \frac{v^2}{r} \right) \quad \therefore v = \sqrt{\frac{GM}{r}}, \text{ ou } v = \sqrt{\frac{GM}{R_T + h}} \quad (01.06)$$

Observe então que a velocidade orbital  $v$  independe da massa do satélite.

### 01.04 Velocidade de Escape

Utilizaremos agora uma abordagem de energia para calcular a velocidade  $v_o$  necessária para que a partir de um lançamento vertical da superfície terrestre ( $r_i = R_T$ ), um corpo escape definitivamente da interação gravitacional, ou seja, consiga se afastar até uma distância infinitamente grande. Para isso faremos a seguinte análise: a energia mecânica se conserva durante o afastamento, e a partícula chega ao repouso ( $v_f = 0$ ) quando consegue o afastamento máximo  $r_{m\acute{a}x}$  (figura 1.4). Assim, teremos

$$\frac{1}{2}mv_i^2 - \frac{GMm}{R_T} = -\frac{GMm}{r_{m\acute{a}x}}$$

Portanto,

$$v_i = \sqrt{2GM \left( \frac{1}{R_T} - \frac{1}{r_{m\acute{a}x}} \right)} \quad (01.07)$$

Que representa a velocidade inicial necessária para que o corpo alcance a distância  $r_{m\acute{a}x}$  do centro da Terra. Sendo assim, fazendo  $r_{m\acute{a}x} \rightarrow \infty$  na equação acima, obtemos um resultado para velocidade de escape que independe da massa do corpo lançado:

$$v_{i, \text{escape}} = \sqrt{\frac{2GM}{R_T}} \quad (01.08)$$

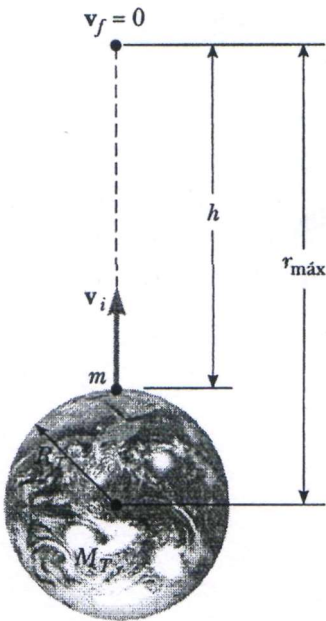


Figura 1.4: A partícula lançada da superfície terrestre com velocidade inicial atinge a altura máxima  $r_{m\acute{a}x}$ .

### 01.05 Princípio de Equivalência

Vimos no estudo das Lei de Newton igualdade entre massa inercial e massa gravitacional. Um resultado direto dessa igualdade é a queda livre dos corpos sempre submetidos à mesma aceleração da gravidade. Esse fato já observado por **Galileu** pode ser demonstrado ao igualarmos a força resultante sobre o corpo à atração gravitacional:

$$\sum F = F_G \Rightarrow ma = \frac{GMm}{R^2}$$

Sendo a massa inercial igual à gravitacional, as duas podem ser eliminadas de ambos os lados, restando,

$$a = \left( \frac{GM}{R^2} \right) \Rightarrow a = g_0 \quad (01.09)$$

qualquer que seja a massa ( $m$ ) abandonada na superfície terrestre

Assim, para um observador em um laboratório fechado, ao observar que qualquer corpo sempre é acelerado verticalmente, ele logo supõe estar imerso em um campo gravitacional vertical responsável por esse efeito. No entanto, essa não é a única interpretação possível, afinal devemos considerar a possibilidade de aceleração do próprio referencial adotado, ou seja, o laboratório.

Ao se tratar de um referencial  $O'$  de aceleração  $a_0$  em relação a outro inercial  $O$ , a aceleração medida pelo observado em  $O'$  deve ser corrigida, de forma que

$$a' = a - a_0. \quad (01.10)$$

Imagine então um observado dentro de um trem com janelas fechadas, de forma que o observador não tenha referências do mundo exterior conforme a figura 1.5. Ao abandonar uma esfera acima de uma mesa, caso o trem esteja em repouso ou MRU, ele observa a queda livre acelerada e interpreta estar na presença de um campo gravitacional externo, o que é bem coerente. No entanto, ele poderia considerar o trem no espaço externo ao sistema solar, longe de qualquer efeito gravitacional e acelerado verticalmente para cima por foguetes propulsores, o que seria *completamente factível*.

Da mesma forma, ao colocar a esfera sobre a mesa, ele pode observar a aceleração  $-a_0$  que ela sofre na direção traseira do trem devido a aceleração  $a_0$  imposta pelo maquinista em relação aos trilhos ( $a' = (0 - a_0) = -a_0$ ), interpretando esse fato como resultado de um campo gravitacional atrativo criado por um corpo de grande massa colocada na traseira do trem.

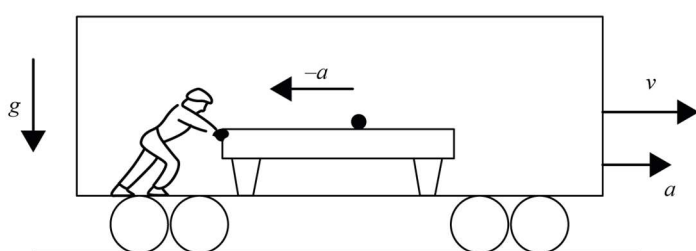


Figura 1.5 Um sistema acelerado é equivalente em efeitos, a um campo gravitacional atuante sobre uma massa  $m$ .

Essa última interpretação pode parecer bastante engenhosa, afinal, outras explicações cabíveis seriam o trem ter iniciado a subida de uma ladeira ou ter iniciado um movimento circular que exigisse aceleração centrípeta (nesse caso a esfera seria acelerada para a lateral oposta ao centro da curva), no entanto ela ilustra perfeitamente o fato de que os resultados observados pelos efeitos da gravidade são idênticos aos observado pelo campo gravitacional que atua sobre qualquer massa  $m$ . Esse último resultado é conhecido como *princípio da equivalência*, e pode ser enunciado da seguinte forma:

*É impossível, para qualquer observador, distinguir os efeitos produzidos por um campo gravitacional sobre uma massa  $m$  dos efeitos de um referencial acelerado.*

E, como resultado dessa equivalência, podemos construir outra afirmação que é a base da *relatividade geral* proposta por Albert Einstein em 1905:

*As leis da natureza são construídas de maneira que se torna impossível a diferenciação de um campo gravitacional de um sistema referencial acelerado.*

Entre os efeitos mais interessantes desse princípio, temos a aparente ausência de gravidade em uma estação espacial em órbita terrestre. Apesar de que todos a bordo, além da própria estação, estarem sujeitos à aceleração da gravidade, a aceleração nula relativa nos dá a impressão de todos flutuarem dentro da nave. Isso é observado também em um elevador em



queda livre, em que seus ocupantes pareceriam flutuar como em uma estação espacial. A sensação dos ocupantes desses dois referenciais é conhecida como *imponderabilidade espacial*, e se deve à falta da sensação de peso.

Figura 1.6: Em um elevador em queda livre, a sensação dos ocupantes seria a mesma de um astronauta em uma estação em órbita terrestre. (Reprodução)

#### 01.04 Bibliografia

NUSSENZVEIG, Herch Moysés, Curso de Física Básica, vol. 1, 4. ed. São Paulo: Blucher, 2002.

GASPAR, Alberto. Física: Mecânica, vol. 1, 1. ed. São Paulo: Ática, 2002.

RAMALHO JUNIOR, Francisco; FERRARO, Nicolau Gilberto; SOARES, Paulo Antonio de Toledo. Os Fundamentos da Física: Física 1. 9. ed. São Paulo: Moderna, 2007

# Aula 02

## Conceitos de Física Clássica

### Ondas Eletromagnéticas

#### 02.01 Introdução à Óptica

A grande maioria das informações que temos a respeito dos corpos celestes vem da luz e de outras ondas eletromagnéticas que eles emitem ou refletem, assim, entender a natureza da luz e dessas outras ondas se torna imprescindível para o domínio dessa importante ferramenta de trabalho em astronomia. Iniciaremos nossos estudos das ondas eletromagnéticas a partir dos primeiros conceitos e descobertas sobre a luz.

A questão inicial da velocidade da luz permaneceu na humanidade por séculos sem ser esclarecida. Embora Kepler e outros cientistas contemporâneos a ele acreditassem em uma velocidade infinita, as observações do astrônomo dinamarquês **Ole Roemer** em **1676** provaram que seu valor era grande, mas finito.

Roemer mediu a diferença de tempo entre eclipses sucessivos das luas de Júpiter, quando a Terra se encontrava do mesmo lado do Sol e em lado oposto. O resultado obtido foi atribuído ao tempo de percurso da diferença de trajeto pela luz. O valor obtido por Roemer na época foi 30% menor que o atual conhecido (299.792 km/s).

Avanços fundamentais no entendimento da natureza da luz foram obtidos por Isaac Newton. Descobridor da decomposição da luz no espectro visível, ele criou uma teoria corpuscular, tratando a luz como o resultado de pequenas partículas se propagando em grande velocidade, conceito fortemente criticado, mas que voltaria a ter força no século 20. Newton também construiu o primeiro telescópio refletor, e divulgou várias de suas conclusões teóricas na obra *Optiks* de 1704.

#### Óptica newtoniana

Na teoria de Newton, a luz é considerada um conjunto de pequenas partículas microscópicas com características semelhantes a pequenas bolinhas com composições e velocidades bem determinadas, e que se propagam em linha reta em meios transparentes homogêneos. Nessa teoria, existem partículas correspondentes a cada uma das cores. A luz branca, por sua vez, é o resultado da soma de todos os tipos de partículas constituintes e, por isso, ao atravessar um prisma sofre uma decomposição separando suas entidades constituintes. (vide figura 3):

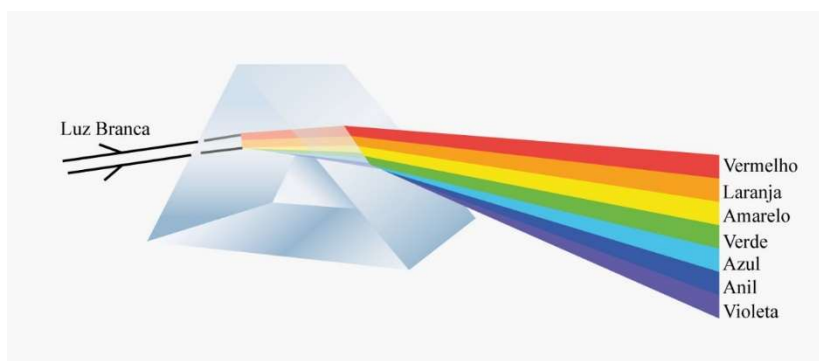


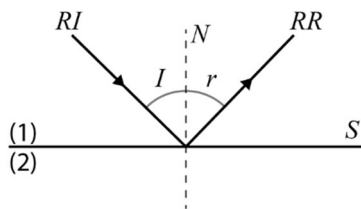
Figura 02.01: Imagem da decomposição da luz branca em um prisma. (Reprodução)

## Reflexão da Luz

Ao se propagar num meio (1) e incidindo sobre a superfície  $S$  de separação com um meio (2), a luz pode apresentar, simultaneamente, os fenômenos: reflexão regular, reflexão difusa, refração e absorção. A reflexão regular é o fenômeno predominante quando o meio (2) é opaco e a superfície de separação  $S$  polida. Nestas condições, a superfície  $S$  recebe o nome de superfície refletora ou espelho. De acordo com a forma da superfície  $S$ , os espelhos podem ser planos ou curvos (esféricos, parabólicos etc).

Na figura 01 podemos observar a reflexão de um raio de luz numa superfície  $S$ . Seja  $RI$  o raio incidente no ponto  $I$  da superfície  $S$ , o qual forma com a normal à superfície ( $N$ ) o ângulo de incidência  $i$ . O raio refletido  $RR$ , que após a reflexão, forma com a normal  $N$  o ângulo de reflexão  $r$ .

$S$ : superfície plana



$S$ : superfície curva

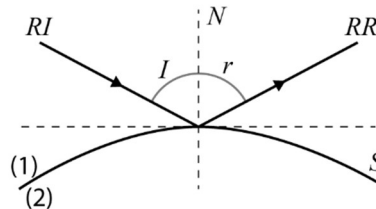


Fig. 03.02 Reflexão da luz.

A reflexão da luz é um fenômeno que pode ser descrito por duas leis simples:

**1ª lei:**

*O raio refletido, a normal e o raio incidente estão situados no mesmo plano.*

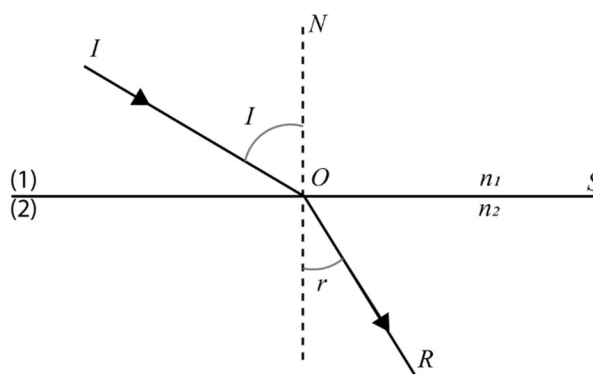
**2ª lei:**

*O ângulo de reflexão é igual ao ângulo de incidência: .*

Com o auxílio destas leis, assim como das leis de refração, podemos explicar a formação de imagens nos espelhos planos e esféricos que será de grande utilidade para a análise das ondas eletromagnéticas que observamos das estrelas e outros corpos celestes por meio de instrumentos como o telescópio refletor ou refrator.

## Refração da Luz

A **refração** da luz pode ser entendida como a **variação de velocidade** sofrida pela luz ao mudar de meio. Considere uma luz monocromática se propagando de um meio 1 para o outro mais refringente 2 (Fig. 02). Seja  $I$  o raio incidente que forma, com a normal à superfície  $S$  no ponto de incidência  $O$ , o ângulo  $i$ , que chamaremos **ângulo de incidência**. Após a refração, o raio refratado  $R$  forma com a normal o ângulo  $r$ , denominado **ângulo de refração**.



**Fig. 03.03** O raio de luz se aproxima da normal, ao passar do meio menos refringente para o mais refringente.

A refração da luz é um fenômeno que pode ser descrito por duas leis simples:

**1ª lei:**

*O raio incidente, o raio refratado e a normal à superfície de separação pertencem ao mesmo plano.*

**2ª lei (lei de Snell-Descartes):**

*Para cada par de meios e para cada luz monocromática que se refrata, é constante o produto do seno do ângulo que o raio forma com a normal e o índice de refração do meio em que o raio se encontra. Ou seja,*

$$\text{sen } i \cdot n_1 = \text{sen } r \cdot n_2. \quad (2.1)$$

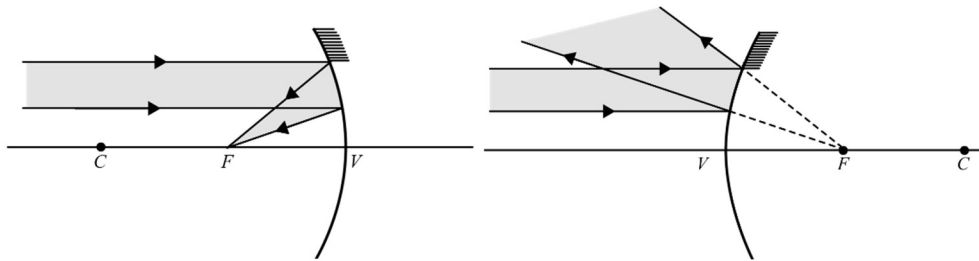
### Espelhos Esféricos de Gauss

Os espelhos esféricos apresentam, em geral, imagens sem nitidez e deformadas. Após várias experiências, Gauss observou que, se os raios incidentes sobre o espelho fossem paralelos ou pouco inclinados e próximos em relação, as imagens seriam obtidas com maior nitidez e sem deformações apreciáveis.

Os espelhos esféricos, cujos raios incidentes obedecem às condições de nitidez de Gauss, são denominados espelhos esféricos de Gauss. Neste curso, estudaremos aqui apenas os espelhos esféricos de Gauss devido à sua importância para o entendimento dos instrumentos ópticos de observação astronômica.

### Focos de um Espelho

Quando um feixe de raios paralelos incide sobre um espelho esférico de Gauss, paralelamente ao eixo principal, origina um feixe refletido convergente, no caso do espelho côncavo (Fig. 03.04a), e divergente, no convexo (Fig. 03.04b). O vértice  $F$  de tal feixe situa-se no eixo principal e é denominado foco principal do espelho esférico.



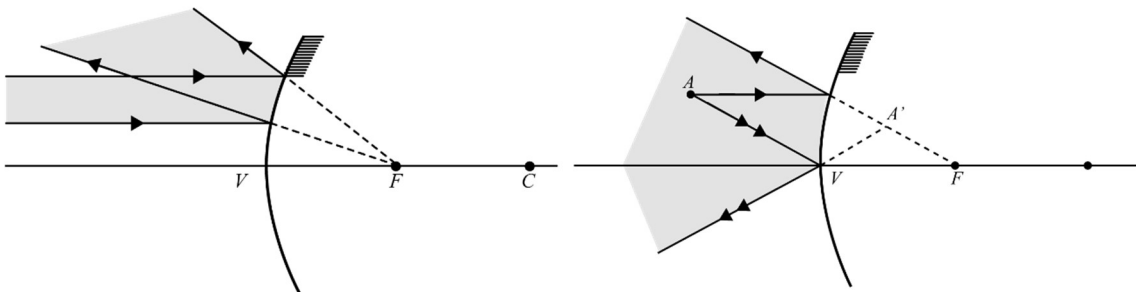
**Fig. 03.04** Foco principal do espelho esférico (F).

Dizemos que o foco principal  $F$  é real nos espelhos côncavos (interseção efetiva) e virtual nos convexos (interseção de prolongamentos).

Nos espelhos esféricos de Gauss, o foco principal  $F$  situa-se aproximadamente no ponto médio do segmento determinado pelo centro de curvatura  $C$  e pelo vértice  $V$  (veja demonstração no quadro sombreado).

### Construção Geométrica de Imagens

Consideremos um ponto objeto  $A$  colocado em frente a um espelho esférico de Gauss (côncavo ou convexo). O ponto imagem  $A'$  conjugado pelo espelho é determinado pela interseção de, pelo menos, dois raios refletidos correspondentes a dois raios incidentes provenientes de  $A$ , conforme a Figura 13.



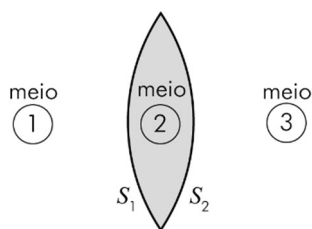
**Fig. 03.05**  $AB$  é ponto real, isto é, ponto luminoso ou iluminado situado diante da superfície refletora do espelho.

### 02.02 Lentes Esféricas delgadas

As **lentes** são sistemas ópticos de grande importância tecnológica e, de forma geral, em toda nossa civilização. Desde um simples par de óculos até uma sofisticada câmera filmadora ou um complexo telescópio, a lente é o componente óptico fundamental de construção desses equipamentos.

**Lente esférica** é o sistema óptico constituído por três meios homogêneos e transparentes, separados por duas superfícies esféricas ou por uma superfície esférica e outra plana (Figura abaixo). Consideraremos sempre os meios externos idênticos (geralmente o ar). O meio intermediário constitui a lente propriamente dita, sendo geralmente o vidro.





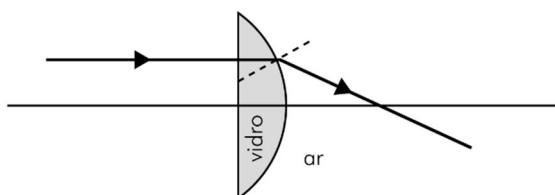
**Fig. 02.02** Lentes esférica.

### Lentes Convergentes e Divergentes

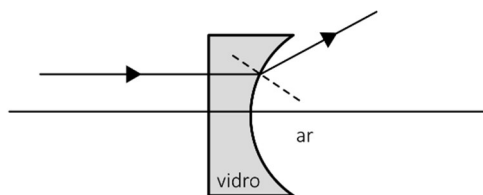
Estudaremos aqui apenas as **lentes delgadas**, isto é, aquelas cuja espessura é pequena quando comparada aos raios de curvatura das faces esféricas. Quanto ao comportamento óptico, uma lente pode ser **convergente** ou **divergente**.

A lente é convergente quando faz convergir, num ponto, raios paralelos sobre ela incidentes. Quando os raios divergem, ao emergir da lente, esta é dita divergente. Qualquer lente pode se comportar de uma ou outra maneira, conforme o meio onde está imersa.

Consideremos, inicialmente, lentes de vidro ( $n_2 = 1,5$ ) colocadas no ar ( $n_1 = 1,0$ ). Neste caso, que é o mais comum, as **lentes de bordos delgados** são **convergentes** e as **lentes de bordos espessos** são **divergentes**.



**Fig. 02.03** Uma lente de bordos delgados de vidro, no ar, é **convergente**.



**Fig. 02.04** Uma lente de bordos espessos de vidro, no ar, é **divergente**.

Note que o fato de uma lente ser convergente ou divergente é uma simples consequência da refração da luz nas faces da lente.

Esquemáticamente, as lentes delgadas convergentes e divergentes são representadas por um segmento de reta perpendicular ao eixo principal, não se representando o trajeto luminoso no interior da lente.

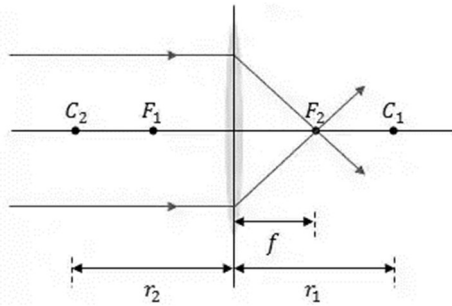


Fig. 02.05 Lente delgada convergente.

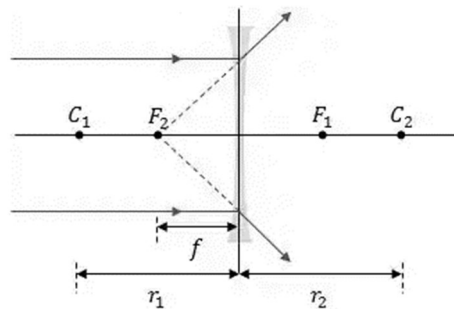


Fig. 02.06 Lente delgada divergente.

### Propriedades das Lentes Delgadas

Em vista dos conceitos apresentados, podemos enunciar o comportamento de alguns raios de luz ao atravessar a lente (Fig. 13).

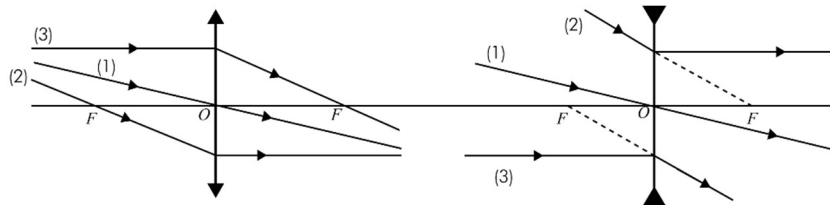


Fig. 02.07 Raios particulares na lente delgada.

- Todo raio de luz que incide numa direção que passa pelo centro óptico da lente (raio 1) não sofre desvio ao atravessar a lente.
- Todo raio de luz que incide numa direção que passa pelo foco principal objeto  $F$  (raio 2) emerge da lente paralelamente ao eixo principal.
- Todo raio de luz que incide paralelamente ao eixo principal (raio 3) emerge da lente numa direção que passa pelo foco principal imagem  $F'$ .

### 02.03 Princípio de Huygens

Em contrapartida à teoria corpuscular newtoniana da luz, outra teoria foi proposta na mesma época pelo holandês Huygens. Segundo ele, luz seria formada por uma onda, ou seja, uma transmissão de movimento que necessita de um meio material para lhe dar suporte, sendo que, cada frente de onda é uma fonte de novas ondas.

Cristian Huygens foi um físico, geômetra, astrônomo e matemático holandês do século XVII. Além do princípio que permite uma análise precisa das frentes de ondas ele ficou famoso por seus importantes trabalhos em óptica. O Princípio de Huygens nos permitirá determinar a posição de uma frente de onda em um instante  $t$ , qualquer a partir do conhecimento de sua posição no instante inicial  $t_0 = 0$ . Esse princípio pode ser assim enunciado:

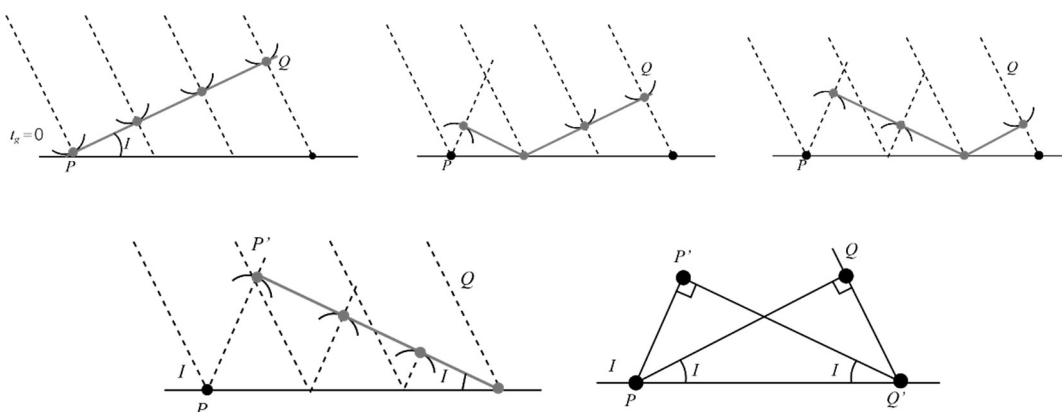
#### *Princípio de Huygens*

*Cada ponto de uma frente de onda no instante  $t_0 = 0$  pode ser considerado como a fonte primária de outras ondas secundárias, produzidas no sentido de propagação e mesma velocidade do meio. Em um novo instante  $t$ , a nova frente de onda será a superfície que tangencia essas ondas secundárias.*

Assim, a partir de cada um deles pode ser traçada uma nova onda secundária de comprimento de onda  $\lambda = vT$  igual ao da onda primária. Sendo  $v$  a velocidade de onda em todos os pontos desde que consideremos um meio homogêneo e isotrópico, e  $T$ , o período da onda que se propaga.

### Reflexão de Ondas

A reflexão de uma onda pode ser modelada geometricamente de forma simples a partir do Princípio de Huygens. Para isso, consideremos o ponto  $P$  de uma onda plana na superfície da água que atinge um anteparo no instante  $t_0 = 0$  sob um ângulo de **incidência**  $\hat{i}$ . Considerando  $P$  pertencente à onda primária ele se torna então fonte pontual para uma nova onda secundária. Com o decorrer do tempo novos pontos dessa frente de onda primária vão atingindo também o anteparo e se tornando fontes pontuais secundárias. No instante  $t$  o ponto  $Q$  da frente de onda incidente finalmente atinge o anteparo.



**Fig. 03.18** Fenômeno de reflexão de uma onda plana que alcança um anteparo na superfície da água. Os ângulos de incidência e de reflexão são iguais.

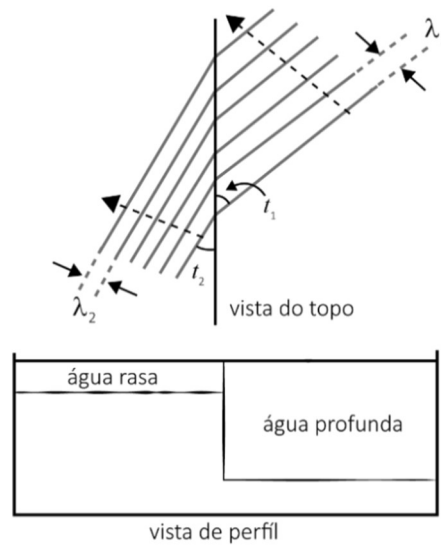
Assim, as ondas secundárias produzidas pelos pontos pertencentes à frente primária incidente formam a superfície da nova onda secundária refletida sob um ângulo de **reflexão**  $\hat{r}$ .

Na figura 03.18 observamos tanto a onda incidente no instante inicial quanto a refletida no instante final. Nesse diagrama podemos então notar que os triângulos  $PQQ'$  e  $PP'Q'$  são congruentes, pois são retângulos, têm hipotenusa  $PQ'$  comum e lado  $QQ'$  e  $PP'$  iguais, pois  $QQ' = v\Delta t$  e  $PP' = v\Delta t$ , sendo  $v$  a velocidade de propagação da onda no meio. Então, o ângulo de reflexão é igual ao ângulo de incidência ( $\hat{r} = \hat{i}$ ).

### Refração de Ondas

Considere agora uma onda passando de uma região para outra na qual a velocidade de propagação é diferente. Por exemplo, ondas na superfície da água é diferente. Experiências mostram que a **onda se propaga com maior velocidade na região mais profunda**.

Quando uma onda plana na superfície da água incide segundo um ângulo  $\hat{i}_1$  em uma abrupta mudança de profundidade como na figura a seguir, **a mudança na velocidade faz com que a frente de onda mude a direção de propagação**, passando a formar ângulo  $\hat{i}_2$ .



**Fig. 03.19** Refração de ondas na água.

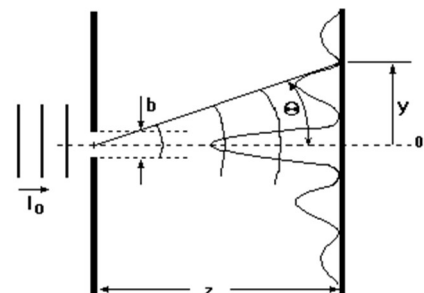
Este fenômeno é a **refração das ondas**. Sendo  $v_1$  a velocidade na parte mais profunda,  $\lambda_1$  o comprimento da onda incidente,  $v_2$  a velocidade na parte mais rasa e  $\lambda_2$  o comprimento da onda refratada, tem-se  $v_1 = \lambda_1 f$  e  $v_2 = \lambda_2 f$ . Como a frequência  $f$  é a mesma, pois depende apenas da fonte, e  $v_1 > v_2$ , o comprimento de onda na água profunda é maior que o comprimento de onda na água rasa ( $\lambda_1 > \lambda_2$ ).

No instante  $t_0 = 0$ , a frente de onda  $PQ$  no meio 1, com velocidade  $v_1$ , incide na superfície de separação dos meios, segundo ângulo  $i_1$  (Fig. 03.19). O ponto  $P$ , pelo Princípio de Huygens, torna-se fonte de ondas secundárias no meio 2, com velocidade  $v_2$ . No instante  $t$  as ondas originadas por  $P$  estarão em  $P'$ , tendo percorrido a distância  $v_2 t$ . Neste instante as ondas emitidas pela frente secundária  $Q$  atingiram o ponto  $Q'$  da superfície de separação dos meios, percorrendo a distância  $v_1 t$ . Neste instante  $t$  a frente de onda refratada faz com a superfície de separação o ângulo  $i_2$ .

## Difração

Entre os maiores críticos de Newton, estavam os que acreditavam na teoria ondulatória da luz. Entre esses é preciso destacar Christiaan Huygens com sua teoria ondulatória da luz. No entanto, sua abordagem só ganhou fundamentos experimentais com a descoberta da **interferência** por Thomas Young, na clássica experiência de dupla fenda. Da mesma forma, Fresnel e Poisson utilizaram esse modelo ondulatório para explicar a **difração**.

**Fig. 03.20** Difração em fenda simples (Crédito: IFGW Unicamp/Reprodução)



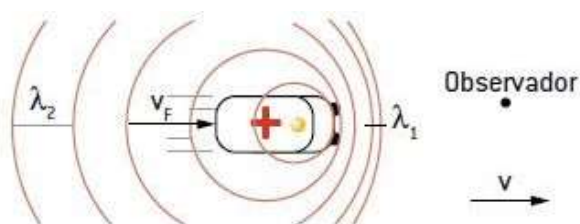
## 02.04 Efeito Doppler

Quando uma fonte sonora e um observador estão em movimento relativo (ambos podem estar em movimento ou apenas um deles), a frequência do som percebida pelo observador, denominada frequência aparente, é diferente da frequência real do som emitido pela fonte. A frequência aparente pode ser maior ou menor que a frequência real, dependendo do afastamento ou da aproximação entre a fonte e o observador. Esse fenômeno é conhecido como **Efeito Doppler** em homenagem ao cientista Christian Doppler que o descreveu no século XIX.

Considere um observador parado na calçada de uma rua quando uma ambulância passa com a sirene ligada. O observador nota que a altura do som da sirene diminui repentinamente depois que a ambulância o ultrapassa. Uma observação mais detalhada revela que **a altura sonora da sirene é maior quando a ambulância se aproxima do observador e menor quando a ambulância se afasta.**

Esse fenômeno também pode ser observado nas ondas eletromagnética, no entanto, com uma abordagem matemática mais avançada que inclui considerações sobre a relatividade especial de Einstein e que foge aos objetivos desse curso nesse momento. Vamos então tratar apenas da abordagem que trata das ondas mecânicas.

Considere um observador parado na calçada e a sirene (fonte sonora) aproximando-se do observador, com velocidade  $v_f$ .



**Fig. 02.08** O observador parado recebe o som emitido pela ambulância que se aproxima com frequência aparente  $f'$  maior que a frequência  $f$  real.

No instante  $t=0$  a fonte emitiu a frente de onda 1. Considere que esta frente de onda atinge o observador no intervalo de tempo igual ao período  $T$  de emissão de ondas sonoras pela fonte. A frente de onda 1 percorreu, neste intervalo de tempo, a distância  $vT$  na direção e sentido do observador, enquanto a fonte percorre a distância  $v_f T$  na mesma direção e sentido e está agora emitindo a frente de onda 2. A distância entre as frente de onda 1 e 2 será o comprimento de onda  $\lambda'$  das ondas sonoras recebidas pelo observador  $O$ .

Temos  $\lambda' = vT - v_f T = (v - v_f) T$  e para o observador as ondas sonoras terão **frequência aparente**  $f' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{(v - v_f) T}$ .

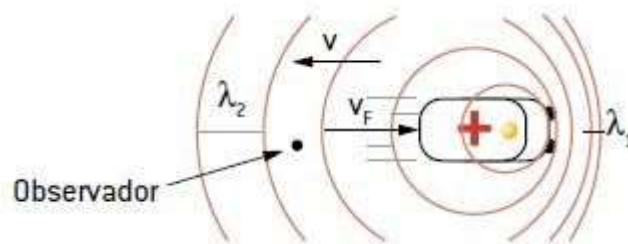
Como a **frequência real**  $f$  do som emitido pela fonte vale  $f = \frac{1}{T}$ , decorre:

$$f' = f \frac{v}{v - v_f} \quad (2.3)$$

Então, a frequência aparente  $f'$  do som, que atinge o observador partindo de uma fonte em movimento que se aproxima dele, é maior que a frequência real  $f$  do som.

Da mesma forma, se a ambulância estiver se afastando do observador, seguindo o mesmo raciocínio anterior, concluímos que:

$$f' = f \frac{v}{v + v_f} \quad (2.4)$$



**Fig. 02.09** O observador parado recebe o som emitido pela ambulância que se afasta com frequência aparente  $f'$  menor que a frequência  $f$  real.

Neste caso, a frequência aparente  $f'$  do som ouvido de uma fonte que está se afastando do observador é menor que a frequência real  $f$  do som.

## 02.05 Ondas Eletromagnéticas

O século XIX foi repleto de descobertas e inovações que revolucionaram a ciência, e entre as mais importantes evoluções científicas está a explicação do comportamento da luz por meio da **teoria eletromagnética**. Abordaremos aqui alguns conceitos importantes do eletromagnetismo aplicado às ondas luminosas. Esses conceitos resultaram dos importantes trabalhos científicos de Coulomb, Ampère, Faraday entre outros, que fundamentaram os conceitos da eletricidade e magnetismo.

### Hipóteses de Maxwell

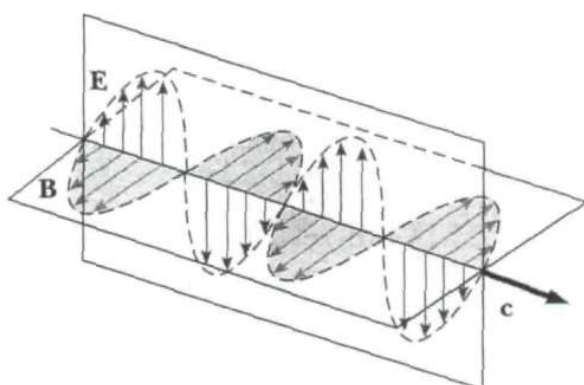
Na segunda metade do século XIX uma teoria matemática criada por James C. Maxwell generalizou os princípios da eletricidade e magnetismo de forma robusta. A partir da indução eletromagnética em campos variáveis Maxwell propôs as seguintes hipóteses:

- i) *um campo magnético variável é equivalente, nos seus efeitos, a um campo elétrico e, reciprocamente;*
- ii) *um campo elétrico variável é equivalente, nos seus efeitos, a um campo magnético.*

Essa generalização pôde ser comprovada por meio da observação de ondas eletromagnéticas. Essas ondas são o resultado do campo elétrico criado pelo campo magnético variável, e consequentemente, do campo magnético que surge do campo elétrico variável.

As ondas eletromagnéticas estão por toda parte. Através da luz visível com que enxergamos o mundo, infravermelho que aquecem o ambiente, micro-ondas ou ondas de rádio. Nesse capítulo tentaremos entender melhor esse fenômeno que é a grande ferramenta de trabalho na astronomia.

As Equações de Maxwell são a base de todo eletromagnetismo, e, uma dessas equações prevê que um campo magnético variável produz campo elétrico, e da mesma forma, um campo elétrico variável produz campo magnético. Essa generalização explica as ondas eletromagnéticas que se propagam no vácuo com velocidade da luz  $c$ . Esse conceito levou a descoberta de muitas aplicações, como o rádio e a TV, e a descoberta da luz como forma de radiação eletromagnética.



As Equações de Maxwell também estabelecem que os campos elétricos e magnéticos oscilantes criam um ao outro mantendo a propagação da onda. Os vetores  $E$  (campo elétrico) e  $B$  (campo magnético) são perpendiculares entre si e à propagação, como visto na figura 03.23.

**Fig. 02.10:** Representação de uma onda eletromagnética senoidal plana, polarizada, deslocando-se na direção  $x$  positiva com uma velocidade  $c$ .

As ondas eletromagnéticas se propagam no vácuo com velocidade  $c$  de

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}, \quad (2.6)$$

E, substituindo para a permissividade elétrica do vácuo  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$  e, para a permissividade magnética,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m}/\text{A}$ , obtemos  $c = 2,997 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ . Como essa é a mesma velocidade da luz no vácuo, somos levados à conclusão de que a luz é uma onda eletromagnética.

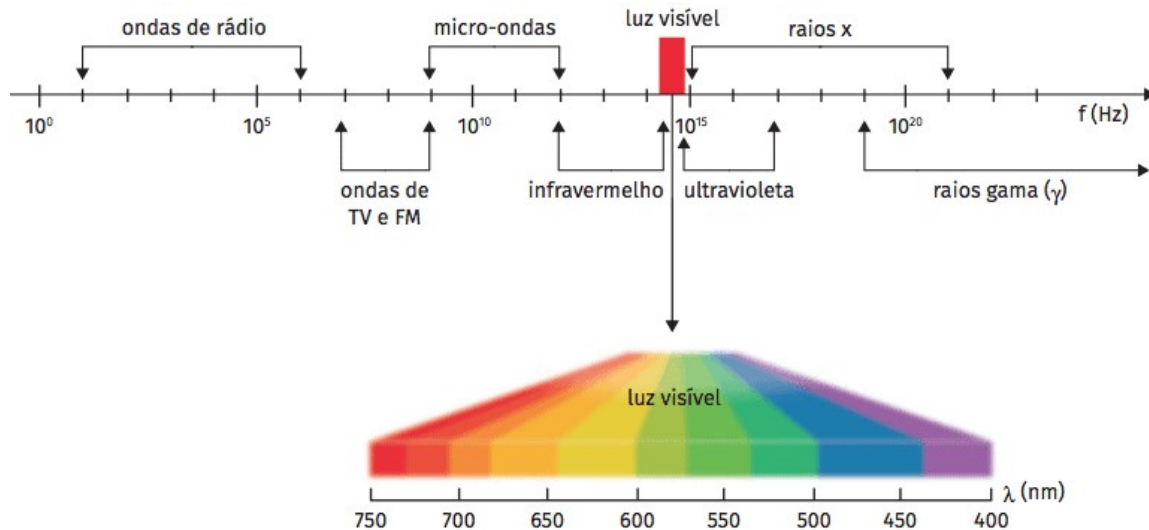
Os campos elétrico e magnético de uma onda eletromagnética plana são perpendiculares entre si e à direção de propagação. Assim, ondas eletromagnéticas são ondas transversais. As ondas mecânicas transversais produzem deslocamentos físicos de partículas do meio que perpendicularmente à direção de propagação da onda. Ondas eletromagnéticas não necessitam de um meio para a propagação e, assim, não há nenhuma partícula a ser deslocada.

### Espectro Eletromagnético

Em 1888, **Hertz** obteve grande sucesso na emissão e detecção de ondas eletromagnéticas (OEM) na frequência de rádio, conforme havia previsto **Maxwell**. O próprio Maxwell já havia identificado como OEM a luz visível e a radiação próxima do infravermelho descoberta por **Herschel** em 1800. Hoje conhecemos várias formas de ondas eletromagnéticas que se diferenciam pela frequência e pelo comprimento de onda. Todas essas ondas são produzidas por cargas elétricas aceleradas, se propagam no vácuo com a mesma velocidade da luz  $c$ , e têm seus diferentes comprimentos de onda e frequências sempre relacionados da forma

$$c = \lambda f. \quad (2.10)$$

Maxwell estava certo ao considerar a luz uma onda eletromagnética, assim como uma ampla variação contínua em diferentes frequências de ondas que compõem o que conhecemos hoje como **espectro eletromagnético**. Algumas faixas desse espectro são de comportamento observado em um certo conjunto de fenômenos, apresentando características parecidas de emissão e absorção pela matéria, como ocorre por exemplo com a **luz visível**, **microondas** e **raios X**. Na figura a seguir observamos o espectro de radiação eletromagnética com a respectiva **frequência** ( $f$ ). de cada faixa medida em hertz (Hz).



**Fig. 02.11:** Espectro de radiação eletromagnética com a respectiva **frequência** ( $f$ ). de cada faixa medida em hertz (Hz).

O comportamento das ondas depende de seu **comprimento de onda** ( $\lambda$ ). e **frequência** ( $f$ )., assim como do tamanho dos objetos ou aberturas (orifícios) que essas ondas encontram. Essas características são então decisivas para determinar os tipos de **interações** entre as ondas eletromagnéticas e a matéria, ou seja, as características de cada faixa espectral e sua interação com a matéria.

O olho humano é sensível à radiação eletromagnética com comprimentos de onda entre **400nm** e **750nm**, que é chamada luz visível. Os menores comprimentos de onda da luz visível são os da luz violeta e os mais longos são os da luz vermelha. O calor emitido por objetos no intervalo de temperatura ambiente está na região do infravermelho do espectro eletromagnético. As radiações ionizantes provocam uma ruptura na organização elétrica da matéria, arrancando-lhe elétrons, são as radiações ionizantes, e encontram-se nas faixas de altas frequências do espectro, como os **raios X**, os **raios  $\gamma$**  e os **raios cósmicos**.

**Fig. 02.12:** Carvão em brasa, um emissor de radiação presente em nosso cotidiano. Nele notamos o calor, que é a onda infravermelha emitida, assim como a luz visível.





Entre os diversos tipos de OEM, podemos descrever alguns mais presentes em nosso cotidiano assim:

**Ondas de Rádio:** usadas em sistemas de telecomunicações como rádio e TV. São produzidas pela oscilação de cargas em antenas de metal geradas por equipamentos eletrônicos.

**Microondas:** são ondas de rádio de pequeno comprimento de onda, variando entre 1mm e 30cm. São também geradas por aparelhos eletrônicos. Devido ao seu pequeno comprimento de onda, são de larga aplicação em navegação aérea e no estudo de átomos e moléculas. Os fornos micro-ondas utilizam essas frequências para o aquecimento dos alimentos.

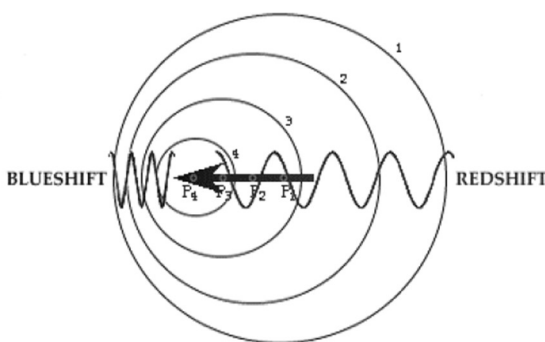
**Luz Visível:** é a faixa do espectro que pode ser detectada pelo olho humano. São produzidas pelos corpos quentes e reordenação de elétrons em átomos ou moléculas. São identificadas pela cor relacionada à frequência e seu comprimento de onda varia de 400nm (violeta) a 700nm (vermelho). A sensibilidade dos olhos também varia com o comprimento de onda e é máxima em um valor de aproximadamente 550nm (amarelo-verde).

**Ultravioleta:** cobre comprimentos que vão de 0,6nm a 400nm. Emitidos em grande quantidade pelo Sol, causam bronzeamento e graves queimaduras. São absorvidos em grande proporção por moléculas de ozônio ( $O_3$ ), presentes na estratosfera.

## 02.06 Efeito Doppler e Redshift

O "redshift" - em português "desvio para o vermelho" - é uma medida da velocidade relativa um objeto emissor de luz (onda eletromagnética) que se move em relação ao observador. Como vimos aqui nesse capítulo, quando observamos um carro em uma estrada se aproximando ou se afastando, temos uma ideia de sua velocidade e direção apenas pelo som. Isso se deve à mudança de frequência medida. A mudança da frequência do som conforme seu movimento relativo é devida ao *Efeito Doppler*.

À medida que o carro se aproxima de você as ondas sonoras são comprimidas (som mais agudo, maior frequência), se ele se afasta as ondas sonoras são expandidas (som mais grave, menor frequência). Veja a figura ao lado:



**Fig. 02.13:** Blueshift e redshift observado em fonte emissora de luz que se desloca.

O mesmo efeito acontece com a luz (assim como para todas as ondas eletromagnéticas): se um objeto se afasta de nós, o comprimento de onda da luz que ele emite aumenta, ou seja, é desviado para o vermelho (*redshift*). Se ele se aproxima, o comprimento de onda diminui, ou seja, é desviado para o azul (*blueshift*). O desvio é maior se a velocidade for maior.

Definiremos o *redshift* ( $z$ ) como

$$z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} \quad (2.11)$$

onde  $\lambda$  é o comprimento de onda da luz observada e  $\lambda_0$  é o comprimento de onda da luz se o objeto estivesse em repouso. Para desvios pequenos, ou seja, **velocidades pequenas** ( $z \ll 1$ ), relacionamos  $z$  com a velocidade  $v$  do objeto através da seguinte expressão aproximada  $z = \frac{v}{c}$ , onde  $c$  é a velocidade da luz ( $c = 3 \cdot 10^8$  m/s).

Na década de 1920, Edwin Hubble utilizando o *redshift* do espectro de luz, mediu as distâncias das galáxias pela primeira vez e, quando comparou essas distâncias com as velocidades de afastamento de cada galáxia, notou assombroso: quanto mais distante uma galáxia estava da Via Láctea, mais rápido ela se movia.

#### 01.04 Bibliografia

- NUSSENZVEIG, Herch Moysés, *Curso de Física Básica*, vol. 3, 4. ed. São Paulo: Blucher, 2002.
- GASPAR, Alberto. *Física: Mecânica*, vol. 2, 1. ed. São Paulo: Ática, 2002.
- RAMALHO JUNIOR, Francisco; FERRARO, Nicolau Gilberto; SOARES, Paulo Antonio de Toledo. *Os Fundamentos da Física: Física 2*. 9. ed. São Paulo: Moderna, 2007

# Aula 03

## Conceitos de Física Moderna

### Física Quântica

#### 03.01 Espectro Visível

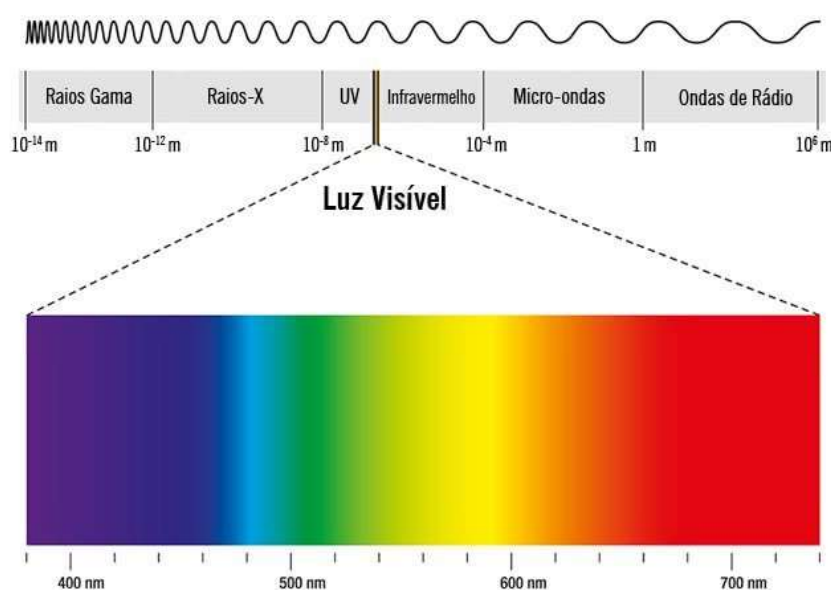
O modelo eletromagnético da luz é um resultado direto dos resultados obtidos por volta de 1850 nos trabalhos de Michael Faraday, James Clerk Maxwell e Hendrik Lorentz. Daí surgiu finalmente um modelo para os fenômenos eletromagnéticos, em que a luz visível é um caso particular. Ampliando o conhecimento desses fenômenos, Heinrich Hertz descobriu as ondas de rádio, de comprimento de onda maior que a luz visível, e Roentgen identificou o raio X. Ficando assim claro, a abrangência do espectro eletromagnético além da faixa do visível.

No início do século 19, Fraunhofer, ao decompor a luz do Sol por um prisma, notou que no espectro havia linhas escuras, ou seja, ele não era contínuo. Essas linhas identificavam o espectro de absorção dos gases frios da superfície do Sol. Esse fenômeno foi essencial para a aceitação da teoria quântica de **Max Planck**.

Para explicar fenômenos de absorção e emissão de luz pela matéria, Planck havia proposto os pacotes de energia, os quanta. Segundo essa ideia, a luz seria composta desses pacotes, cada um sendo chamado de quantum (fóton de luz) e possuindo energia de valor:

$$E = hf, \quad (3.1)$$

em que  $f$  é a frequência da onda eletromagnética relacionada a esse pacote. A constante  $h$  é conhecida como constante de Planck e tem valor de  $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ .



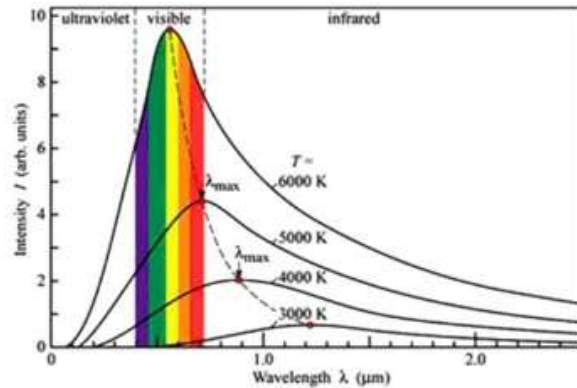
**Fig 03.01:** Espectro Visível da luz (Imagem: Reprodução)

### 03.02 Corpo Negro

As ideias da física quântica permitiram a Albert Einstein uma correta explicação do experimento de efeito fotoelétrico. Isso rendeu a ele um prêmio Nobel em 1921 e foi de fundamental importância para uma aceitação geral da física quântica de Max Planck. Essas ideias também foram fundamentais nos novos modelos do átomo de **Bohr** e **Schroedinger**.

A hipótese de Planck permitiu também o cálculo da radiação emitida pelo corpo negro a uma certa temperatura  $T$ . O estudo do Corpo Negro ainda revelou outras qualidades como: a emissão independe da composição do corpo, e, a energia máxima de emissão se desloca segundo a **Lei de Deslocamento de Wein**.

**Fig 03.02:** Emissão do Corpo Negro  
(Imagem: Reprodução)



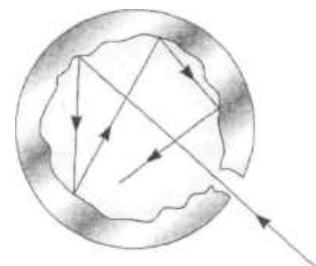
O átomo de Bohr, a partir dessas novas ideias explica de forma mais clara o comportamento da matéria e da luz por ela emitida ou absorvida. Esse modelo afirma que cada elemento possui uma série de níveis de energia diferente, são as **camadas eletrônicas**, e delas dependem os fenômenos químicos. Assim, um elétron em certo estado de energia pode absorver uma certa faixa de comprimento de onda incidente e *pular* para outro estado de maior energia. Da mesma forma, um pacote pode ser liberado enquanto esse elétron *cai* para estados de menor energia. Vemos então que a forma de emissão ou absorção permite a identificação dos **elementos químicos** responsáveis pelo processo, o que se mostra de extraordinária importância no estudo das emissões de estrelas e galáxias.

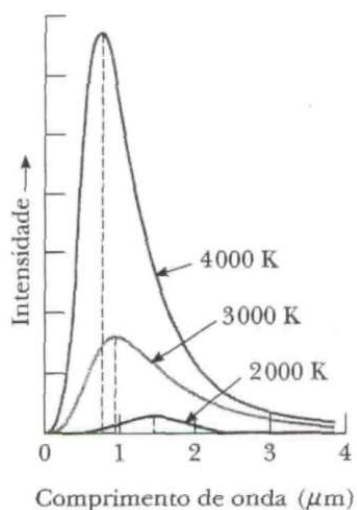
No nosso estudo de termologia discutimos as emissões de energia que um corpo faz a qualquer temperatura, esse fenômeno foi denominado **radiação térmica**. Essa emissão tem características que variam com a temperatura e outras propriedades do corpo. Para temperaturas ambientes os comprimentos de onda emitidos estão localizados na região de **infravermelho**, não sendo então observados pela visão humana. No entanto, à medida que aumenta a temperatura, essas emissões entram na faixa do vermelho, tendo então um brilho observável. Aumentando mais ainda a temperatura o corpo parece branco como o filamento de tungstênio de uma **lâmpada incandescente**. Um estudo detalhado do **espectro de radiação** mostra que a emissão tem uma distribuição contínua, sendo feita em todos os comprimentos de onda.

Classicamente a emissão do corpo é explicada pela agitação de cargas elétricas próximas de sua superfície. As cargas agitadas termicamente podem ter uma distribuição contínua de acelerações, o que explica então o espectro contínuo.

No entanto, observações feitas no final do século XIX mostraram que a explicação clássica não condizia com os novos dados anotados sobre a distribuição dos comprimentos de onda da radiação do **corpo negro**, ou seja, um sistema ideal que absorve toda radiação incidente sobre ele.

**Fig. 03.03** Toda luz incidente na cavidade é refletida repetidamente até ser **absorvida**. Qualquer radiação que saia da cavidade foi produzida pela agitação de suas **partículas carregadas**.





Uma boa aproximação de um corpo negro seria uma cavidade observada por um pequeno furo. Toda radiação emitida por esse furo tem origem *exclusivamente* no interior da cavidade, sendo sempre produzida pela *agitação* de suas partículas, e nunca devido a reflexões de fontes externas. A distribuição de energia irradiada pela cavidade varia com a temperatura do corpo e com o comprimento de onda observado.

**Fig. 03.04** Distribuição de emissão do corpo negro em função do comprimento de onda. Com aumento da temperatura também teremos um aumento na **área total da curva**, assim como um deslocamento do pico para **menores comprimentos de onda** ( $\lambda$ ).

Na distribuição da radiação emitida em função do comprimento de onda observamos algumas características decisivas para a interpretação do fenômeno e validação, ou não, das teorias vigentes:

- 1) *A potência total da radiação emitida por unidade de área* ( $E$ , medida em  $\text{W}/\text{m}^2$ ), *aumenta com a temperatura. Introduzimos esse conceito em termodinâmica, em que denominamos*  
**Lei de Stefan**

$$E = \sigma e T^4, \text{ sendo } e=1 \text{ para o corpo negro.} \quad (3.2)$$

- 2) *O comprimento de onda de emissão máxima (pico da curva) se desloca para menores valores de  $\lambda$  com o aumento da temperatura. Esse deslocamento obedece a uma relação matemática conhecida como*  
**Lei de Deslocamento de Wien**

$$\lambda_{\text{máx}} \cdot T = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K} \quad (3.2)$$

sendo  $\lambda_{\text{máx}}$  o comprimento de onda em que a curva atinge o ponto mais alto, e  $T$  a temperatura do corpo.

### 03.03 A Teoria de Max Planck

Max Planck apresentou em 1900 um modelo para emissão do corpo negro em considerava osciladores relacionados às cargas elétricas. Assim, essas emissões tinham uma distribuição em comprimento de onda relacionada às possíveis energias de oscilação, sendo que essas energias estavam *quantizadas*, isto é, poderiam ter apenas *certos valores discretos*  $E_n$ . O modelo de Planck podia prever corretamente o espectro de emissão do corpo negro, e nele as energias dos osciladores quânticos eram dadas por

$$E_n = nhf \quad (3.4)$$

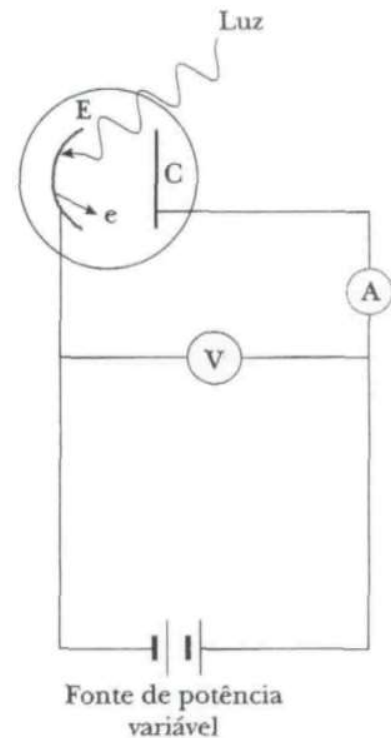
sendo  $n$  um número inteiro positivo qualquer denominado então número quântico,  $f$  a frequência natural de oscilador e  $h$  a constante de Planck. Logo, a cada valor discreto de energia do oscilador está relacionado um **estado quântico** representado pelo número quântico  $n$ .

Um resultado importante da teoria de Planck era que esses osciladores de carga absorvem ou emitem energia em **quantidades discretas**, fazendo então uma **transição** entre diferentes estados quânticos, da mesma maneira que foi pode ser observado no modelo atômico de Bohr.

### 03.04 Efeito Fotoelétrico

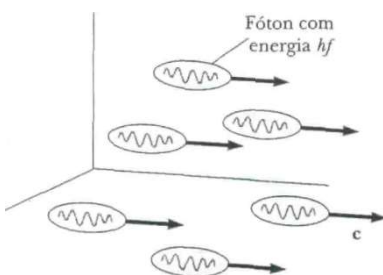
A radiação do corpo negro foi o primeiro grande sucesso da física quântica, mas além desse fenômeno, outros experimentos do final do século XIX traziam novas informações sobre a estrutura da matéria. O **efeito fotoelétrico** é um desses experimentos decisivos para a quântica. Nele, a luz incidente sobre superfícies metálicas arranca elétrons dessas superfícies. Esse efeito foi descoberto inicialmente por Hertz, e os elétrons emitidos se chamam **fotoelétrons**.

Na figura ao lado podemos ver um arranjo experimental montado para observação do efeito fotoelétrico. Nele notamos uma placa metálica **E** (emissora) conectada ao terminal de menor potencial de um gerador colocado em série. Outra placa metálica **C** (coletora) é ligada ao maior potencial do gerador. Ambas as placas estão dentro de um tubo de vidro evacuado. Quando **não** há incidência de luz, o amperímetro do circuito apresenta leitura nula, mostrando que **não** há corrente elétrica no circuito.



**Fig. 03.05:** Arranjo experimental para medição do **efeito fotoelétrico** em placas inseridas em um circuito elétrico.

No entanto, quando incidimos sobre a placa **E** luz em **frequência** apropriada, o amperímetro detecta a passagem de corrente, indicando a passagem de carga elétrica pelo espaço entre as placas **E** e **C**. Evidenciamos assim uma emissão de elétrons que é feita pela placa negativa **E** (emissora), e que são absorvidos pela placa positiva **C** (coletora). Os fotoelétrons não diferem em nada de um elétron qualquer, esse nome elegante é dado apenas pelo fato deles terem sido ejetados devido à incidência de luz, ou seja, **fótons**.



**Fig. 03.06:** Representação pictográfica dos pacotes de luz (quanta). Cada **fóton** tem uma energia discreta de valor  $hf$ .

## Função Trabalho

O estudo do efeito fotoelétrico mostrou que as previsões do modelo ondulatório da luz não foram confirmadas experimentalmente tornando então necessário um novo modelo que se adequasse às medidas feitas. Em **1905**, no mesmo ano de divulgação da teoria da relatividade restrita, **Einstein** propôs um novo modelo que se mostrou perfeitamente adequado às observações de laboratório, no qual ele generaliza o conceito de radiação de Planck para as ondas eletromagnéticas. Em um artigo geral sobre radiação eletromagnética que recebeu o Prêmio Nobel em 1921, Einstein propõe que a uma onda de frequência  $f$  pode ser na verdade considerada um **feixe de quanta**, qualquer que seja a fonte emissora. Esses quanta são hoje denominados **fótons**, sendo que cada fóton possui uma energia dada pela equação  $E = hf$ , conforme podemos ver na imagem 54.08.

Na interpretação einsteiniana do efeito fotoelétrico, cada fóton incidente fornece então todo seu pacote de energia ( $hf$ ) para um único elétron atingido no metal, de forma que a absorção não é um processo contínuo como previa a física clássica, mas sim, *quantizado*.

Dessa forma, a energia cinética máxima dos fotoelétrons, segundo o modelo de Einstein, deve ser determinada da forma:

$$K_{Máx} = hf - \phi \quad (3.5)$$

Nessa **equação do efeito fotoelétrico**, o termo  $\phi$  é denominado **função trabalho**, sendo uma característica de cada metal, que mede a energia mínima de ligação entre o elétron e o metal e tem a ordem de alguns elétron-volts.

O novo modelo proposto por Einstein consegue então explicar as características observadas no efeito fotoelétrico que não estavam de acordo com as previsões de antes da física clássica da seguinte forma:

- i) a energia cinética máxima ( $K_{Máx}$ ) dos fotoelétrons **não** depende da **intensidade** de luz incidente: a energia cinética máxima do fóton elétron vale  $K_{Máx} = hf - \phi$ , não dependendo então da intensidade da luz incidente e sim da sua **frequência** e da função trabalho do metal utilizado. Se a intensidade de luz for triplicada por exemplo, será triplicado o número fótons incidentes e conseqüentemente também será triplicado o número de colisões, o que fará com que o número de elétrons ejetados também seja multiplicado por três. No entanto, a energia cinética máxima em nada será alterada.
- ii) a emissão ocorre de forma **instantânea** mesmo em baixas intensidades de luz incidente: essa é uma conseqüência direta do modelo corpuscular. Como a energia incidente está quantizada (em pacotes), uma pequena intensidade significa um pequeno número de fótons incidentes, no entanto, caso a energia de cada fóton seja suficiente, elétrons excitados serão emitidos instantaneamente.
- iii) a ejeção de fotoelétrons **depende** da **frequência** de luz incidente: a existência de uma frequência de corte mostra que o fóton precisa de uma energia mínima maior que a função trabalho para que o elétron seja ejetado.
- iv) a energia cinética máxima ( $K_{Máx}$ ) dos fotoelétrons **depende** da frequência de luz incidente: o modelo corpuscular prevê uma relação linear entre  $K_{Máx}$  e a frequência  $f$  da luz incidente. Podemos observar experimentalmente que a inclinação de todas as curvas de energia é sempre  $h$ , o que está representado na figura 03.07. A intersecção da reta com o eixo vertical é exatamente a função trabalho ( $\phi$ ) de cada metal.

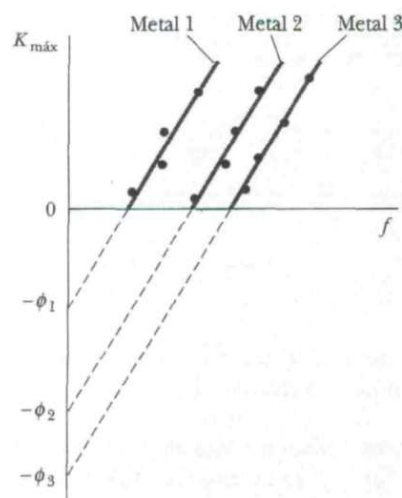
A intersecção com a horizontal ( $K_{Máx} = 0$ ) representa então a frequência de corte do metal ( $f_0$ ), e está relacionada com a função trabalho da forma  $f_0 = (\phi/h)$ , o que corresponde a um **comprimento de onda de corte** ( $\lambda_0$ ) de

$$\lambda_0 = \frac{c}{f_0} = \frac{c}{(\phi/h)} = \left( \frac{hc}{\phi} \right) \quad (3.6)$$

Sendo  $c$  a velocidade da luz. Note que a incidência de comprimentos de onda maiores que  $\lambda_0$  não resultam na emissão de fotoelétrons.

Se, no entanto, que **maiores frequências** determinam **maior energia cinética** máxima para os fotoelétrons.

O surgimento de um modelo que justificasse o efeito fotoelétrica a partir dos mesmos conceitos da radiação de corpo negro de Planck significou uma grande conquista da física quântica e fomentou novas buscas. Entre os novos resultados encontrados alguns foram fundamentais para a compreensão da estrutura da matéria como, por exemplo, o Efeito Compton que estudaremos na próxima secção.



**Fig. 03.07:** Representação gráfica dos pacotes de luz(quanta). Cada **fóton** tem uma energia discreta de valor  $hf$ .

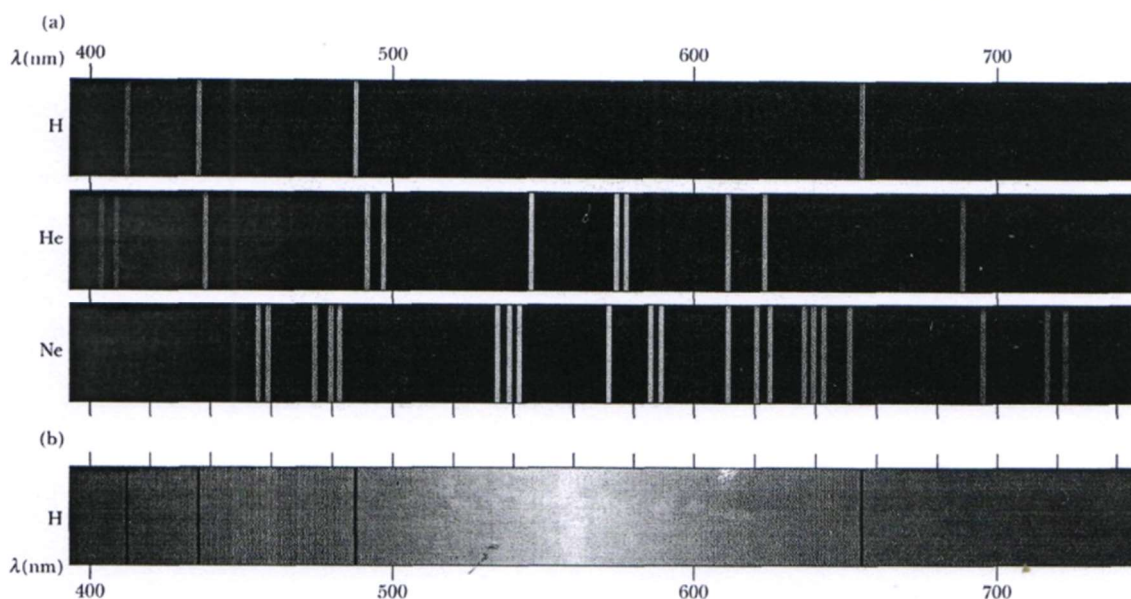
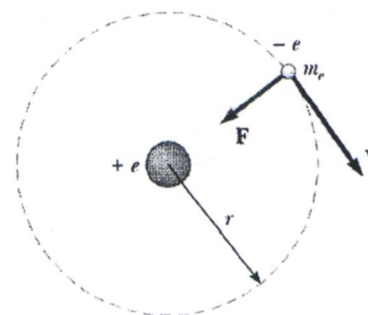
### 03.05 Hidrogênio e o Modelo Atômico de Bohr

O átomo de Hidrogênio é o sistema atômico mais simples conhecido, sendo importante a sua compreensão, afinal ele é o elemento mais abundante do Universo. Podemos tentar então, extrapolar os conceitos aplicados ao átomo de hidrogênio e a partir dele modelar o comportamento de toda matéria. Faremos isso por meio das ondas eletromagnéticas emitidas ou absorvidas por esses átomos, afinal, esses sistemas de cargas elétricas têm emissões características de onde podemos tirar informações decisivas.

Ao se aplicar uma voltagem em uma amostra de hidrogênio puro confinada em um tubo de vidro observamos a emissão de um conjunto de cores características, a isso chamamos de **espectro de emissão** do gás. Ao analisarmos o espalhamento desse espectro, identificamos linhas específicas correspondentes a comprimentos de ondas distintos, essas linhas são as **raias espectrais**. Essas linhas são características de cada elemento químico, sendo então uma identidade desse elemento. Elementos distintos sempre emitem raias espectrais distintas, assim, temos uma forma extremamente confiável de identificação da fonte emissora.



**Fig. 03.08 – Modelo de Bohr** para o hidrogênio. O elétron descreve uma órbita circular em torno do núcleo. A força centrípeta atuante é a atração eletrostática entre próton e elétron.



**Fig. 03.09: Espectro visível de alguns elementos** (hidrogênio, hélio, neônio e ...) e espectro de absorção do hidrogênio, que corresponde às suas raiais de emissão. A forma de linha se deve ao fato de que a luz atravessa uma fenda fina antes de ser separada em raiais do espectro.

Em 1885, **Johann Balmer** notou que os comprimentos de onda das raiais descobertas para o hidrogênio poderiam ser descritos por uma equação empírica da forma:

$$\lambda = 364,56 \left( \frac{n^2}{n^2 - 4} \right), \quad n = 3, 4, 5, \dots \quad (3.7)$$

em que  $n$  é um inteiro que começa em 3, e os comprimentos de onda fornecidos pela equação estão em nanômetros. Essa sequência ficou conhecida como *série de Balmer*. Note que essa relação não possui um embasamento teórico, ou seja, não comporta um modelo atômico, ela apenas prevê de forma correta os comprimentos de onda emitidos ou absorvidos pelo hidrogênio. Alguns anos depois, Johannes Rydberg escreveu a mesma equação de uma forma diferente que será mais utilizada para o entendimento do átomo de Bohr:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 3, 4, 5, \dots \quad (3.8)$$

Em que  $R_H$  é uma constante chamada de *constante de Rydberg*, e para comprimentos de onda medidos em metros, vale:

$$R_H = 1,09737 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1} \quad (3.9)$$

Além de emitir raias características, cada elemento é capaz de absorver também as mesmas raias. Para que isso seja observado basta passar que o espectro contínuo com todos os comprimentos de onda atravesse um vapor do elemento analisado. As raias escuras obtidas nesse processo serão chamadas de **espectro de absorção**.

Essa descoberta evidenciava uma falha da física clássica conhecida no início do século XX, ou seja, os conceitos conhecidos não eram capazes de prever o comportamento de emissão de raias específicas do átomo. Em 1913, **Niels Bohr** apresentou um modelo estrutural para o átomo de hidrogênio que explicava esses fenômenos. Ele partiu de **postulados** que ainda são aceitos pela física moderna e não eram justificados pela física clássica. Esses postulados revolucionaram o estudo do átomo e nosso próprio entendimento da matéria. As **hipóteses** desse **modelo de Bohr** podem ser assim relacionadas:

- i) *O elétron orbita o núcleo do átomo de hidrogênio em trajetórias circulares, em que a força elétrica é o agente centrípeto;*
- ii) *São estáveis apenas certas órbitas específicas, e apenas nessas órbitas o elétron pode ser encontrado em equilíbrio, ou seja, sem que haja constante emissão de energia;*
- iii) *O elétron pode saltar entre essas órbitas possíveis, emitindo ou absorvendo energia. Essa variação de energia não pode ser tratada pela física clássica, e está relacionada com a frequência de onda emitida ou absorvida por esses elétrons pela relação*

$$\Delta E = (E_i - E_f) = hf \quad (3.10)$$

em que  $h$  é a **constante de Planck** ( $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ ).

- vi) *As órbitas permitidas para o elétron em torno do núcleo são **quantizadas**, ou seja, ocorrem apenas em alguns valores discretos possíveis em que o **momento angular orbital** ( $L = mrv$ ) é um múltiplo inteiro de  $\hbar = h/2\pi$ , ou seja:*

$$L = mrv = n\hbar, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.11)$$

Esses postulados trazem para nosso modelo as primeiras ideias da **mecânica quântica** que descreve o comportamento de partículas a nível atômico. Partindo então desses conceitos, Bohr construiu um modelo estrutural para o átomo de hidrogênio capaz de prever as emissões e absorções observadas. Podemos descrever matematicamente esse modelo partindo do cálculo da energia mecânica total do elétron, que é estável nas órbitas **quantizadas permitidas**:

$$E = U + K = -\frac{ke^2}{r} + \frac{mv^2}{2} \quad (3.12)$$

Agora, lembrando que a força elétrica  $\left(\frac{ke^2}{r^2}\right)$  é o agente centrípeto responsável pela manutenção do elétron em sua órbita, teremos pela **mecânica newtoniana** ( $F = ma$ ):

$$\frac{ke^2}{r^2} = m\left(\frac{v^2}{r}\right) \quad (3.13)$$

Assim, podemos escrever a energia total do elétron na forma:

$$E = \left(-\frac{ke^2}{r} + \frac{mv^2}{2}\right) = \left(-\frac{ke^2}{r} + \frac{ke^2}{2r}\right) = -\frac{ke^2}{2r} \quad (3.14)$$

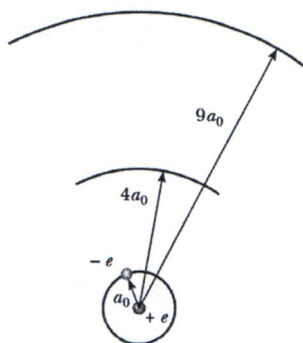
Esse valor negativo indica um **sistema ligado**, ou seja, é preciso adicionar uma energia igual a  $\frac{ke^2}{2r}$  para que o sistema próton-elétron seja separado até uma distância infinita.

Podemos também encontrar o raio de órbita do elétron. Para isso, vamos substituir a velocidade na equação (03.13) pelo seu valor quantizado obtido de (03.11), assim:

$$\begin{aligned} \frac{ke^2}{r} = m(v^2) &\Rightarrow \frac{ke^2}{r} = m\left(\frac{n\hbar}{mr}\right)^2 \\ \therefore r = n^2 \left(\frac{\hbar^2}{mke^2}\right) & \quad n = 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (3.15)$$

Com esse resultado concluímos que os raios também têm valores discretos, ou seja, estão quantizados, de forma que ***n*** é chamado de **número quântico**. E, nessa última equação, fazendo  $n=1$  para a órbita de menor raio do elétron, obtemos o valor conhecido como **raio de Bohr**  $a_0$ :

$$a_0 = \left(\frac{\hbar^2}{mke^2}\right) = 0,0529 \text{ nm} \quad (3.16)$$



**Fig. 03.10 – Órbitas quantizadas.** Representação das órbitas quantizadas de Bohr do elétron no átomo de hidrogênio para  $n=1, 2$  e  $3$ .

Com a quantização dos raios obtida pela equação (3.15) podemos chegar também à quantização da energia dos elétrons, para isso basta escrevermos para a ***n*-ésima** camada do átomo um raio da forma  $r = n^2 a_0$ , e assim, pela equação (03.06), os níveis de energia permitidos no átomo de hidrogênio serão:

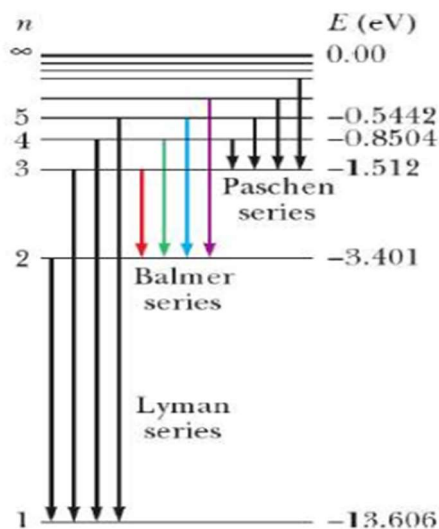
$$E_n = -\frac{ke^2}{2a_0} \left( \frac{1}{n^2} \right) \quad n=1, 2, 3, \dots \quad (3.17)$$

E, substituindo os valores das constantes conhecidas, e lembrando que  $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ , chegamos a:

$$E_n = -\frac{13,6 \text{ eV}}{n^2} \quad n=1, 2, 3, \dots \quad (3.16)$$

O modelo de Bohr apresenta então uma estrutura quantizada, em que, o primeiro estado, ou estado fundamental ( $n=1$ ), tem energia igual a  $E_n = -13,6 \text{ eV}$ . O próximo estado possível, será chamado de primeiro **estado excitado**, e possui uma quantidade de energia igual a  $E_2 = E_1/2^2 = -3,40 \text{ eV}$ , o segundo estado excitado  $E_3 = E_1/3^2$ , e assim, sucessivamente. Sendo todos valores negativos, temos estados excitados com o sistema próton-elétron ligado, e, para afastarmos os dois até uma distância infinita, precisamos levar esse valor até  $E_\infty = 0$ . Assim, esses valores correspondem a energia mínima para ionizar o átomo em cada estado, ou seja, a **energia de ionização**.

Podemos representar esses estados de energia por meio de **um diagrama de níveis de energia**, como podemos observar na figura 03.11, em que na vertical temos uma escala linear de energia, e, na horizontal, as linhas representam os estados discretos possíveis de energia do átomo. As energias discretas permitidas na **transição** do elétron estão representadas pela seta na vertical. As linhas horizontais representam os estados possíveis **quantizados** de energia.



**Fig. 03.11 – Diagrama de níveis de energia:** observamos os números quânticos dos estados no lado esquerdo do diagrama. As setas verticais representam as transições possíveis para o elétron. Nesse diagrama identificamos as transições da **série de Balmer** que terminam no estado  $n=2$ , além de outras, como a **série de Lyman** que termina a transição em  $n=1$  e a **série de Paschen** que termina sua transição com o elétron no estado  $n=3$ .

Apesar de que o modelo de Bohr pode ser estendido para outros elementos ionizados em que resta apenas um elétron, como  $\text{He}^+$ ,  $\text{Li}^{2+}$  e  $\text{Be}^{3+}$ , ele não consegue explicar o espectro de elementos mais complexos e detalhes futuramente descobertos no comportamento do hidrogênio. No entanto, ele é um primeiro grande passo na descoberta de um novo modelo para a estrutura da matéria e revoluciona nosso entendimento da natureza quando insere em seu modelo os conceitos de quantização de energias e órbitas possíveis do elétron.

#### **01.04 Bibliografia**

NUSSENZVEIG, Herch Moysés, Curso de Física Básica, vol. 4, 4. ed. São Paulo: Blucher, 2002.

GASPAR, Alberto. Física: Mecânica, vol. 3, 1. ed. São Paulo: Ática, 2002.

RAMALHO JUNIOR, Francisco; FERRARO, Nicolau Gilberto; SOARES, Paulo Antonio de Toledo. Os Fundamentos da Física: Física 3. 9. ed. São Paulo: Moderna, 2007

SERWAY R. A., JEWETT J. W. Jr., Princípios de Física: Mecânica Clássica, v.1, São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2005

# Aula 04

## Conceitos de Física Moderna

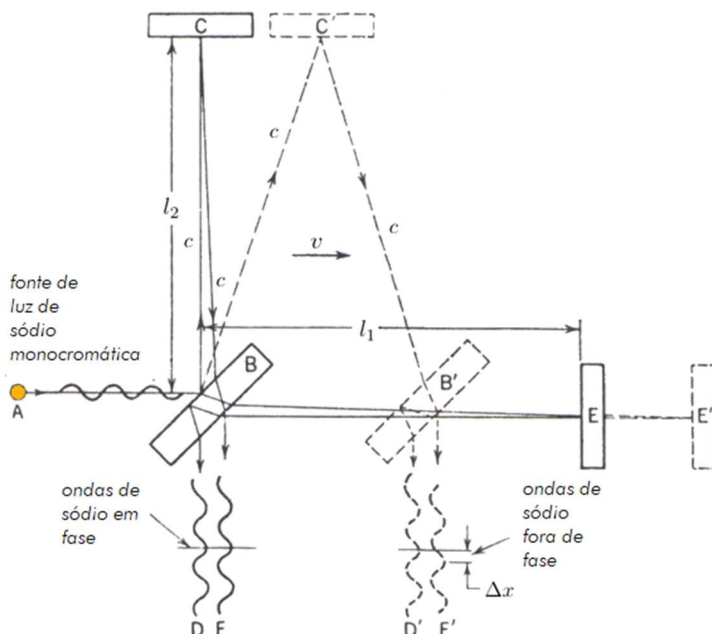
### Teoria da Relatividade Especial e Geral

#### 04.01 Introdução: Experimento de Michelson-Morley

Segundo a Relatividade Newtoniana, as Leis da Mecânica Clássica são as mesmas qualquer que seja o referencial inercial adotado, e esse pensamento foi um dos fundamentos mais importantes da construção da física clássica. No entanto, ao final do século XIX, os questionamentos feitos pela Teoria Eletromagnética de Maxwell lançaram várias dúvidas sobre a correta aplicação da Relatividade Newtoniana no eletromagnetismo. Foi observado que as leis da eletricidade e do magnetismo dependiam sim do referencial adotado. Nesse contexto o *Experimento de Michelson-Morley* foi uma tentativa de solucionar o impasse criado.

A experiência surgiu de uma interpretação clássica equivocada sobre a natureza da luz. Afinal, como era sabido que as ondas mecânicas como o som se propagam em um meio material, a mesma abordagem era feita para a luz. Assim, imaginava-se a existência de um meio material em que ocorriam as perturbações eletromagnéticas componentes da luz. Esse meio de propagação da luz foi denominado *éter luminífero*, e ele seria o referencial absoluto de propagação no qual a velocidade da luz seria sempre  $c$ .

O objetivo inicial da experiência de Michelson e Morley realizada em 1887 era determinar a velocidade da Terra em relação ao éter, e assim provar sua existência. Na montagem da estrutura experimental que veremos aqui foi utilizado um *interferômetro*. Nele, a luz proveniente de uma fonte monocromática incide em uma lâmina de faces paralelas ( $B$ ) onde é dividido em dois feixes. Um deles atravessa a lâmina e incide no espelho  $C$ , outro reflete e incide no espelho  $E$ . Ambos os espelhos estão à mesma distância da lâmina transparente, de forma que ao refletir ambos os feixes retornam à lâmina. Ao incidirem na lâmina pela segunda vez são novamente divididos, de forma que parte de cada um dos feixes alcança o interferômetro  $I$ , percorrendo ao todo distâncias iguais e ambos os caminhos.

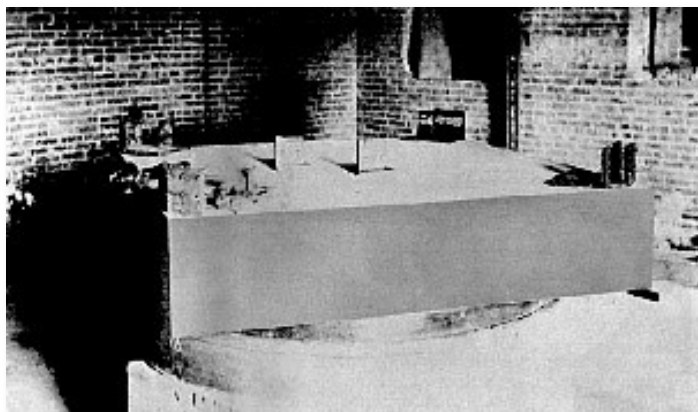


**Fig. 04.01** Esquema de montagem do experimento de Michelson-Morley. O interferômetro  $I$  identifica o atraso entre dois feixes de luz separados por uma lâmina transparente.

Supondo que a direção de movimento da Terra seja da esquerda para direita na figura, a correnteza de éter indicada pelo vetor  $\vec{v}$ , deve alterar a velocidade da luz em relação à Terra de tal forma que no sentido  $L \rightarrow B$  a velocidade seja  $(c-v)$  e, após a reflexão, no sentido  $B \rightarrow L$  seja  $(c+v)$ .

Analogamente, o feixe que reflete no espelho  $C$  se propaga perpendicularmente à correnteza e, assim como um barco que atravessasse um rio, mantém em relação às margens (*Terra*) velocidade de  $\sqrt{c^2 - v^2}$ , tanto na ida quanto na volta. Observe que como os feixes percorrem as mesmas distâncias em direções perpendiculares e logo, com diferentes velocidades em relação à Terra, eles devem retornar ao interferômetro com uma defasagem de tempo, que pela precisão desse instrumento é facilmente medida. No entanto o resultado esperado não ocorreu, ou seja, essa diferença de tempo **não foi medida** no experimento de Michelson-Morley.

A mesma experiência assim como outras variantes foram repetidas várias vezes em locais diferentes e com grande precisão, no entanto, nunca foi medida a diferença de tempo esperada entre os dois caminhos de propagação da luz.



**Fig. 04.02** Imagem do experimento de **Michelson-Morley**. O interferômetro  $I$  identifica o atraso entre dois feixes de luz separados por uma lâmina transparente.

Esse resultado contradiz então a hipótese do éter e mostra ser impossível medir a velocidade da Terra em relação a esse meio absoluto de propagação. Albert Einstein teve uma nova interpretação para esse resultado negativo, apresentando um novo postulado para a relatividade. Hoje entendemos a luz como uma onda eletromagnética que não precisa de um meio físico para sua propagação, e a ideia de *éter luminífero* foi definitivamente abandonada.

#### 04.02 Relatividade Especial de Einstein

Com o fracasso de Michelson-Morley em comprovar a existência do éter luminífero se tornava necessário um modelo que ajustasse a física nessa nova realidade do final do século XIX. **Albert Einstein** conseguiu um novo modelo de relatividade em que o éter era superado com pressupostos simples, mas, que mudavam completamente nosso conceito de tempo e espaço e mudava a forma da ciência enxergar o Universo. Esse novo modelo era a **Teoria de Relatividade Especial** e seus dois postulados fundamentais foram:

### 1) **Princípio da Relatividade**

*Todas as Leis da Física são equivalentes e igualmente válidas em todos os sistemas referenciais inerciais.*

### 2) **Constância da Velocidade da Luz**

*A velocidade da luz no vácuo tem o mesmo valor ( $c$ ) qualquer que seja o referencial inercial adotado, independentemente do observador adotado ou da velocidade da fonte emissora.*

Esses são postulados aplicados a observadores em movimento de velocidade constante, nele observamos antes de mais nada a **constância** de **todas as leis da física**, qualquer que seja o referencial adotado. Esse postulado significa então a generalização completa da relatividade newtoniana, agora aplicada à **todas as leis da física**, não apenas à **mecânica**. Assim, não existe nenhum referencial inercial privilegiado, sendo impossível determinar o **movimento absoluto** em qualquer fenômeno.

O postulado dois novamente torna iguais todos os referenciais, afinal, se a velocidade da luz tivesse valores diferentes, a diferença de velocidade experimental entre referenciais inerciais também poderia ser medida e haveria então a possibilidade do referencial absoluto. Esse segundo postulado torna desnecessária a busca do éter.

## 04.03 Deformações do Espaço - Tempo

O exercício de pensamento dos postulados da relatividade especial traz conclusões perturbadoras. Observaremos agora como os conceitos de **tempo e espaço** precisam ser revistos nessa nova modelagem do Universo e como essa revisão altera os resultados obtidos pela **dinâmica einsteiniana**.

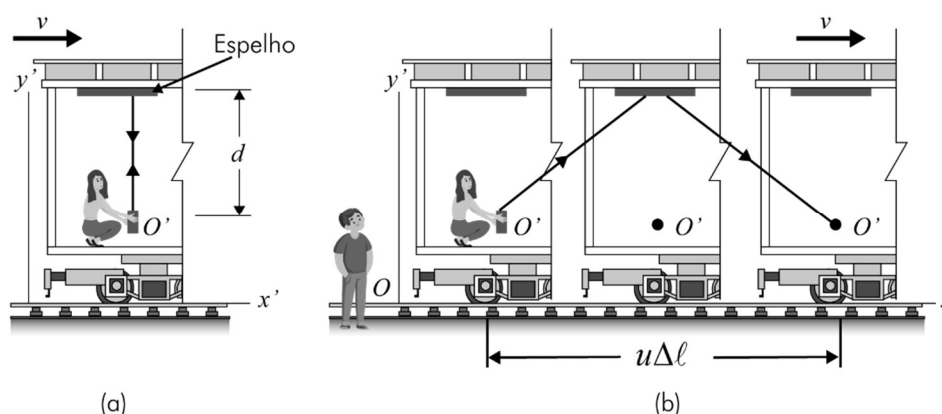
### Dilatação do Tempo

Vamos considerar em nosso experimento mental um trem que se move com velocidade constante em linha reta sobre trilhos. No teto de um de seus vagões em que se localiza um observador  $o'$  é fixado um espelho plano. No chão do vagão que possui altura  $h$  é fixada uma lanterna. Podemos fixar um referencial inercial no vagão, de forma que espelho, lanterna e observador  $o'$  se encontram em **repouso**. Em um instante inicial, a lanterna é acionada e um pulso de luz é emitido em direção ao espelho, o que chamaremos de **evento 1**. Assim, após ser refletido no espelho, o pulso retorna ao chão do vagão e incide novamente na lanterna, o que chamaremos de **evento 2**. Entre os dois eventos, o observador  $o'$  dentro do vagão mede em seu relógio o intervalo de tempo  $\Delta t_0$  (que chamaremos **tempo próprio**) para que o pulso de luz percorra com velocidade da luz  $c$  a distância  $d$  na ida e na volta. Podemos então escrever para o observador  $o'$ :

$$\Delta t_0 = \frac{2d}{c} \quad (04.01)$$

Observe, no entanto, que um observador externo  $o$  em um referencial inercial preso na estação experimenta um fenômeno diferente. Afinal, de acordo esse referencial, espelho, lanterna e observador dentro do vagão também se movem para direita com velocidade  $v$ .





**Fig. 04.03** Enquanto um pulso o observador dentro do vagão mede um certo intervalo de tempo para que o pulso suba e desça percorrendo  $2d$ , um outro observador externo nota que ao mesmo tempo o vagão se desloca para direita. Sendo que, admitindo os postulados da **relatividade especial**, ambos observadores devem medir para a luz a mesma velocidade absoluta  $c$ .

Precisamos então fazer refazer os cálculos para o observador da estação: enquanto o pulso de luz sobe e desce, o vagão se desloca para a direita uma distância  $v\Delta t$ , sendo  $\Delta t$  o tempo medido por  $o$ . Ou seja, para o observador  $o$ , no mesmo intervalo de tempo  $\Delta t$ , o pulso de luz se propagou obliquamente em relação à horizontal, atingiu o espelho e retornou à lanterna, e simultaneamente o vagão se deslocou para direita.

De acordo com os postulados da relatividade especial, o observador externo  $o$  deve medir a mesma velocidade absoluta  $c$  para a luz, sendo assim, para esse referencial, a distância total percorrida pelo pulso foi  $c\Delta t$ . Assim, na figura 04.03 observamos a relação geométrica entre os diferentes caminhos observados. Nessa construção vemos claramente que o caminho percorrido pela luz para o observador externo na estação é maior que o caminho medido pelo observador no vagão, sendo assim, seu tempo  $\Delta t$  medido entre os dois eventos é também maior que tempo  $\Delta t_0$ , afinal ambos devem medir mesma velocidade para a luz. Concluímos desse raciocínio que o tempo externo é maior que o tempo próprio ( $\Delta t > \Delta t_0$ ), e podemos facilmente aplicar o **Teorema de Pitágoras** para o **triângulo retângulo** da figura escrevendo:

$$\left(\frac{c\Delta t}{2}\right)^2 = \left(\frac{v\Delta t}{2}\right)^2 + d^2 \quad (04.02)$$

De onde temos,

$$\Delta t = \frac{2d}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{2d}{c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

E, substituindo 53.03:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma \Delta t_0 \quad (04.03)$$

Sendo então  $\gamma$  um fator expresso por:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (04.04)$$

Notamos nesse último resultado que  $\gamma$  é sempre *maior que 1*, e assim confirmamos  $\Delta t > \Delta t_0$ . Esse resultado é denominado **dilatação do tempo**.

Esse efeito não é notado em nosso cotidiano pois experimentamos sempre em nossos eventos velocidades bem menores que a da luz.

Observe que para que um foguete entre em órbita terrestre, um dos eventos de maior velocidade experimentados hoje pelo ser humano, é necessária a velocidade de 28.440 km/h. Para esse evento teríamos no **SI**:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{7,9 \cdot 10^3}{3,0 \cdot 10^8}\right)^2}} = 1,00000000034672$$

Isso significa uma alteração imperceptível entre as medidas de tempo dos observadores internos e externos que, no entanto, pode ser medida com instrumentos modernos. Podemos utilizar estratégias análogas de simulações mentais – o que não será nosso objetivo nesse texto - e provar também as novas relações de espaço e massa inercial na dinâmica einsteiniana nas formas:

$$\Delta l = \Delta l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (04.05)$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (04.06)$$

### 04.03 A Equivalência Massa-Energia

Outra conclusão fascinante da TRE é que a massa (multiplicada pelo quadrado da velocidade da luz) representa também a quantidade de energia que a partícula possui estando em repouso (energia de repouso), abrindo assim o caminho para a exploração da energia nuclear (que resulta da variação da massa durante os processos de fissão de átomos pesados, como urânio e plutônio, ou durante a fusão de átomos leves, como hidrogênio e deutério), assim como da completa transformação da matéria em energia, que acontece quando matéria e antimatéria se aniquilam entre si. Por outro lado, o grau de dificuldade que cada corpo oferece a mudanças na sua velocidade (no espaço tridimensional) é determinado pela sua energia total (energia cinética mais energia de repouso). Quanto maior for a sua energia, maior será a sua inércia, de tal modo que resulta impossível acelerar qualquer corpo massivo até atingir a velocidade da luz. O que deve ser expresso matematicamente da forma:

$$E = mc^2 \quad (04.07)$$

#### 04.04 Teoria da Relatividade Geral (TGR)

A teoria da relatividade geral de Albert Einstein, publicada em 1915, revolucionou completamente a compreensão da ciência sobre o universo. Até o início do século 20, a Física era regida pelas leis de Isaac Newton. O físico e matemático inglês afirmava que a gravidade era uma força causada pela massa dos objetos e fazia com que eles fossem atraídos um em direção ao outro. O objeto com mais massa atrai mais intensamente.

A Teoria da Relatividade Geral é uma generalização da Teoria da Relatividade Especial, indo além desta, levando em conta a aceleração dos corpos. Logo, a Relatividade Geral é válida para referenciais não inerciais, ou seja, que apresentam aceleração. Essa nova abordagem einsteiniana traz um novo entendimento da gravitação universal.

Com a **Relatividade Especial**, Einstein mostrou que os fenômenos físicos acontecem de **forma diferente** para observadores que se movem com **velocidades relativas constantes** e que a velocidade da luz é a mesma para todos esses observadores. Em termos práticos, essa teoria indica que eventos que ocorrem **simultaneamente** para um observador podem ser **assíncronos** para outro. Por exemplo: a duração de um evento, como a queda de um corpo, quando medida por uma pessoa no planeta Terra, pode ser diferente se medida por um observador externo que se move, sendo que essa discrepância se torna evidente quando esse movimento ocorre com uma velocidade comparável à velocidade da luz.

Assim, por mais fantásticas que possam parecer as implicações da TRG que apresentaremos aqui, elas podem ser compreendidas, em grande parte, como consequência de três princípios físicos: **o princípio da relatividade, o princípio da invariância da velocidade da luz e o princípio da equivalência**. As origens de dois destes princípios (o da relatividade e o da equivalência) se entrelaçam historicamente com as próprias origens da ciência do século XX:

- 1º) *as leis da Física são as mesmas em todos os sistemas de referência inercial;*
- 2º) *a velocidade da luz no vácuo tem o mesmo valor absoluto para qualquer referencial inercial, ou seja,  $c = 300\ 000\ \text{km/s}$ ;*
- 3º) *por meio de um experimento realizado localmente, não é possível afirmar se a aceleração sofrida por um corpo é decorrente da gravidade ou da aplicação de uma força externa de outra natureza que não a gravitacional.*

#### 04.05 Princípio da Equivalência

A **Relatividade Geral**, por sua vez, é baseada no **Princípio da Equivalência** que já foi visto no capítulo 01. Esse princípio indica que, por meio de um experimento realizado **localmente**, não é possível afirmar se a aceleração sofrida por um corpo é decorrente da gravidade ou da aplicação de uma **força externa** de outra natureza que não a gravitacional, já que seus efeitos serão similares.

Podemos assim imaginar a seguinte situação: um observador deixa um objeto cair sob a ação do campo gravitacional terrestre (esse objeto cairá com aceleração de aproximadamente **9,8 m/s<sup>2</sup>**). Isso também acontecerá se um objeto for solto no interior de uma astronave acelerando verticalmente para cima a **9,8 m/s<sup>2</sup>**, sem a influência de qualquer campo gravitacional. Assim, não será possível afirmar se a queda do objeto ocorreu devido a um campo gravitacional ou em função de sua própria inércia.

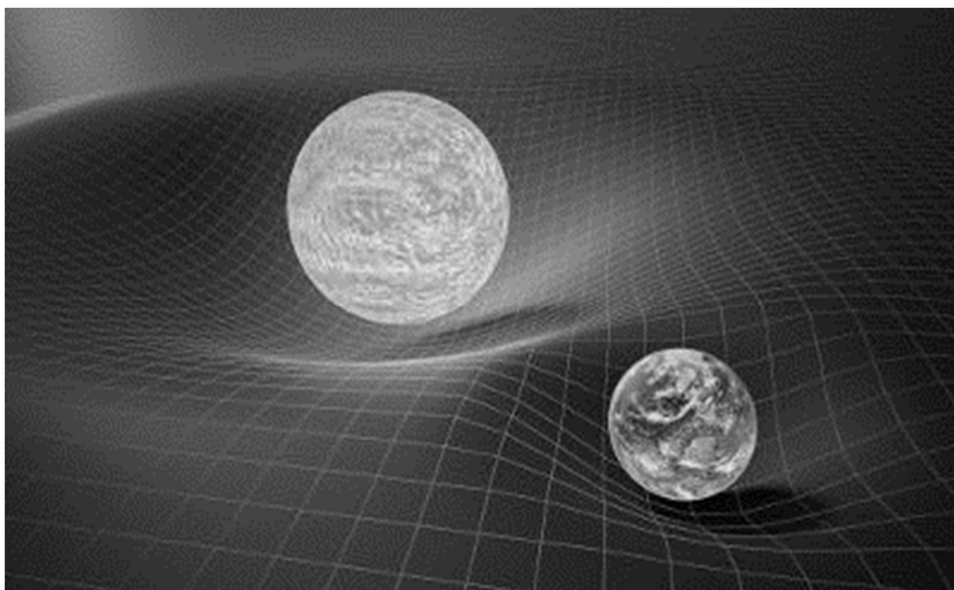
Uma das grandes **consequências** do **Princípio da Equivalência** é que, mesmo que uma região do espaço esteja acelerada pela aplicação de uma força, se nesse local houver um campo gravitacional que anule essa aceleração, o observador **não será** capaz de discernir se é ou não um referencial inercial (ou seja, com velocidade constante).

O princípio da equivalência guiou Einstein na realização de uma construção incomum na física teórica: Einstein, mediante seu famoso experimento mental, hoje conhecido como "elevador de Einstein", ilustrou como esse princípio pode tornar localmente indistinguíveis a inércia e a gravitação. Ou seja, nenhum resultado dos experimentos realizados dentro de seu laboratório colocado em um elevador fechado permite distinguir se esse laboratório está uniformemente acelerado (numa espaçonave com seu motor foguete ligado, por exemplo) longe de qualquer astro (na ausência de gravidade) ou se está apoiado na superfície de um planeta sob os efeitos do seu campo gravitacional. Einstein ressaltou também que, se esse laboratório está em queda livre no campo gravitacional de um planeta, tudo o que estiver dentro dele estará caindo do mesmo modo, tornando o resultado de qualquer experimento idêntico ao obtido quando o laboratório está se movendo livremente (na espaçonave com o motor foguete desligado, por exemplo) longe de qualquer astro.

#### 04.06 Gravidade e a Geometria do Espaço e Tempo

Einstein foi ainda mais longe e conseguiu descrever, por meio da Relatividade Geral, o fenômeno da gravidade como uma **alteração** na **geometria do espaço**, uma curvatura em seu formato. **Grandes massas** são capazes de distorcer o espaço e, conseqüentemente, o tempo. Uma vez que a luz se propaga pelo espaço, sendo ele curvo, ela demorará tempos diferentes para observadores que se encontrem em regiões com diferentes acelerações gravitacionais.

Ele imaginou as três dimensões do espaço e a dimensão do tempo juntas, como uma espécie de tecido que nos rodeia e que é deformado pela presença dos corpos celestes massivos, como os planetas e estrelas. Essas deformações criam o que nós sentimos como força de gravidade. Assim, a Terra e os outros planetas permanecem em órbita não porque o Sol simplesmente os atrai, como pensava Newton.



*Figura 04.04:* Representação gráfica da órbita da Terra em torno do Sol. De acordo com a Relatividade Geral, grandes massas alteram a curvatura do espaço, produzindo a gravidade. Fonte: Reprodução.

Modernamente, diversas observações experimentais já constataram a validade da Teoria da Relatividade Geral, sendo que um dos experimentos mais recorrentes é o fenômeno das **lentes gravitacionais**: quando a luz se propaga em regiões do espaço altamente distorcidas por grandes massas, seu caminho é curvado, essas curvas representam o caminho mais curto que pode ligar dois pontos no tecido espaço-tempo e são chamadas **geodésicas**. Esse fenômeno pode ser observado quando o raio de luz de uma estrela passa nas proximidades de uma grande massa, tendo seu caminho desviado. Dessa forma, é possível que as imagens de algumas estrelas apareçam repetidas ou ainda borradas nas imagens feitas por telescópios e radiotelescópios. A descoberta desse fenômeno, que é nosso maior foco de estudo nesse texto, tornou possível, nos últimos anos, a correção dessas imagens. Um experimento clássico que se tornou de grande relevância internacional por comprovar o desvio sofrido pela luz foi o Eclipse de Sobral de 1919.

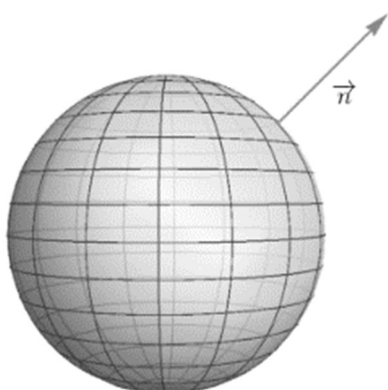
#### 04.07 Geodésicas: o caminho mais curto

Sempre que desejamos ir de um ponto a outro em um plano euclidiano podemos descrever a trajetória mais curta que será uma reta. Definimos então a reta como sendo a curva de caminho mais curto entre dois pontos ou, como sendo a trajetória que não se curva nem para esquerda e nem direita, ou seja, não possui curvatura à medida que a percorremos. No entanto, se extrapolarmos essa ideia aplicada em uma superfície plana para outras superfícies irregulares teremos diferentes resultados. Seguindo esse raciocínio, quando estivermos trabalhando em superfícies do  $R^3$ , definiremos as geodésicas como as curvas que minimizam o comprimento de arco que liga dois pontos, e logo determinam a menor distância entre eles.

Devido ao seu rigor matemático, não nos interessa aqui demonstrar as propriedades que guardam as geodésicas, no entanto, partindo de sua definição elas são de fácil entendimento desde que dominadas as ferramentas matemáticas necessárias. Podemos definir uma geodésica da forma:

*A curva pertencente a uma superfície do  $R^3$  será uma geodésica desde que o vetor perpendicular a essa superfície em cada ponto dessa curva determine a direção perpendicular à direção de menor variação da tangente da curva.*

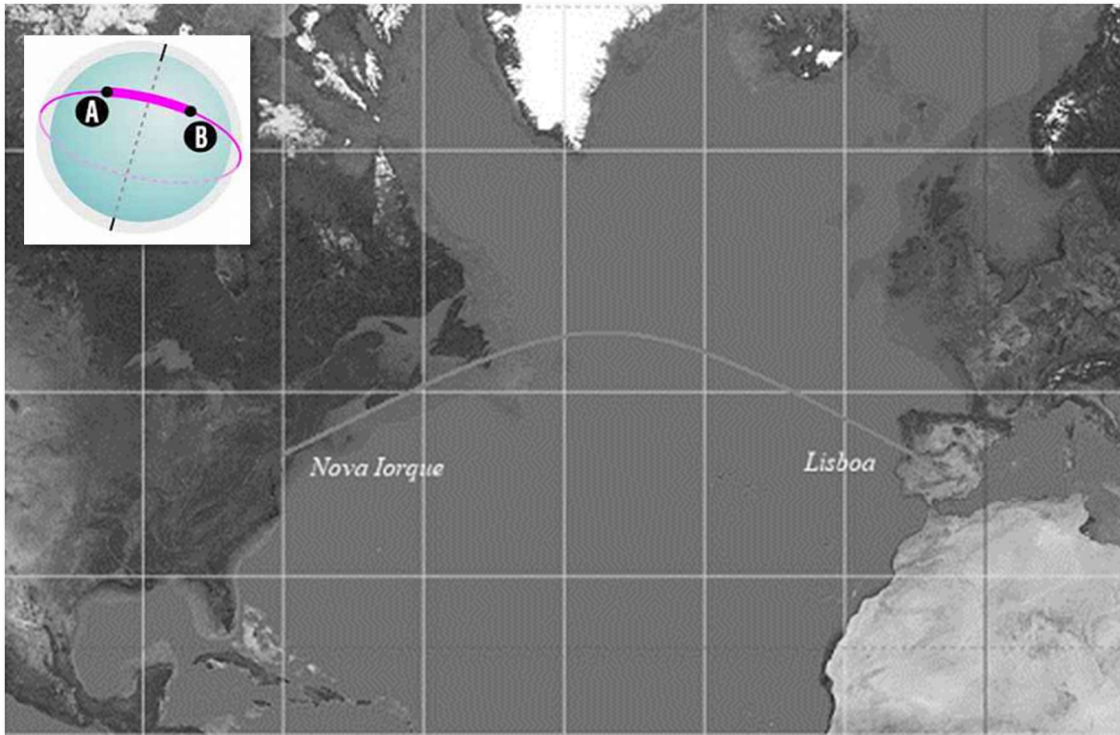
Observe então que em uma superfície esférica que represente o globo terrestre, os paralelos ao Equador não são geodésicas, afinal, a direção de variação da tangente de cada paralelo está no plano que contém esse paralelo, enquanto a normal à esfera passa pelo centro do globo terrestre.



*Figura 04.05: As geodésicas da esfera sempre serão círculos máximos, ou seja, circunferências obtidas pela intersecção de um plano que corta a superfície esférica e contém seu centro.*

Podemos também observar na figura 04.06 que o equador é o único paralelo que é uma geodésica. Todas geodésicas serão círculos máximos da esfera terrestre. Esse resultado traz implicações surpreendentes em nosso cotidiano.

Quando viajamos em um avião por exemplo, a trajetória que ele segue não é o que chamaríamos de reta quando comparamos com a direção norte – sul ou leste – oeste. Para traçar o caminho de menor distância entre dois pontos a aeronave deve seguir uma geodésica que acompanha a curvatura terrestre.



*Figura 04.06:* Uma viagem de Nova Iorque a Lisboa deve ser feita de forma que seja traçada a menor curva no  $R^3$  que pertença à superfície terrestre. Podemos visualizar esse resultado em um Mapa de Mercator. Imagem: reprodução.

Uma viagem de Nova Iorque a Lisboa, por exemplo, deve ser feita de forma que seja traçada a menor curva no  $R^3$  que pertença à superfície terrestre. Podemos visualizar esse resultado em um Mapa de Mercator conforme a figura 2. Nesse mapa notamos que o caminho mais curto entre dois pontos A e B é um arco de círculo máxima, uma ortodromia. Nesse mesmo mapa as retas são loxodromias, curvas de direção cardinal constante. Se uma aeronave vai de Nova York para Madri se guiando por uma bússola e apontando sempre para leste, ele percorrerá uma distância total de 3707 milhas. Mas se ele seguir uma curva geodésica com um trajeto mais ao norte, percorrerá uma distância menor, de 3605 milhas.

No estudo das geodésicas esse mesmo raciocínio aplicado à esfera pode se estender a qualquer tipo de superfície desde que sejam aplicadas as ferramentas matemáticas necessárias. Em um cilindro, por exemplo, teremos como geodésicas todos os paralelos, meridianos além das curvas helicoidais que podem ligar dois pontos escolhidos.

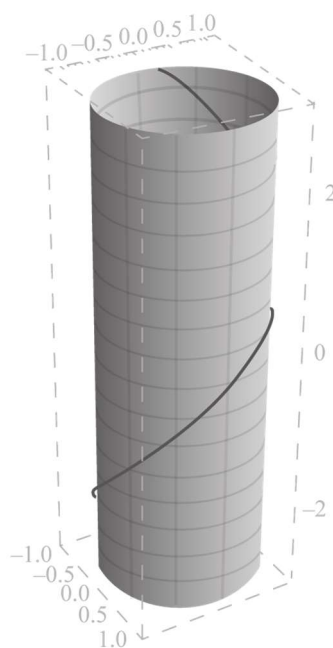


Figura 04.07: Em um cilindro teremos como geodésicas todos os paralelos, meridianos além das curvas helicoidais que podem ligar dois pontos escolhidos.

#### 04.08 As Geodésicas do $R^4$ na TRG

Para conciliar o caráter relativo do movimento com a invariância da velocidade da luz, Einstein teve que renunciar à concepção newtoniana do espaço e do tempo como entidades absolutas, universais, imutáveis e independentes entre si. Na TRE, dois eventos simultâneos para um observador não são simultâneos para outro observador que se move em relação ao primeiro; e a distância entre esses dois eventos é diferente para cada um. Apenas uma combinação específica da distância e do intervalo de tempo entre cada par de eventos (chamada de **intervalo espaço-temporal**) ganha caráter absoluto e universal.

Assim, para identificar cada evento são necessários quatro números: um especificando quando o evento aconteceu e três especificando onde. O intervalo espaço-temporal entre pares de eventos ( $\Delta s$ ) pode ser imaginado como uma generalização espaço-temporal quadridimensional (com quatro dimensões) do quadrado da distância euclidiana entre pares de pontos do nosso espaço tridimensional, ou seja:

$$(\Delta s)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 + (\Delta t)^2 \quad (8.3)$$

definindo assim a geometria do *continuum* espaço-tempo, quadridimensional, formado pelos eventos. Por exemplo, o intervalo espaço-temporal nos permite determinar a geodésica entre cada par de eventos, ou seja, a curva (no continuum espaço-tempo, quadridimensional) entre cada par de eventos ao longo da qual o valor absoluto do intervalo espaço-temporal é mínimo. Outra informação importante contida no intervalo espaço-temporal é a chamada estrutura causal do espaço-tempo. Se tomarmos um evento na história de uma partícula, o sinal do intervalo espaço-temporal entre este evento e cada um dos outros nos permite determinar quais eventos poderiam, de alguma forma, fazer parte da trajetória espaço-temporal (ou linha de mundo) da partícula e quais não poderiam, de forma alguma.

#### **01.04 Bibliografia**

NUSSENZVEIG, Herch Moysés, Curso de Física Básica, vol. 4, 4. ed. São Paulo: Blucher, 2002.

GASPAR, Alberto. Física: Mecânica, vol. 3, 1. ed. São Paulo: Ática, 2002.

RAMALHO JUNIOR, Francisco; FERRARO, Nicolau Gilberto; SOARES, Paulo Antonio de Toledo. Os Fundamentos da Física: Física 3. 9. ed. São Paulo: Moderna, 2007

SERWAY R. A., JEWETT J. W. Jr., Princípios de Física: Mecânica Clássica, v.1, São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2005



# Aula 05 Lentes Gravitacionais

## Cronologia de Descobertas

### O ECLIPSE DE SOBRAL EM 1919

#### 5.1 Introdução

Vimos que o **princípio da equivalência**, ao garantir que próximo à superfície do Sol o efeito do campo gravitacional sobre a propagação da luz seria localmente equivalente à propagação da luz em relação a um referencial acelerado, já indicava que a luz proveniente de uma estrela distante e que passasse rente à superfície do Sol deveria sofrer algum desvio (tanto de acordo com a mecânica newtoniana quanto de acordo com a teoria einsteiniana). Esse desvio possuía valores distintos para as previsões de Newton e Einstein. Seria então necessária alguma comprovação empírica (experimento de verificação) que possibilitasse a comprovação da melhor modelagem para esse fenômeno.

Em 1911, Einstein divulgou uma estimativa preliminar do valor para o desvio da luz que passasse rente à superfície do Sol, e fez a primeira proposta de experimento para verificar o resultado: a intensidade do desvio da luz poderia ser medida durante um eclipse total do Sol, momento no qual o disco lunar passa precisamente em frente ao disco solar, encobrindo-o completamente, tornando possível observar a luz proveniente das estrelas ao fundo. A estimativa de Einstein, publicada em 1911, coincidia aproximadamente com o resultado obtido por Johann Georg von Soldner, publicado mais de cem anos antes, com base na teoria newtoniana. No ano seguinte, equipes de vários países se dirigiram ao sudeste brasileiro para observar o eclipse do Sol de 10 de outubro de 1912. O mau tempo fez com que nenhuma das comissões que vieram ao Brasil em 1912 tivessem sucesso na observação daquele eclipse.

Em 25 de novembro de 1915, Einstein apresentou, na Academia Prussiana das Ciências de Berlim, na Alemanha, a TRG com a versão final de suas equações de campo, e logo em seguida, fez uma comunicação da estimativa corrigida da deflexão da luz, com o valor de 1,75 segundos de arco na borda do Sol, um número duas vezes maior que o resultado obtido pelo cálculo newtoniano. Assim, se a TRG estivesse correta, a deflexão da luz seria duas vezes maior do que previa a teoria newtoniana.

#### 5.2 Expedições de 1919

Em nenhum dos eclipses totais do Sol que sucederam o de outubro de 1912 foi possível verificar o encurvamento da luz, até 29 de maio de 1919. Para a ocasião, duas expedições foram organizadas para medições distintas, uma delas para a África e outra para o Brasil. A comissão que seguiu para a costa oeste africana foi composta por Eddington e Edwin Turner Cottingham, enquanto a comissão que seguiu para o Brasil foi composta por Andrew Claude de la Cherois Crommelin e Davidson (que estivera no Brasil na comitiva em 1912). As duas expedições britânicas saíram juntas de Liverpool em 8 de março de 1919. Eddington e Cottingham chegaram ao seu destino, a Ilha do Príncipe, em 23 de março, e Crommelin e Davidson chegaram a Sobral, cidade de observação do eclipse no Brasil, no dia 30 do mesmo mês, após uma passagem pela Amazônia, durante a qual foi publicado, em um jornal de Belém do Pará, um artigo explicando o objetivo daquela expedição britânica ao Ceará.

A montagem dos telescópios levados pelos britânicos para a observação era tal que os equipamentos permaneciam fixos na horizontal, e a compensação do movimento de rotação da Terra era feita por espelhos, denominados celóstatos, acoplados a mecanismos de relojoaria, que projetavam a imagem do campo que incluía o Sol eclipsado em direção às lentes objetivas dos telescópios, até as placas fotográficas sucessivamente inseridas na outra extremidade dos tubos que compunham a montagem dos telescópios.

Para a Ilha do Príncipe, no Golfo da Guiné, costa oeste africana, Eddington e Cottingham levaram a lente de 13 polegadas do telescópio astrográfico de Oxford, que foi utilizada com um redutor para oito polegadas, por sugestão de Davidson. O mau tempo prejudicou as observações. Eles obtiveram 16 fotografias, com exposições entre 2 e 15 segundos, das quais nas nove primeiras não foi possível identificar qualquer estrela. Em apenas duas placas fotográficas puderam ser identificadas as três estrelas principais que permitiram o cálculo mais preciso do desvio da luz. A melhor delas, obtida com uma exposição curta de três segundos, foi revelada ainda em Príncipe, enquanto a outra, obtida com uma exposição de 10 segundos, só foi revelada após o retorno da expedição à Inglaterra.

Para a cidade de Sobral, no estado do Ceará, no nordeste brasileiro, Crommelin e Davidson levaram dois telescópios. O principal deles era semelhante ao levado para a África. Era composto pela lente objetiva de 13 polegadas do telescópio astrográfico de Greenwich, também utilizado com um redutor para oito polegadas, alimentado pela luz proveniente de um celóstato de 16 polegadas. O segundo telescópio, tido como um instrumento reserva, contava com uma lente objetiva de quatro polegadas, alimentada pela luz proveniente de um celóstato de oito polegadas. Com o telescópio maior, foram obtidas 19 fotografias, enquanto com o telescópio reserva foram obtidas oito fotografias.

Em Sobral, também se fizeram presentes duas outras comissões para a observação do eclipse de 1919 (ver figura 1). Uma da Instituição Carnegie, dos Estados Unidos, composta por Daniel Maynard Wise e Andrew Thomson, com o objetivo de realizar medidas do magnetismo terrestre e da eletricidade atmosférica; e outra do Observatório Nacional brasileiro, liderada por Henrique Charles Morize, com o objetivo de realizar medições da coroa solar, além de dar suporte às comissões estrangeiras.

Figura 01: Comitivas brasileira, britânica e norte-americana que foram a Sobral para observação do eclipse de 29 de maio de 1919.



Fonte: Cortesia da Biblioteca do Observatório Nacional, Rio de Janeiro.

Assim como em Príncipe, o mau tempo também prejudicou as observações em solo brasileiro. No entanto, em Sobral, foram obtidas muito mais fotografias com estrelas. As 19 fotografias obtidas com o telescópio astrográfico de 13 polegadas (reduzido para oito polegadas) utilizado em Sobral, com tempo de exposição alternando entre 5 e 10 segundos, apresentaram imagens difusas e fora de foco, não sendo, portanto, de boa qualidade. Dezesesseis dessas fotografias exibiram pelo menos sete estrelas, enquanto em outras foram identificadas até 12 estrelas. A má definição das imagens foi atribuída, pelos próprios observadores britânicos, principalmente ao mau funcionamento do celóstato maior, que teria sofrido uma dilatação não uniforme devido à variação da temperatura durante o eclipse. Tal conclusão foi obtida já em Sobral, após a revelação das imagens fotográficas.

Já as oito imagens obtidas com o telescópio reserva, todas com 28 segundos de exposição em placas fotográficas de 10 por oito polegadas, foram reputadas como de qualidade muito boa (veja figura 2). Das oito fotografias, sete exibiram sete estrelas, enquanto na outra não foram identificadas estrelas, devido à presença de nuvens.

Figura 02: Placa fotográfica obtida com uma exposição de 28 segundos feita com o telescópio de 4 polegadas utilizado em Sobral.



Fonte: Cortesia do National Maritime Museum, Greenwich, Londres, Inglaterra.

Crommelin e Davidson permaneceram no Ceará por cerca de dois meses após o eclipse. Eles aguardaram em Fortaleza até que as estrelas fotografadas durante o eclipse pudessem ser novamente fotografadas em uma altura no céu semelhante a das fotografias iniciais (mas sem o Sol acima do horizonte), o que ocorreu no mês de julho. Essas fotografias seriam fundamentais para uma boa aferição das modificações de suas posições relativas aparentes. Eles foram de Sobral para Fortaleza no dia 7 de junho, após revelarem todas as fotografias obtidas no dia do eclipse, deixando fechada a tenda de abrigo dos telescópios (veja figura 3). Retornaram a Sobral no dia 9 de julho para obter as placas fotográficas de comparação, concluindo as imagens no dia 18 daquele mês. Crommelin e Davidson deixaram Sobral definitivamente no dia 22 de julho, chegando de volta em Greenwich no dia 25 de agosto. Durante a viagem de volta para a Inglaterra, os britânicos passaram alguns dias em Belém do Pará, onde deram uma entrevista que foi publicada em um periódico daquela cidade.

Figura 3: Em primeiro plano, em uma pista de corrida de cavalos de Sobral, observamos um abrigo fechado em que foram colocados telescópios trazidos pela comissão britânica. Foto tirada por Daniel Maynard Wise, em 11 de junho de 1919.



Fonte: Cortesia do Instituto Carnegie, Departamento de Magnetismo Terrestre, EUA.

De volta a Greenwich, as imagens obtidas em Sobral foram analisadas. O resultado obtido em primeira análise para o telescópio de maior diâmetro (com as mesmas características do utilizado em Príncipe) foi de  $0,93 \pm 0,50$  segundos de arco na borda do Sol. Tal resultado estava entre o valor newtoniano ( $0,87$  segundos de arco) e o valor corrigido por Einstein em 1915 ( $1,75$  segundos de arco), sendo mais próximo do primeiro. No entanto, já no artigo original, publicado em 1920, foi registrado que, se fosse levada em consideração a mudança de escala ocasionada pelos efeitos de refração e aberração, o resultado passaria a ser  $1,52 \pm 0,46$  segundos de arco na borda do Sol, com maior concordância com o resultado corrigido de Einstein. (Este último resultado, concordante com a TRG, foi confirmado por uma reanálise das placas fotográficas realizada no final da década de 1970. De qualquer forma, devido aos problemas com as imagens, que se apresentaram bastante difusas, os resultados obtidos com a lente de 13 polegadas (reduzida para oito polegadas) utilizada em Sobral não foram considerados importantes.

Para o telescópio reserva de quatro polegadas (com o qual foram obtidas imagens muito superiores às dos telescópios astrográficos), a partir de medidas feitas em Greenwich por Davidson e Furner, o resultado para o desvio foi de  $1,98 \pm 0,18$  segundos de arco na borda do Sol, um valor ligeiramente superior ao previsto pela TRG.

O anúncio do triunfo da TRG sobre a teoria newtoniana foi feito durante uma sessão conjunta da Royal Society e da Royal Astronomical Society britânicas ocorrida em Londres, em 6 de novembro de 1919, presidida por sir Joseph John Thomson. Sob a liderança de Frank Watson Dyson, astrônomo real britânico, foi tomada a decisão de basicamente desconsiderar os resultados de má qualidade obtidos pelo telescópio astrográfico levado para Sobral. O artigo original, contendo os resultados das expedições britânicas para a observação do eclipse, foi publicado no ano seguinte, assinado por Dyson, Eddington e Davidson. Após esses acontecimentos, Einstein, até então um físico que possuía algum reconhecimento entre seus colegas da comunidade acadêmica, se transformou em uma celebridade mundial, sendo agraciado com o Prêmio Nobel de Física em 1921.

As medições mais precisas da deflexão da luz, que foram realizadas durante os eclipses de 1922, 1929, 1936, 1947, 1952 e 1973, permaneceram em concordância com as previsões da TRG. No entanto, o salto qualitativo na precisão das medições do desvio da radiação eletromagnética pelo campo gravitacional do Sol veio com a medição da mudança na posição aparente de intensas radiofontes (como quasares) quando estão próximas do disco solar. Essas medições são feitas usando rádio-interferometria de linha de base muito longa (*very long baseline radio interferometry* - VLBI, em inglês), técnica capaz de produzir imagens com grande resolução angular - e que permitiu a produção da primeira imagem da sombra de um buraco negro (cuja existência é mais uma previsão da TRG), divulgada no dia 10 de abril de 2019. Por usar ondas de rádio, a técnica não precisa da ocorrência de um eclipse e, quando aplicada usando-se diferentes comprimentos de onda, ainda permite discriminar quanto do desvio é devido à deformação do espaço-tempo e quanto é devido à refração das ondas eletromagnéticas na coroa solar. A partir de quase dois milhões de observações VLBI de 541 radiofontes, coletadas entre 1979 e 1999 em 87 localidades ao redor do mundo, foi possível atingir incertezas relativas várias ordens de grandeza menores que as obtidas nas primeiras medições do desvio da luz. A alta precisão dessas medições consolidaram ainda mais a TRG e conseguiram descartar várias teorias alternativas à teoria gravitacional de Einstein.

### 6.3 O Eclipse de Sobral

O eclipse solar de 29 de maio de 1919 foi um eclipse solar total de grande importância histórica, com duração máxima de 6 minutos e 51 segundos. Foi um dos mais longos eclipses solares do Século XX, sendo visível na maior parte da América do Sul e África, na forma de um eclipse parcial. Esse evento ganhou grandes proporções não devido à sua grande duração, mas sim em virtude dos resultados científicos obtidos a partir da observação desse fenômeno. A partir de imagens obtidas durante o evento, foi possível estabelecer uma das primeiras constatações experimentais das previsões estabelecidas por Albert Einstein (1879-1955) sobre a estrutura do meio de propagação da luz pelo Universo em sua Teoria da Relatividade Geral.

Devido à importância do evento no contexto histórico que se encontrava, esse eclipse observado com bastante precisão por várias equipes atreladas à Royal Astronomical Society. Uma das equipes, sob a direção de Andrew Crommelin, observou o fenômeno de Sobral, no Ceará, e a outra, chefiada por Arthur Eddington, dirigiu-se para a Ilha do Príncipe, localizada na costa atlântica da África. Esses locais foram escolhidos por proporcionarem melhores condições para as observações. No entanto, a equipe que se dirigiu à Ilha do Príncipe teve seus trabalhos prejudicados devido ao mau tempo. No momento do eclipse o céu estava nublado, e com isso, apenas uma das várias fotografias tiradas apresentou imagem de estrelas com valor científico. A equipe liderada por Crommelin em Sobral contou com sorte bem maior, e suas imagens do fenômeno foram fundamentais para corroborar os resultados já satisfatórios previamente oriundos da fotografia tirada por Eddington. Em Sobral, a tempestade lavara a atmosfera, e se dissipara por completo a tempo, permitindo excelentes fotografias do eclipse.

Figura 04: O astrônomo Teófilo H. Lee , membro da equipe brasileira em Sobral, faz observações espectroscópicas da coroa solar.



Fonte: Observatório Nacional.

Foram fotografadas estrelas cujos raios luminosos que atingiam a Terra passaram bem próximos do Sol, e confirmaram a predição feita por Albert Einstein: analisados os negativos das fotografias, foi possível concluir que as estrelas não ocupavam suas posições habituais então esperadas no céu, encontrando-se nas fotografias ligeiramente deslocadas em valores que, frente à precisão experimental, eram em muito compatíveis com os previstos pelos cálculos baseados na teoria da relatividade geral. A partir desses resultados, os pesquisadores deduziram que os raios luminosos oriundos dessas estrelas realmente sofreram desvios das esperadas trajetórias retilíneas; sendo por tal a luz realmente influenciada pela presença de um campo gravitacional, no caso, o do Sol.

O sucesso dessas observações trouxe a definitiva aceitação da teoria da relatividade geral pela comunidade científica internacional, tornando Albert Einstein definitivamente uma celebridade mundial.

Figura 05: Registro do eclipse total do Sol de 1919 em Sobral



Fonte: Observatório Nacional.

De fato, em Sobral, considerada uma das melhores regiões para a observação do fenômeno, o céu estava limpo durante o eclipse e as placas registraram 12 estrelas, usadas mais tarde como referência para medir o ângulo de desvio da trajetória de seus feixes de luz.

Esse efeito, chamado deflexão da luz, havia sido previsto pela relatividade geral de Einstein: um feixe de luz vindo de uma estrela teria sua trajetória encurvada, ou desviada, ao passar em regiões com campo gravitacional muito forte. Esse desvio na trajetória da luz, segundo os astrônomos, faria com que as estrelas observadas fossem vistas em uma posição aparentemente diferente de sua posição real; sua luz, ao passar próximo ao Sol, seria desviada 1,75 segundo de arco, de acordo com a teoria de Einstein.

Figura 06: Telescópio refrator astrográfico usado para registrar a imagem do eclipse total do Sol sobre as placas fotográficas.

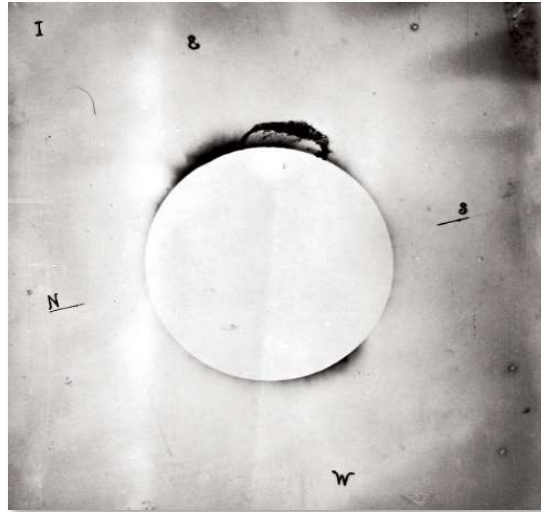


Fonte: Observatório Nacional.

Os astrônomos em Sobral pretendiam medir um pequeno ângulo formado por essas duas posições. Era uma oportunidade única, uma vez que o eclipse permitiria, por alguns poucos minutos, fotografar as estrelas no fundo do céu mais próximas da borda do Sol, a uma distância de 150 anos-luz da Terra —cada ano-luz equivale a cerca de 9,5 trilhões de quilômetros. Uma das estrelas analisadas, a Hip 20712, era forte candidata para confirmar as previsões do físico alemão. A medição do ângulo de desvio da trajetória da luz não foi uma tarefa simples. As imagens de muitas estrelas estavam imersas no halo difuso causado pela luz do Sol ou encobertas pelo disco da Lua, ao mesmo tempo que a turbulência atmosférica prejudicava um pouco a qualidade das fotografias. A equipe inglesa ficou em Sobral até julho daquele ano para fotografar o mesmo campo estelar à noite, sem a influência gravitacional do Sol. A ideia era comparar nas duas imagens as posições das estrelas mais próximas de sua borda.

A confirmação das ideias de Einstein veio meses depois. Astrônomos reunidos na Royal Astronomical Society, em Londres, no dia 6 de novembro de 1919, após avaliarem os resultados obtidos a partir da análise das placas fotográficas feitas em Sobral e na ilha de Príncipe, concluíram que a teoria da relatividade geral estava correta. O resultado das observações feitas na ilha de Príncipe apresentava um desvio médio de 1,6 segundo de arco, enquanto nas de Sobral tinham um desvio de 1,9 segundo de arco, quase duas vezes o valor estimado na teoria gravitacional do físico inglês Isaac Newton (1643-1727), elaborada e apresentada dois séculos e meio antes. Consideradas as margens de erro, Einstein estava certo. Assim, a teoria da gravitação universal de Newton passa a ser um caso particular da relatividade geral de Einstein.

Figura 07: Imagem do disco da Lua sobre o do Sol registrada por uma das placas fotográficas.



Fonte: Observatório Nacional, Rio de Janeiro.

#### 6.4 A Importância de Sobral e suas Dificuldades Técnicas

Uma das previsões mais famosas da Teoria da Relatividade Geral (TRG), de Albert Einstein, foi a da deflexão gravitacional da luz. A comprovação deste efeito realmente poderia, em princípio, ser realizada por ocasião de um eclipse solar. As estrelas de fundo, em torno do círculo solar, poderiam ser usadas como fontes luminosas para o experimento observacional. A TRG prevê, para incidência rasante de luz na superfície do Sol, um desvio de 1,75 segundo de arco, na trajetória do raio de luz. Em outras palavras, a posição de uma estrela observada durante o eclipse, próxima ao disco solar, deveria parecer deslocada deste ângulo, quando observada sem a influência gravitacional do Sol sobre a sua luz, ou seja, quando observada alguns meses mais tarde. Esse resultado confronta a previsão puramente *newtoniana* para o efeito, a qual é exatamente a metade da relativística. Assim, permanecem duas questões decisivas, a serem resolvidas por meio de observações astronômicas ou outras medidas experimentais:

1. Existe a deflexão gravitacional da luz?
2. Em caso afirmativo, qual é a melhor descrição teórica do fenômeno, a Einsteiniana, a Newtoniana ou uma terceira alternativa?

As dúvidas sobre as conclusões obtidas das medidas do Eclipse de Sobral existem desde 1919. Ao que parece, Eddington foi cativado pela relatividade geral desde o primeiro instante, e tornou-se o defensor da TGR na Grã-Bretanha. Ele próprio admitia que se dependesse de sua vontade, ele não se preocuparia em realizar expedições para a observação de eclipses, já que estava convencido da teoria Einsteiniana. Quer dizer, as questões 1 e 2 apresentadas acima já tinham as suas respostas, independentemente da consulta à Natureza. Eddington repete aqui o conhecido comportamento de Einstein.

A comprovação observacional da deflexão gravitacional da luz em Sobral, e a comprovação da previsão da TRG, não foram reais, mas apenas mitos impostos à comunidade científica da época pela autoridade político-científico de Eddington. Esta é a tese que se depreende dos fatos relatados em Overbye e Marmet & Couture.

Quando os resultados da análise feita por Eddington foram apresentados, numa reunião conjunta das Sociedade Real e Sociedade Astronômica Real Britânicas, o então presidente da Sociedade Real, o físico - descobridor do elétron e prêmio Nobel - Joseph J. Thomson teria dito:



*“É difícil para a audiência avaliar inteiramente o significado dos resultados que nos foram apresentados, mas o Astrônomo Real [Frank Dyson] e o Prof. Eddington estudaram o material cuidadosamente, e eles consideram a evidência como decisiva em favor de valor maior [o previsto pela TRG] para o deslocamento [angular].”*

A impressão de que as expedições de Eddington tenham sido realmente um fracasso, quanto aos seus fins, é ainda mais reforçada pelo fato de que observações de eclipses posteriores, em 1922, 1929, 1936, 1947 e 1952, não foram convincentes em obter um resultado positivo (North 1990; para o Leitor mais interessado neste aspecto, recomenda-se as referências, sobre eclipses solares, mencionadas por North nas notas 48 e 49). O mito da comprovação observacional da deflexão da luz, predita pela TRG, foi também reforçado, quando da visita de Einstein ao Brasil, em 1925.

### 6.5 Metodologias e Resultados Modernos

Nos dias atuais, medidas dos desvios na posição aparente de estrelas permitem inferir dados que, de outra forma, seriam impossíveis de se determinar. Por exemplo, uma equipe de pesquisadores liderada pelo astrônomo Kailash Chandra Sahu, usando o telescópio espacial Hubble, observou uma estrela anã branca, Stein 2051 B, passando na frente de outra estrela mais distante. Durante a passagem, a posição aparente da estrela mais distante sofreu um desvio de 2 milissegundos de arco. A medição desse efeito de microlentes gravitacionais permitiu determinar que a massa da anã branca (que está a 17 anos-luz do nosso sistema solar) é 68% a massa do nosso Sol.

Foi preciso aguardar até a década de 1960 para que outro teste clássico na TRG, proposto por Einstein em 1916, pudesse ser realizado com sucesso. Além da precessão do periélio de Mercúrio e da medição do desvio da luz pelo campo gravitacional do Sol, Einstein pensou na seguinte forma de verificar a sua teoria: a medição do desvio para o vermelho (*redshift*, em inglês) gravitacional. Usando o efeito Mössbauer, Robert Vivian Pound e Glen Anderson Rebka Jr. conseguiram medir, pela primeira vez, mudanças muito pequenas no comprimento de onda de raios gama caindo livremente no campo gravitacional da Terra. Tal experimento também verificou a previsão da TRG de que o ritmo de um relógio depende da sua distância em relação ao centro da Terra - ou, de modo mais geral, de sua localização em uma região de campo gravitacional não homogêneo. Sem levar em conta esse efeito, os *smartphones*, muito comuns hoje em dia, usando o sistema de posicionamento global [*global positioning system* (GPS), em inglês], seriam incapazes de determinar a nossa posição com tanta precisão.

O experimento de Pound e Rebka inaugurou uma nova era de testes de alta precisão da TRG, que continua até os dias de hoje, com destaque para resultados épicos, como:

- (i) as detecções diretas de ondas gravitacionais (provenientes da fusão de dois buracos negros e também da fusão de duas estrelas de nêutrons) feitas pelas colaborações denominadas Observatório Avançado de Ondas Gravitacionais por Interferômetro Laser (Advanced Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory - Ligo, em inglês) e Virgo, a partir de 2015 - um século após a publicação da TRG;
- (ii) a obtenção da primeira imagem da sombra de um buraco negro, feita pela colaboração denominada Telescópio Horizonte de Eventos (Event Horizon Telescope - EHT, em inglês) e publicada este ano - um século após a primeira comprovação experimental da TRG em Sobral.

Alguns cientistas acreditam que resultados modernos de observações astronômicas, especialmente na faixa de comprimento de onda de rádio, confirmam a previsão relativística. Alguns outros ainda vêm problemas técnicos não resolvidos e preferem se acautelar, a tomar uma conclusão precipitada. Esta questão deverá aguardar até 2010-2011, quando o satélite GAIA, um mega-projeto de astrometria Norte-americano e Europeu, será lançado (veja mais detalhes em <http://gaia.esa.int/>). O satélite GAIA possui dois telescópios astrométricos que farão medidas de posição e movimento de um bilhão de estrelas. Como sub-produto deverão ser detectados dezenas de milhares de planetas extrasolares, dezenas de milhões de galáxias distantes e cerca de 500 mil quasares. Estes quasares deverão ser utilizados como fontes de luz para o estudo da deflexão por Júpiter e Saturno, com uma precisão experimental inquestionável da ordem de 0,01%. Astrônomos Brasileiros também participam da missão GAIA.

Concluindo, qual é a real importância de Sobral na ciência moderna?

Sobral encontrou-se no local certo e no tempo certo para ser o palco perfeito para uma encenação científica, que teve profundas repercussões sociais, políticas, psicológicas e científicas no desenvolvimento da Humanidade. Sobral permanecerá como fonte riquíssima de inspiração, para todos aqueles que quiserem buscar uma melhor compreensão do ser humano em seus vários matizes.

Incidentalmente, o comportamento de Eddington, a saber, o abuso da autoridade e a atitude preconceituosa -- ambos inadmissíveis em quaisquer atividades -- foram utilizados na ciência no passado, e continuam sendo utilizados no presente. Existem traços claros destes comportamentos em alguns setores da cosmologia moderna, por exemplo.

#### 01.04 Bibliografia

LIMA, José Ademir Sales; SANTOS, Rose Clívia. Do Eclipse Solar de 1919 ao Espetáculo das Lentes Gravitacionais. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, vol. 41, suppl.1, e20190199, 2019.

CASTIÑEIRAS J., CRISPINO L. C. B., *Relatividade geral: fundamentos e primeira comprovação experimental*, *Ciencia e Cultura*, vol.71, no.3, São Paulo, July/Sept. 2019 Disponível em <http://dx.doi.org/10.21800/2317-66602019000300007> . Acesso em: 15 abr 2022.

CRISPINO, L. C. B.; LIMA, M. C. de. "A teoria da relatividade de Einstein apresentada para a Amazônia". *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 38, e4203-1-e4203-12. 2016.

CRISPINO, L. C. B.; KENNEFICK, D. J. "A hundred years of the first experimental test of general relativity", *Nature Physics*, v. 15, pp. 416-419. 2019.

CROMMELIN, A. C. D. "The eclipse expedition to Sobral", *The Observatory*, London, v. 42, pp. 368-371. 1919.

# Aula 06 Lentes Gravitacionais

## Conceitos Físicos e Aplicações

### 6.1 Introdução

É conhecido por Lente Gravitacional (LG) o fenômeno que ocorre com a luz ao ser desviada devido a um campo gravitacional resultante da presença de matéria em uma região do Universo no caminho entre observador e fonte luminosa. Esse efeito de lente pode ser exercido por um elemento simples como uma estrela ou planeta, ou, um conjunto de elementos maiores e mais complexos como várias galáxias.

### 6.2 A Cronologia das Descobertas

Em seu livro de óptica publicado em 1704, Newton apresenta uma teoria corpuscular da luz, e assim, era de se esperar que já seriam considerados por ele os efeitos da gravidade que grandes concentrações de matéria exercem sobre essas partículas que compõem os raios de luz. Isso de fato ocorreu, apesar de Newton não ter apresentado cálculos explícitos sobre esse fenômeno.

Com essa mesma abordagem newtoniana, John Michell (1724-1793) e Pierre Laplace (1749-1827) demonstraram independentemente um importante resultado sobre a teoria corpuscular da luz. Segundo ambos os teóricos, grandes quantidades de matéria poderiam apresentar uma atração gravitacional tão intensa que impedisse que mesmo os corpúsculos de luz escapassem de sua superfície, apresentando-se então completamente escuros. Mais tarde, esses corpos foram denominados Buracos Negros.

A explicação desse fenômeno, fisicamente falando, é que a partículas de luz não teriam uma velocidade maior ou igual à velocidade de escape da superfície do astro de massa  $M$  e raio  $R$ , ou seja,  $v_e = \sqrt{2GM/R}$ . Em 1801, Johan Soldner (1776-1833) apresentou os cálculos explícitos sobre o desvio sofrido por uma partícula que incidia com um parâmetro de impacto  $b > R$  nas imediações de uma esfera de massa  $M$  e raio  $R$ . Nesses cálculos foram obtidos os espalhamentos balísticos quando considerados os efeitos gravitacionais criados por uma força  $F \propto 1/r^2$  (LIMA; SANTOS, 2019).

O resultado obtido por Soldner para a deflexão angular determinada pelo Sol, que aqui denominaremos resultado newtoniano ( $\alpha_N$ ) foi:

$$\alpha_N = \frac{2GM}{c^2 b} \equiv 0",875 \left( \frac{M}{M_\odot} \right) \left( \frac{R_\odot}{b} \right) \quad (4)$$

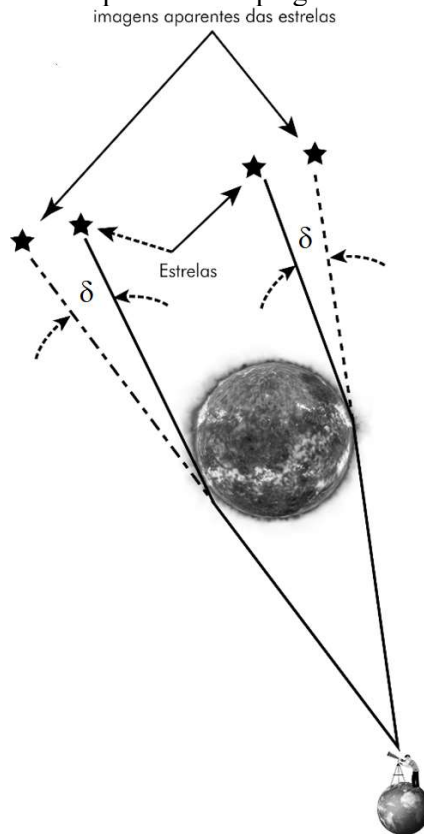
em que  $G$  é a constante de gravitação universal,  $b$  o parâmetro de impacto, e,  $M_\odot$  e  $R_\odot$ , respectivamente a massa e raio do Sol. Note então que, substituídos os valores conhecidos dos parâmetros da equação acima, quando tivermos um raio de luz defletido pelo Sol ( $M = M_\odot$ ) que passa rasante em sua superfície ( $b = R_\odot$ ), obteremos o resultado newtoniano,  $\alpha_N = 0",875$ .

Em 1905, a publicação da relatividade especial de Einstein trouxe profundas alterações no entendimento da relatividade galileana e da dinâmica newtoniana. A gravitação de Newton foi revista e o conceito de ação à distância e velocidade infinita eram incompatíveis com o novo modelo. Nessa nova abordagem einsteiniana todos os campos físicos devem se propagar com velocidade finita, assim com as ondas eletromagnéticas. No mesmo ano, Poincaré previu a emissão e propagação finita de radiação gravitacional.

Em 1911, Einstein reiniciou sua busca por uma teoria de gravitação relativística e, em 1915, ao considerar que a luz se propaga em uma geodésica que seria a nova reta no espaço-tempo curvo, obteve uma expressão de deflexão da luz análoga ao resultado obtido por Soldner:

$$\alpha_E = \frac{4GM}{c^2 b} \equiv 1",75 \cdot \left( \frac{M}{M_\odot} \right) \left( \frac{R_\odot}{b} \right) \quad (5)$$

Figura 7 - Efeito de deflexão da luz vinda de uma estrela distante, e que passa nas proximidades do Sol, determinado pelo seu campo gravitacional.



Fonte: Reproduzida pelo autor. Inspirada em Lima e Santos (2019).

Observe que esse resultado difere por um fator 2 do resultado obtido por meio da mecânica newtoniana, o que reflete exatamente a da curvatura do espaço-tempo. Lembrando que o ângulo de deflexão é adimensional, podemos escrever o resultado acima em função de apenas dois parâmetros importantes, sendo eles:

- e) raio gravitacional ou raio de Schwartzschild: é o raio obtido considerando a velocidade da luz como a velocidade de escape do corpo considerado, e vale  $R_g = \frac{2GM}{c^2}$  ; e,
- f) o parâmetro de impacto  $b$ .

Sendo então o ângulo de deflexão adimensional, utilizando uma constante numérica, podemos escrever:

$$\hat{\alpha} = \gamma \frac{R_g}{b} = \gamma \frac{2GM}{c^2 b} \quad (6)$$

Em que  $\gamma=1$  na abordagem newtoniana e  $\gamma=2$  para a abordagem relativística einsteiniana.

Na Figura 7 observamos o efeito de deflexão da luz vinda de uma estrela distante, e que passa nas proximidades do Sol, determinado pelo seu campo gravitacional. Note que o desvio faz com que o astrônomo no planeta Terra veja a imagem da estrela deslocada de sua posição real. Essa foi de fato a primeira observação física do efeito de lente gravitacional.

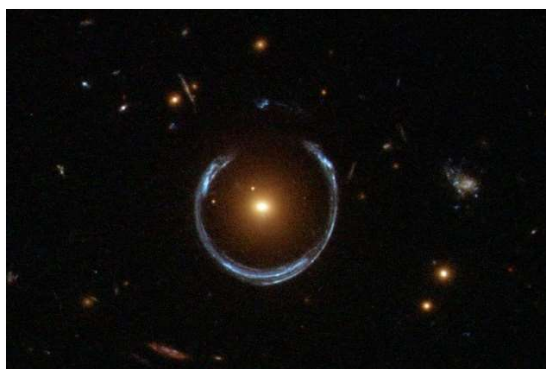
Em um eclipse, o desvio angular pode ser obtido pela superposição das imagens da estrela distante obtidas na presença do Sol e no período noturno, sem o Sol. Esse desvio é pequeno, no entanto, evidencia o fator  $\gamma=2$  obtido na interpretação einsteiniana do desvio.

Devemos também enfatizar aqui outros dois resultados importantes que as lentes gravitacionais trazem no campo da cosmologia:

- c) a equação de desvio da luz permite a determinação da massa do objeto responsável pelo desvio, e logo, pelo campo gravitacional, e,;
- d) o desvio determinado pela massa independe da natureza da matéria constituinte dessa massa, ou seja, matéria bariônica (nêutrons, prótons etc.) ou outra ainda desconhecida, o que poderá trazer um resultado de grande importância para o desenvolvimento futuro da cosmologia.

Em 1924, Chwolson mostrou que em caso de alinhamento entre fonte distante, lente gravitacional e observador, a imagem da fonte seria observada como um anel de luz em torno da lente que causa deflexão. Esse resultado foi posteriormente denominado anel de Einstein. Em 1936, o próprio Einstein fez o cálculo desse anel.

Figura 7 – Anéis de Einstein observado pelo telescópio Hubble



Fonte: ESA Hubble/NASA (Reprodução).

Na Figura 7 podemos observar uma bela imagem de miragem gravitacional que mostra um anel quase completo de estranhos objetos esticados em azul, que se estendem em um círculo. Na verdade, são apenas as múltiplas imagens formadas de uma única galáxia. O fenômeno ocorre devido à distorção da luz de uma galáxia azul muito distante determinada pelo campo gravitacional da grande galáxia vermelha brilhante (LRG 3-757) em primeiro plano. Para que esse evento possa ser observado é necessário o alinhamento quase perfeito da galáxia do fundo e da galáxia em primeiro plano. Nessa imagem, o telescópio Hubble foi capaz de fotografar um círculo. Estes são os chamados anéis de Einstein.

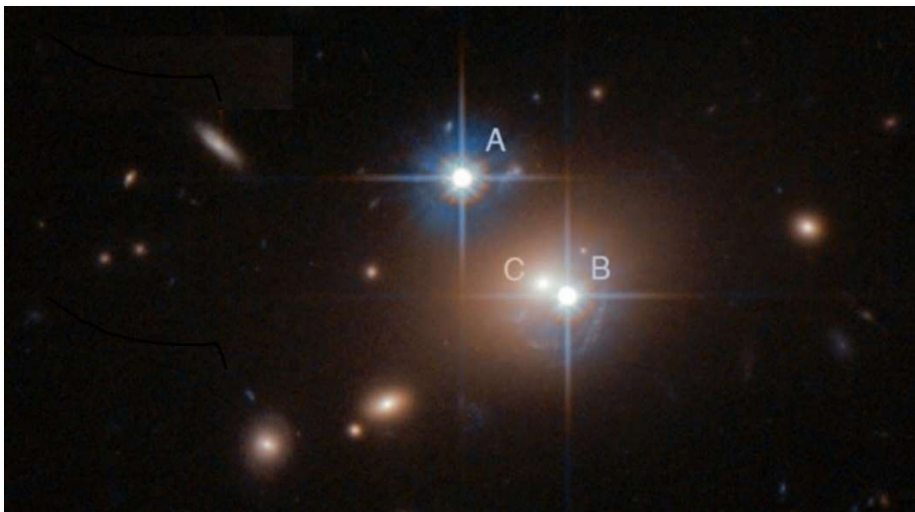
Em 1937, Fritz Zwicky apresentou importantes resultados sobre as lentes gravitacionais. Entre eles, mostrou que as nebulosas seriam objetos mais adequados para a observação desse fenômeno devido às suas grandes massas, ressaltou o efeito de ampliação que a lente gravitacional de uma galáxia determinaria na observação de outra galáxia mais distante e as novas linhas de estudo cosmológico que o cálculo indireto das massas pelo efeito de lentes poderia significar. Mesmo assim, os resultados de Zwicky não trouxeram grandes consequências, e o tema permaneceu então sem grandes avanços até a década de 60. Esse grande período de pouca evolução no estudo das lentes é chamado por Ademir e Santos (2019) de Idade Média das Lentes Gravitacionais.

A descoberta dos quasares em 1963 trouxe uma nova luz no estudo das lentes gravitacionais. Esses objetos com aparência quase estelar (em inglês, *quasistellar object*, QSO) são extremamente compactos e luminosos, apresentando grande redshift por estarem em enormes distâncias. Assim, seriam certamente lenteáveis como previa Zwicky.

Em 1964, Refsdal observou o lenteamento de uma supernova (SN) resultante do campo gravitacional de uma galáxia entre a SN e a Terra que, sendo um evento explosivo, pode ser medido em momentos distintos nas diferentes imagens, permitindo então que fosse estabelecido um time delay para os diversos caminhos. Isso também pode ser medido em qualquer evento pulsante ou variável. Naquela ocasião, além de uma estimativa da massa da galáxia também pode ser calculada a constante de Hubble ( $H_0$ ).

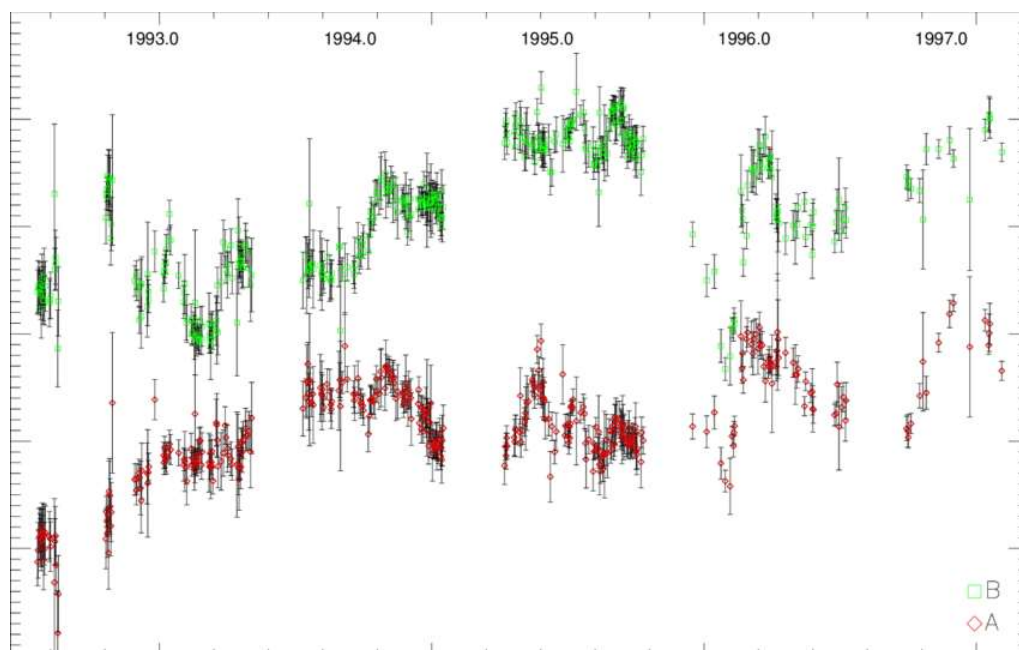
Já em 1979, Walsh, Carswell e Weymann observaram a primeira formação de duas imagens por uma fonte extragaláctica, o quasar QSO 0957+561(A&B). A similaridade das imagens obtidas no redshift  $z \approx 1,4$  mostra que são emitidas por um mesmo objeto lenteado. As imagens e os dados obtidos nessa observação estão apresentados na Figura 9. A descoberta desse quasar duplo atraiu muitos pesquisadores e estimulou o estudo das LG.

Figura 8 – Imagem do telescópio Hubble do quasar QSO 0957+561 com suas duas imagens formadas em azul (A e B) e a galáxia lente avermelhada(C)



Fonte: ESA/Hubble & NASA.

Figura 9 - Resultados de fotometria de abertura de QSO 0957+561 A, B



Fonte: ESA/Hubble & NASA).

### 5.3 Classificação das Lentes Gravitacionais

As LG são divididas em 2 classes distintas relevantes:

3) **macrolentes**: são subdivididas em Lentes Fortes e Lentes Fracas. São lentes fortes os aglomerados de galáxias em que aparecem os grandes arcos (*giant arcs*) e pequenos arcos (*arclets*). Em geral, as Lentes Fortes produzem imagens múltiplas, o que indica a presença de vários campos gravitacionais intensos, e consequentemente várias lentes fortes. Por outro lado, a Lente Fraca é resultante da falta de homogeneidade na distribuição da matéria no Universo, determinando então inhomogeneidades no campo gravitacional presente no caminho da luz, o que causa a distorção nas imagens formadas.

4) **microlentes**: são observadas em eventos em que a separação das imagens é pequena, da ordem de arcos de microssegundos. Esses eventos, apesar do nome, são de grande intensidade e são observados na presença de lentes criadas por planetas, estrelas e quasares.

### 5.4 Equacionando as Lentes Gravitacionais

Para melhor entendimento do equacionamento de uma lente gravitacional, trataremos inicialmente o caso de um objeto fonte tratado como pontual e uma lente defletora com uma simetria circular e de pequena dimensão em relação ao meio de propagação da luz (lente fina). Esse caso acontece, por exemplo, com galáxias elípticas.

Considere assim, para cálculo inicial do desvio, conforme representado na Figura 10, uma fonte de luz (F) bem afastada de uma lente gravitacional (L) de massa M. Sabemos que o ângulo  $\hat{\alpha}$  é definido pelo modelo einsteiniano da forma ,

$$\hat{\alpha} = \frac{4GM}{c^2 b} . \quad (7)$$

Sendo que podemos escrever para o ângulo  $\beta = (\theta - \alpha)$  e, para pequenos ângulos podemos adotar  $\alpha = \hat{\alpha} \left( \frac{d_{LF}}{d_{OF}} \right)$ , obtendo então a equação de lente:

$$\beta = \theta - \hat{\alpha} \left( \frac{d_{LF}}{d_{OF}} \right) \quad (8)$$

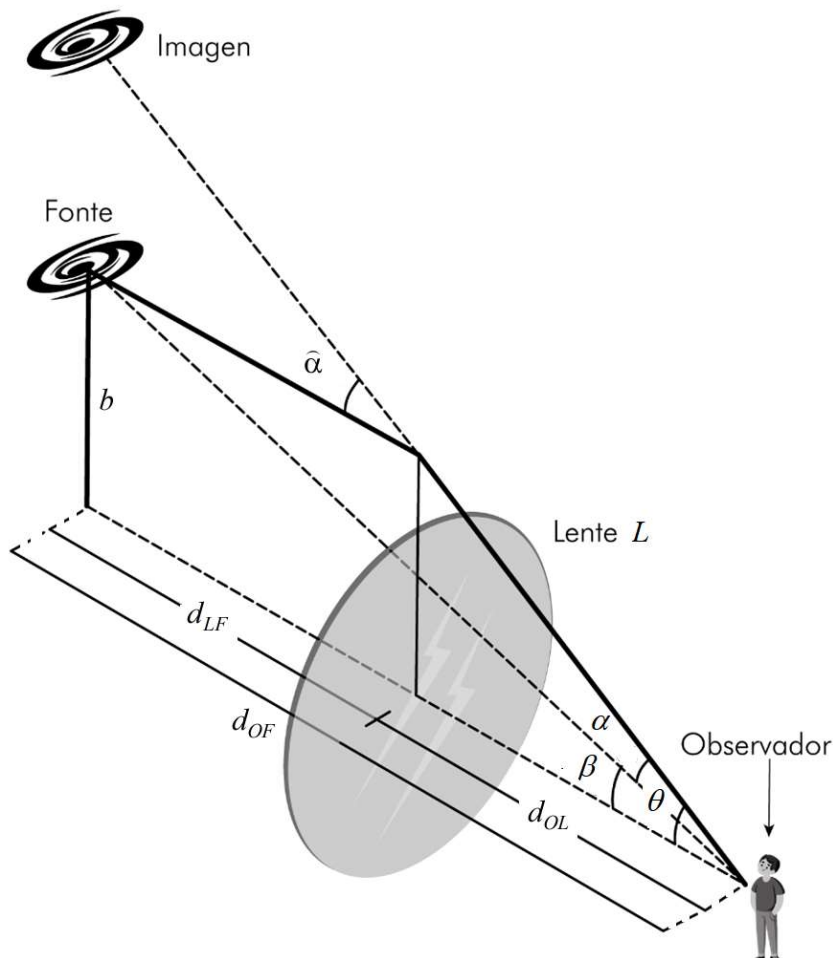
Podemos também notar nessa figura que o parâmetro de impacto pode ser escrito da forma  $b = \theta \cdot d_{OL}$ , que substituído em (6) e (7), fornece:

$$\beta = \theta - \left[ \frac{4GM}{c^2 \theta d_{OL}} \left( \frac{d_{LF}}{d_{OF}} \right) \right] \quad (9)$$

Nessa equação chamaremos de  $\theta_E^2$  o valor  $\frac{4GM}{c^2 d_{OL}} \left( \frac{d_{LF}}{d_{OF}} \right)$ , escrevendo então:

$$\beta = \theta - \frac{\theta_E^2}{\theta} \quad (10)$$

Figura 10 - Fonte de luz (F) bem afastada de uma lente gravitacional (L) de massa M



Fonte: Reproduzida pelo autor. Inspirada em Lima e Santos (2019).



Observe na Figura 10 que quando objeto, lente e observador estão alinhados podemos fazer  $\beta=0$  e assim, da equação (10) resulta:

$$0 = \theta - \frac{\theta_E^2}{\theta} \Rightarrow \theta = \sqrt{\theta_E^2} = \sqrt{\frac{4GM}{c^2 d_{OL}} \left( \frac{d_{LF}}{d_{OF}} \right)} \quad (11)$$

Podemos ainda adotar o parâmetro  $D = d_{OL} \left( \frac{d_{OF}}{d_{LF}} \right)$  que nos dará a dimensão do fenômeno e escrever, por fim, a equação (11) da forma:

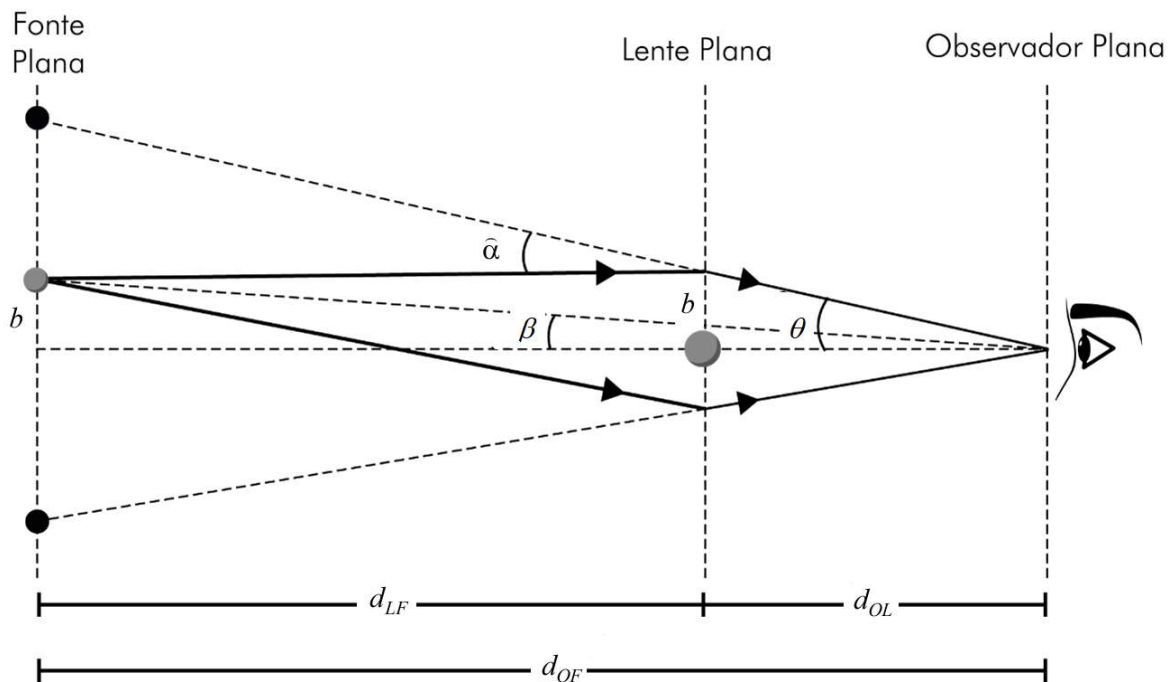
$$\theta_E = \sqrt{\frac{4GM}{c^2 D}} \quad (12)$$

Devido à simetria circular essas soluções de (12) estão degeneradas em uma circunferência formando então o que é conhecido como Anel de Einstein. Podemos então escrever a equação (10) da lente da forma:

$$\theta^2 - \beta\theta - \theta_E^2 = 0 \quad (13)$$

que apresenta duas soluções correspondendo então a duas imagens que não são simétricas, mas se encontram de lados opostos e, devido à simetria circular do problema degeneram os anéis conforme observamos na Figura 11.

Figura 11 - Duas imagens que não são simétricas, mas se encontram de lados opostos e, devido à simetria circular do problema degeneram os anéis de Einstein



Fonte: Reproduzida pelo autor. Inspirada em Lima e Santos (2019).

#### **01.04 Bibliografia**

GASPAR, Alberto. Física: Mecânica, vol. 2, 1. ed. São Paulo: Ática, 2002.

LIMA, José Ademir Sales; SANTOS, Rose Clívia. Do Eclipse Solar de 1919 ao Espetáculo das Lentes Gravitacionais. Revista Brasileira de Ensino de Física, vol. 41, suppl.1, e20190199, 2019.

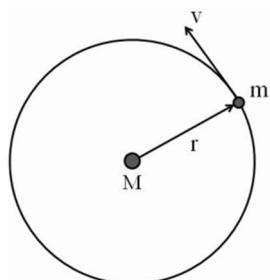
# Aula 07 Lentes Gravitacionais

## As Evidências e Medições de Matéria Escura

### 07.01 A Terceira Lei de Kepler

Os resultados da física clássica foram suficientes para explicar uma grande quantidade de fenômenos físicos e forneceu um maior entendimento do Universo. No entanto, novas descobertas astronômicas inesperadas revelaram um desacordo entre as previsões newtonianas e o comportamento de fato observado na natureza. Um evento de grande importância atualmente estudado sob a luz das lentes gravitacionais é a existência da matéria escura, ou seja, um novo tipo de matéria não bariônica como conhecemos, que não pode ser vista, mas que tenha efeito gravitacional, interferindo na velocidade de rotação das galáxias. Para que possamos entender melhor esse problema retomaremos a terceira Lei de Kepler e sua correspondente dedução newtoniana.

A dedução da terceira Lei de Kepler, ou, Lei dos Períodos pode ser escrita de forma simples a partir da mecânica newtoniana e teoria da gravitação universal. Para isso, vamos considerar um planeta de massa  $m$  que descreva uma órbita circular em torno de uma estrela de massa  $M$  muito maior que a do planeta ( $M \gg m$ ) de tal maneira que possa ser considerada em repouso.



**Figura 07.01:** Planeta em órbita circular em torno de uma estrela de grande massa.

Sendo o movimento circular de raio  $r$  e velocidade  $v$ , a força de atração gravitacional  $F_G$  é responsável pela aceleração centrípeta  $\left(\frac{v^2}{r}\right)$  sofrida pelo planeta a cada instante, sendo que pela lei de gravitação universal de Newton temos:

$$F_G = \frac{GMm}{r^2}$$

onde  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$  é a constante gravitacional. Aplicando então a Segunda Lei de Newton para a força gravitacional resulta,  $F_G = ma$  ou seja:

$$\frac{GMm}{r^2} = m \left( \frac{v^2}{r} \right)$$

e, portanto:

$$v^2 = \frac{GM}{r}$$

Obtemos assim uma relação entre a velocidade e o raio de órbita do planeta da forma:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

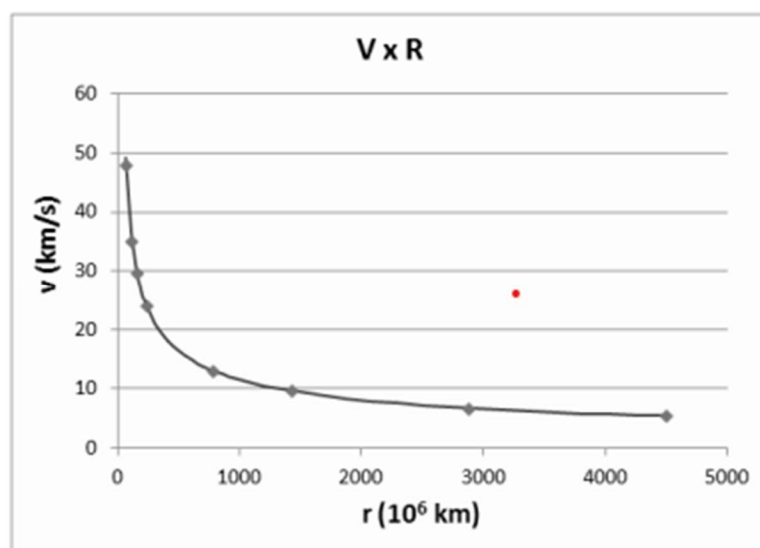
Essa relação é conhecida como *curva de rotação* dos corpos que orbitam essa estrela considerada, e ela prevê que a velocidade de órbita diminui à medida que aumenta o raio de órbita do planeta considerado. A curva de rotação é uma forma de se expressar a Terceira Lei de Kepler. Para obtermos essa correspondência basta considerarmos  $T$  o período da órbita do planeta e escrever a velocidade de órbita como

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

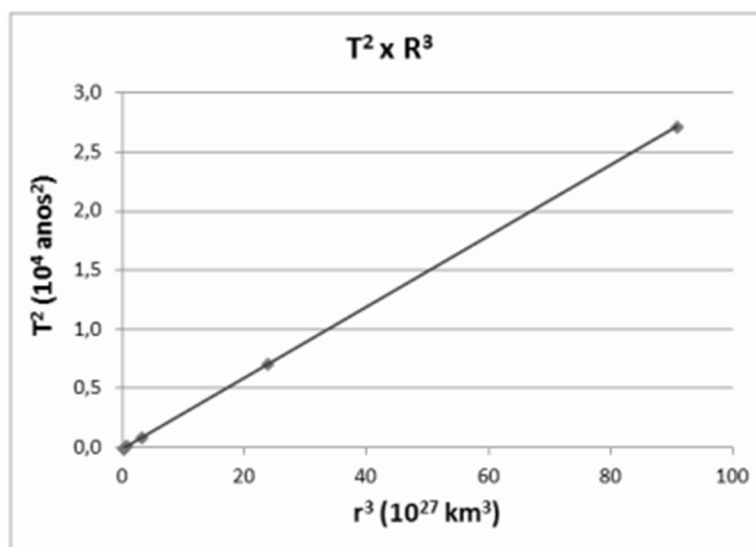
que substituído em (10.9) leva à forma mais conhecida da terceira Lei de Kepler,

$$T^2 = \left( \frac{4\pi^2}{GM} \right) r^3.$$

Esse resultado pode ser comprovado experimentalmente quando aplicado ao Sistema Solar. O Sol possui cerca de 99% de toda massa do sistema e, quando comparamos a curva de rotação com os dados orbitais de Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter, Saturno e Netuno, obtemos uma excelente concordância entre os dados empíricos e a terceira Lei de Kepler, tanto na forma  $v \times r$  quanto no formato usual  $T^2 \times r^3$ . Observe os gráficos a seguir.



**Figura 07.02:** Curva de rotação para o sistema solar. Os pontos identificam os valores observados para os planetas enquanto a linha representa a curva de rotação prevista pela terceira Lei de Kepler.



**Figura 07.03:** Relação de Kepler para o sistema solar. Os pontos identificam os valores observados para os planetas enquanto a linha representa a previsão da terceira Lei de Kepler.

## 07.02 Curvas de Rotação das Galáxias

Sabemos que as estrelas não se encontram uniformemente distribuídas no Universo. De fato, elas estão agrupadas em Galáxias que apresentam formas variadas e reúnem bilhões de estrelas de idades e formatos variados. Nessas galáxias, além de estrelas existe um meio estelar, composto de gás, essencialmente hidrogênio atômico e molecular e poeira.

De forma geral, para o objetivo que queremos alcançar sobre a velocidade de rotação das galáxias, podemos classificá-las em três grupos importantes:

- i. *Galáxias espirais*: possuem o formato de um disco achatado com um bojo central. Normalmente o disco apresenta espirais com diferentes concentrações de estrelas. Podemos considerar que as estrelas do disco descrevem orbitas praticamente circulares em torno do centro da galáxia;
- ii. *Galáxias elípticas*: que apresentam uma forma arredondada que não caracteriza um disco e em geral são mais alongadas em uma direção que nas outras;
- iii. *Galáxias irregulares*: que não tem forma de disco e não são arredondadas.

Toda matéria constituída por estrela, gás e poeira do meio estelar giram em torno do centro das galáxias. Para as galáxias espirais esse movimento é praticamente circular e, assim, uma curva de rotação pode ser construída, à medida que variamos o raio de rotação da estrela em relação ao centro da galáxia. Analogamente ao que fizemos com o Sistema Solar. Assim, esperamos é claro um comportamento conforme descrito pela Terceira Lei de Kepler, sendo que o bojo central de grande concentração de massa exerce um papel análogo ao corpo central orbitado no Sistema Solar ou pelos satélites de Júpiter que é o planeta central.

Nas figuras abaixo observamos as curvas de rotação de três galáxias espirais conhecidas, NGC6503, NGC7331 e NGC2903.

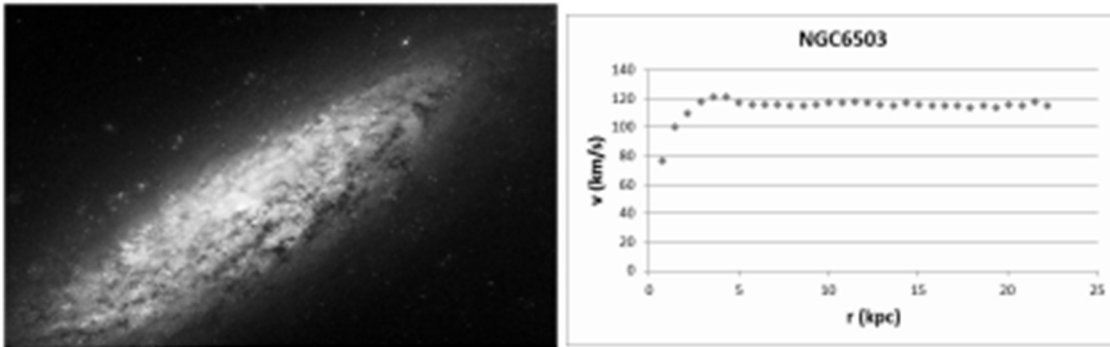


Fig. 07.03: Galáxia NGC6503 e sua curva de rotação.

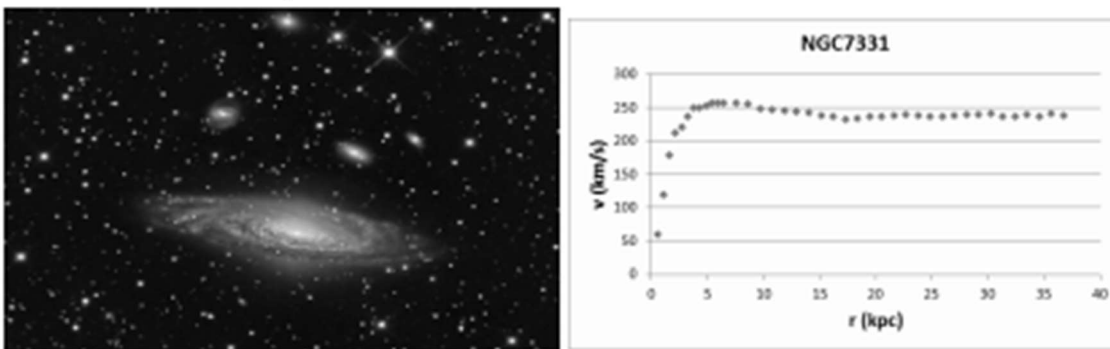


Fig. 07.04: Galáxia NGC7331 e sua curva de rotação.

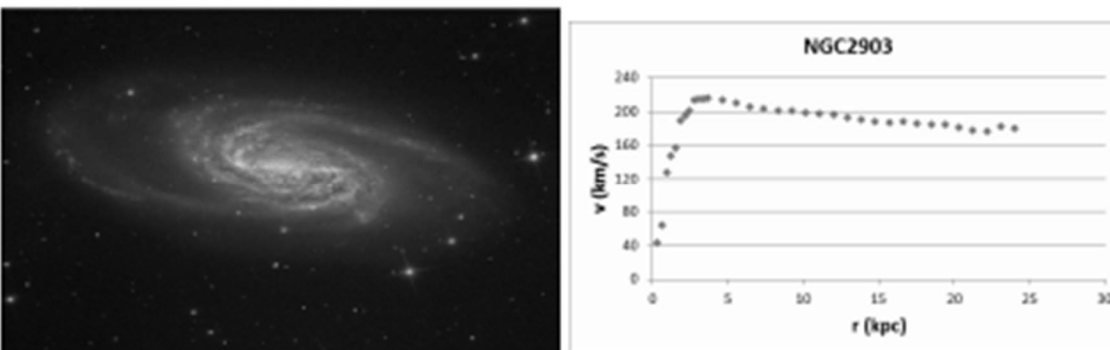


Fig. 07.05: Galáxia NGC2903 e sua curva de rotação.

:

Nos gráficos acima as distâncias foram dadas em *parsecs* (pc) ( $1 \text{ pc} = 3,26 \text{ anos-luz}$ ). Denominamos raio da galáxia a região visível da galáxia, ou seja, a distância medida a partir do centro até onde o brilho se torna muito pequeno. Assim, nas galáxias apresentadas acima temos para a NGC6503 o raio de 5,3 kpc, para a NGC7331 o raio de 23,3 kpc e para a galáxia NGC2903 o raio de 11,7 kpc.

No entanto devemos observar que as curvas de rotação apresentadas vão até valores bem superiores aos raios de suas respectivas galáxias. Isso se deve ao fato de podermos observar a velocidade de rotação do hidrogênio que se localiza em grandes distâncias do centro e emite ondas de rádio que podem ser observadas em radiotelescópios, mas não são vistas a olho nu e assim não contribuem com o brilho da galáxia na faixa do visível.

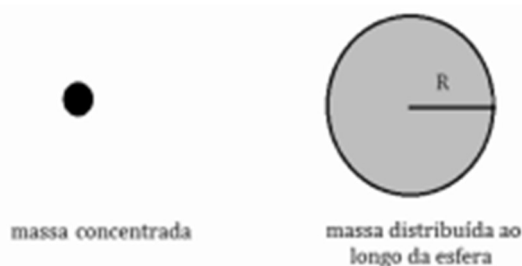
Assim, podemos observar pelas curvas de rotação apresentadas por essas galáxias um resultado bem diferente do previsto pela terceira Lei de Kepler, sendo que duas características desse resultado devem ser ressaltadas:

- i) Próximo ao centro da galáxia a velocidade orbital aumenta com o raio (distância até o centro);
- ii) Para distâncias maiores a velocidade orbital permanece praticamente constante à medida que o raio varia.

O primeiro ponto pode ser explicado pela dimensão e distribuição da massa da galáxia como faremos na próxima secção. Já o segundo ponto será tratado mais adiante e nos trará um resultado que terá como possível justificativa a matéria escura presente na galáxia.

### 07.03 Influência do tamanho da galáxia

Na análise das órbitas dos planetas do Sistema Solar e dos satélites de Júpiter consideramos os corpos centrais orbitados como massas pontuais, sendo que, conforme a gravitação universal newtoniana, o mesmo resultado seria obtido caso considerássemos as reais dimensões desses corpos. De fato, caso considerássemos esses corpos como esferas teríamos uma modificação no campo gravitacional obtido no interior dessa esfera onde não há corpo em órbita.



**Fig. 07.06:** Massa pontual e massa distribuída em uma esfera de raio  $R$ . Ambas determinam o mesmo campo gravitacional para distâncias  $r \geq R$ , mas determinam diferentes campos para  $r < R$ .

Para entendermos a variação da velocidade orbital de estrelas e gases no interior de uma galáxia e preciso levar em consideração a interferência devido à distribuição de massa em todo seu volume. Para isso, de forma simplificada trataremos a galáxia como uma esfera de distribuição uniforme de massa. De fato, em uma galáxia espiral, o bojo de formato esférico concentra grande parte de sua massa, enquanto uma outra parte considerável está distribuída em seu disco de maneira não uniforme.

Podemos calcular o campo gravitacional no interior da galáxia lembrando que pela gravitação universal newtoniana a força gravitacional atuante em um corpo em uma posição a uma distância  $r$  ( $r < R$ ) depende apenas da massa interna a uma esfera de raio  $r$  concêntrica com a esfera total de raio  $R$  e massa total  $M$ . Consideraremos então a densidade ( $\rho$ ) da galáxia uniforme podemos calcular a massa  $M(r)$  interna à esfera de raio  $r$  da forma:

$$M(r) = \rho \cdot V(r)$$

$$M(r) = \rho \cdot \left( \frac{4}{3} \pi r^3 \right) = \frac{M}{\left( \frac{4}{3} \pi R^3 \right)} \left( \frac{4}{3} \pi r^3 \right) = M \frac{r^3}{R^3}$$

Assim, o módulo da força de atração gravitacional  $F_G(r)$  sobre uma partícula de massa  $m$  em órbita no interior da galáxia a uma distância  $r < R$  do centro resulta:

$$F_G(r) = \frac{GM(r) \cdot m}{r^2} = \frac{G \left( M \frac{r^3}{R^3} \right) m}{r^2} = \left( \frac{GMm}{R^3} \right) r$$

É importante observar que obtivemos como resultado uma força diretamente proporcional à distância, e não inversamente proporcional ao quadrado, como ocorreu com o ponto material. A partir desse resultado podemos então calcular a curva da velocidade de rotação lembrando que a aceleração centrípeta do corpo em órbita vale  $a_c = \frac{v^2}{r}$ . Logo, aplicando a segunda lei de Newton temos:

$$m \frac{v^2}{r} = \left( \frac{GMm}{R^3} \right) r,$$

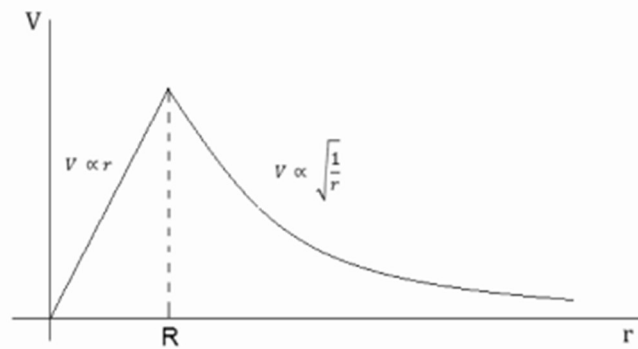
ou seja,

$$v = \left( \sqrt{\frac{GM}{R^3}} \right) r, \text{ se } r \leq R.$$

Sendo que para corpos fora da esfera temos o mesmo resultado obtido para massas centrais pontuais:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}, \text{ se } r \geq R.$$

A partir desse resultado podemos traçar a curva completa de rotação esperada para corpos em órbita na galáxia conforme o gráfico a seguir:



Nesse gráfico podemos claramente notar o crescimento linear da velocidade com o raio para valores de  $r \leq R$ , o que é de forma qualitativa semelhante aos dados experimentais observados. De fato, quando comparamos a curva esperada com os dados observados notamos algumas diferenças quantitativas, como ocorre na figura abaixo para as galáxias NGC 6503, NGC 7331 e NGC 2903. Nessas comparações, o raio  $R$  e massa  $M$  da galáxia foram ajustados de tal forma que a velocidade máxima observado coincida com o pico da curva prevista no modelo construído. A discrepância observada nos dados para  $r \leq R$  se deve em grande parte ao modelo simples adotado para a distribuição de massa da galáxia. Mas mesmo esse modelo simples é suficiente para mostrar uma curva de velocidade crescente da galáxia devido ao seu raio  $R$  finito. No entanto, observe que para valores de  $r \geq R$  a curva prevê um decréscimo da velocidade de rotação com o raio, o que não é observado nem qualitativamente pelos dados que mostram na verdade uma velocidade de rotação praticamente constante à medida que  $R$  aumenta.



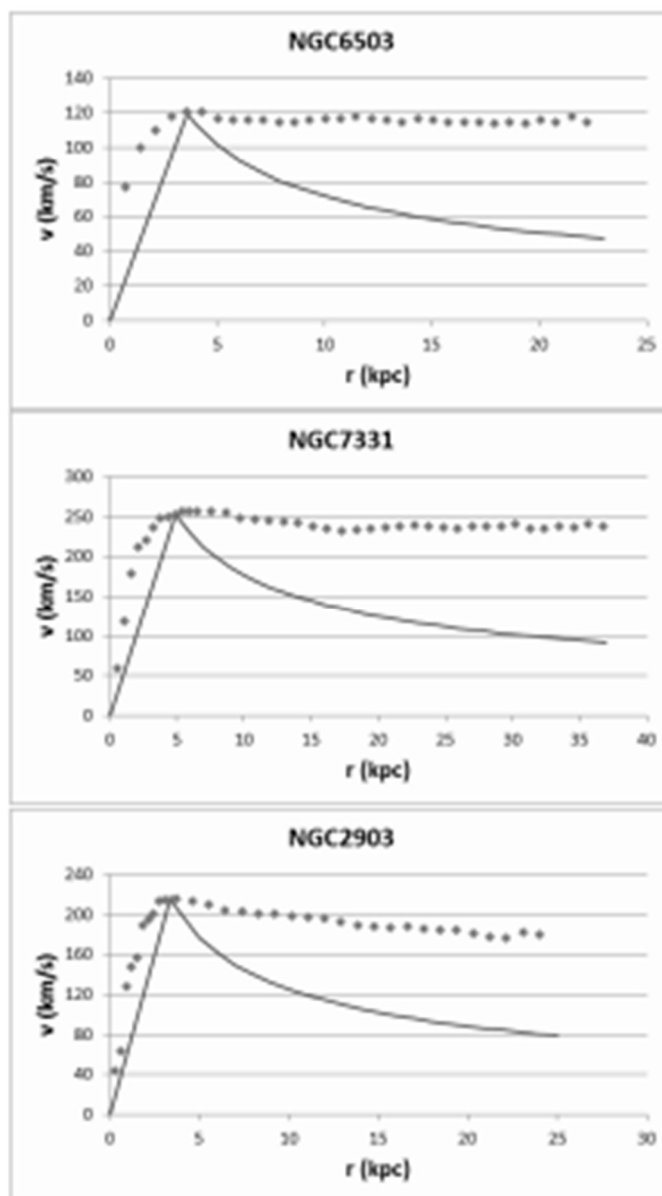


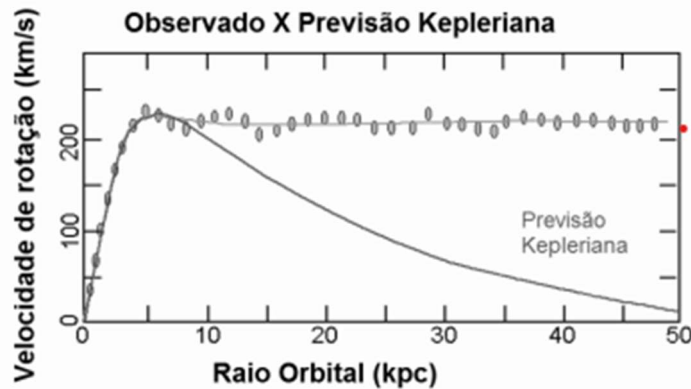
Fig. 07.07: Comparação da curva esperada com os dados observados para as galáxias NGC 6503, NGC 7331 e NGC 2903. Nessas comparações, o raio  $R$  e massa  $M$  da galáxia foram ajustados de tal forma que a velocidade máxima observado coincida com o pico da curva prevista no modelo construído.

#### 07.04 A Matéria Escura

Observamos então que a curva de rotação das galáxias apresenta um resultado diferente daquele previsto pela terceira lei de Kepler. Para melhor entendimento desse resultado basta, de forma mais simples, considerar um objeto de massa  $m$  que gira à uma distância  $r$  do centro de uma galáxia, ainda na sua região luminosa. Conhecida a massa da galáxia  $M(r)$  que determina sobre o objeto a força gravitacional que atua como agente centrípeto ( $F_G = F_{Cp}$ ), podemos calcular a velocidade rotação por meio da física newtoniana obtendo então o resultado

$$v(r) = \sqrt{\frac{GM(r)}{r}}.$$

Além da parte luminosa, considerando então a massa  $M(r)$  constante, teríamos  $v(r) \propto \sqrt{\frac{1}{r}}$ , ou seja, a velocidade respeitaria um movimento kepleriano conforme os planetas do Sistema Solar.



**Fig. 07.08:** Comparação da curva esperada pela lei de Kepler com os resultados obtidos para a curva de rotação da galáxia.

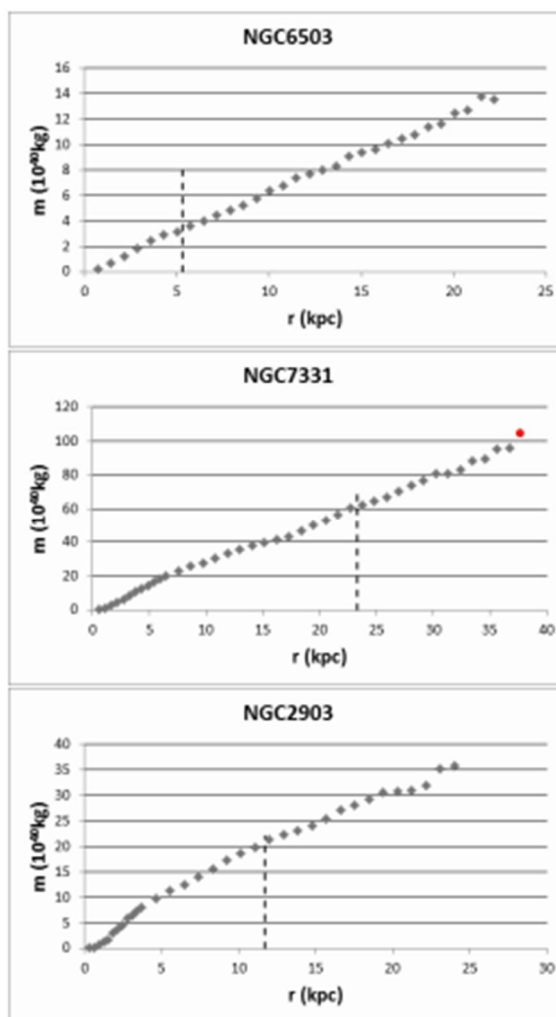
No entanto, as observações mostram que as velocidades periféricas permanecem quase constantes, não diminuindo com a distância como prevê a mecânica newtoniana. Uma possível solução seria então a presença de algum tipo de matéria não bariônica nessa região, que não brilha mas é capaz de interagir gravitacionalmente com o corpo em rotação. De fato, se tivéssemos na periferia uma relação do tipo  $M(r) \propto r$ , resultaria uma velocidade de rotação constante. Podemos observar na Figura 07.08 uma comparação entre a curva de velocidade esperada para a galáxia Messier 33 e a curva de rotação obtida em observações astronômicas.

Uma outra possibilidade para justificar essa discrepância seria que houvesse algum erro na segunda lei de Newton no cálculo altas acelerações como as encontradas nas periferias das galáxias. Não abordaremos essa possível correção a ser feita na mecânica newtoniana, já que a opção de uma nova forma de matéria presente na galáxia ser a mais aceita atualmente.

Considerando ainda a possibilidade de existência de uma nova forma de matéria, podemos fazer um caminho inverso e, a partir da relação 07.01 determinar uma curva de massa presente na galáxia responsável pelas velocidades observadas,

$$v(r) = \sqrt{\frac{GM(r)}{r}}$$

Esse resultado pode ser observado no gráfico da figura 05.03. Nele observamos que a massa encerrada num raio  $r$  da galáxia varia proporcionalmente a esse raio. O raio  $R$  do disco da galáxia está marcado por uma linha tracejada.



**Fig. 07.09:** Massa encerrada nas galáxias NGC 6503, NGC 7331 e NGC 2903. As linhas tracejadas marcam o raio da parte visível de cada galáxia.

Note pelo gráfico que a maior parte da massa se encontra em uma parte que vai bem além do raio visível da galáxia. Essa matéria associada à parte da galáxia que não pode ser vista é denominada *matéria escura*. Essa matéria não emite qualquer tipo de radiação eletromagnética, no entanto, interage gravitacionalmente alterando a curva de rotação da galáxia.

Essa nova massa encontrada é muito maior que aquela identificada pelo brilho das estrelas e gás interestelar. Em geral, o brilho por unidade de massa de uma galáxia é da ordem de 0,3 do brilho por unidade de massa do Sol. Como a massa do Sol é conhecida, a partir dela também podemos estimar a massa de uma galáxia. Fazendo essa análise encontraremos resultados muito inferiores aos do gráfico 05.03. A massa total encontrada a partir da curva de rotação é cerca de 7 vezes maior que a encontrada pela luz visível na galáxia NGC 6503 e cerca de 4 vezes maior para NGC 7331 e NGC 2903.

A partir desses resultados podemos construir uma imagem da distribuição de massa em uma galáxia espiral profundamente alterada. Nela, além do bojo e disco que contêm a matéria visível, também encontraremos um grande halo de matéria escura que envolve essas regiões e se estende até grandes distâncias do centro das galáxias, como ilustrado na figura 05.03.



**Fig. 07.10:** Halo de possível matéria escura existente em uma galáxia espiral típica.

### 07.05 A Matéria Escura e as Lentes Gravitacionais

Nos anos 70, Kenneth Freeman, Vera Rubin e colaboradores tentaram então explicar de forma simples as velocidades de rotação das galáxias espirais por meio da existência de uma matéria escura fria (cold dark matter, CDM). A composição de um halo de matéria escura foi atribuída inicialmente a dois possíveis candidatos: objetos massivos ou partículas elementares restantes do Universo primitivo. A conexão com as lentes gravitacionais era então imediatamente esperada. Começava aí a astronomia da matéria invisível em que as lentes gravitacionais desempenhariam papel decisivo. Nessa busca, por meio da variação da magnificação, as LG descartaram a possibilidade da composição do halo por objetos massivos.

Em 1986, Bohdan Paczynski propôs que a variação da magnificação devido a efeitos do movimento relativo entre as lentes e fontes emisoras poderiam identificar objetos compactos escuros presentes na Via Láctea que fossem iluminados por estrelas das Nuvens de Magalhães. Segundo esse método, objetos compactos que cruzassem a linha de visada provocariam uma variação temporária do brilho das estrelas de fundo.

A variação dessa magnificação com o passar do tempo pode ser medida pela curva de luz de Paczynski, conforme se pode observar na Figura 9. No entanto, o resultado geral dos projetos que envolviam a medida de variação de magnificação para identificação de objetos massivos foi negativo. Os objetos compactos com massas  $m \leq 30M_{\odot}$  não foram suficientes para formar um halo escuro que justificasse a curva de rotação da galáxia.

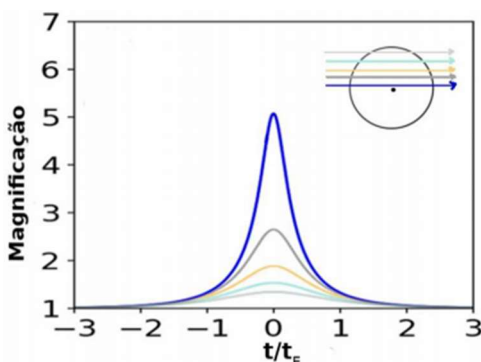


Figura 07.11: Objetos compactos que cruzam a linha de visada de uma fonte luminosa provocam uma variação temporária do brilho de fundo.

Como já vimos no estudo das lentes gravitacionais, a relatividade geral einsteiniana propõe que toda matéria deforma o espaço-tempo ao seu redor, determinando um desvio no caminho de propagação da luz, ou seja, determinando um efeito gravitacional sobre as ondas eletromagnéticas. Para um raio luminoso que passa rasante ao Sol esse desvio determina um ângulo de deflexão calculado da forma

$$\theta = \frac{4GM}{c^2 R}$$

onde R e M são o raio e massa solares. Essa deflexão faz com que uma estrela tenha uma posição aparente diferente da sua posição real.

Assim, as imagens produzidas pela luz desviada das estrelas permitem a determinação da massa responsável por esse desvio. Essa ideia pode ser apresentada no cálculo aparente da massa de uma estrela conforme proposto por Einstein. Se não conhecêssemos a massa do Sol, a partir do ângulo  $\theta$  de deflexão conhecido da luz rasante de uma estrela, poderíamos determinar a sua massa reescrevendo a relação 09.09 da forma

$$M = \left( \frac{c^2 R}{4G} \right) \theta$$

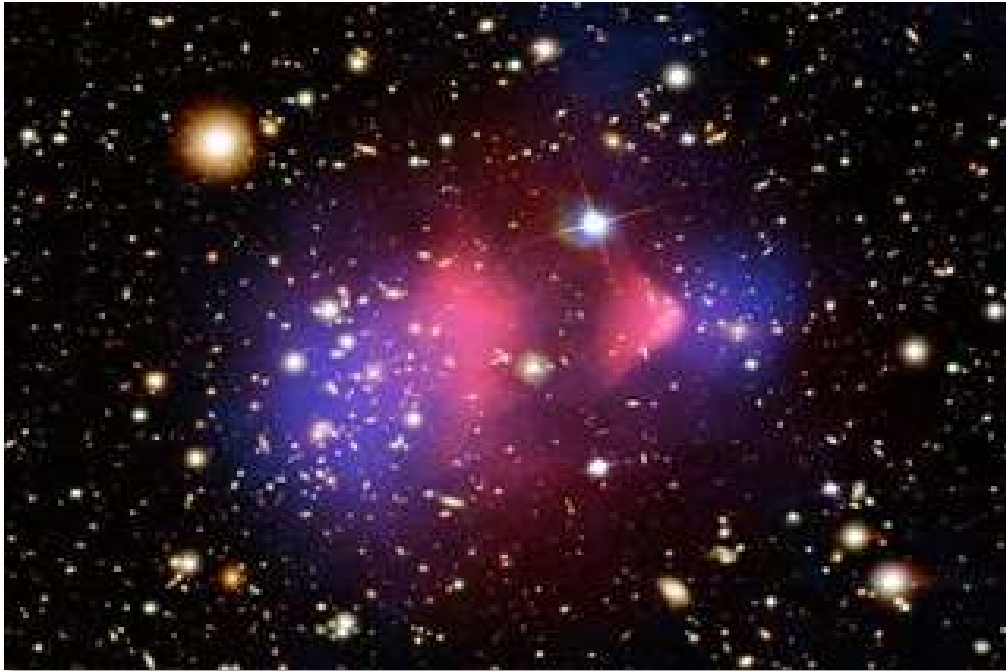
Podemos então estender essa ideia de lentes gravitacionais para um aglomerado de galáxia determinado assim sua massa em função do desvio que ele determina no caminho da luz. Medidas de massa de aglomerados de galáxias assim calculadas são muito maiores que aquelas obtidas à partir de sua luz visível.

Mais uma vez, a explicação mais aceitável para essa discrepância é a existência de uma grande quantidade de matéria escura que não emite luz, mas é capaz de uma interação gravitacional que determine o desvio das ondas eletromagnéticas.

A existência da matéria escura já era prevista por Zwicky em 1933 ao observar a dispersão de velocidades das galáxias na região central dos aglomerados. Em 2006, a matéria escura foi cogitada como explicação para a fusão de dois aglomerados em um evento que ficou conhecido como aglomerado bala ("Bullet Cluster"). Nesse evento, as LGs desempenharam um papel determinante na descoberta sendo considerado a maior evidência já registrada de matéria escura.

Os aglomerados de galáxias são as maiores estruturas observáveis da matéria. Eles consistem em centenas de galáxias unidas por sua própria atração gravitacional. A matéria ordinária das galáxias é essencialmente o gás porque a massa do gás é muito maior do que a massa total das estrelas. Toda a matéria, a matéria ordinária e matéria escura submete as forças gravitacionais. É no aglomerado da bola que os cosmólogos podiam "ver" a matéria escura. O aglomerado da bola ou 1E0657-56 (cluster Bala), observável na constelação de Carina, é o resultado da colisão de dois aglomerados de galáxias que aconteceram há 150 milhões de anos. O estudo desta colisão começou em agosto de 2006 e mostrou uma das provas mais fortes da existência de matéria escura.

Quando aglomerados de galáxias colidem, a matéria (estrelas, gás e poeira) é perturbada pelas forças gravitacionais. Realmente objetos pesados, tais como estrelas não colidem, passam ao lado do outro, sem encontrar-se, porque o espaço entre as estrelas é imenso. As estrelas, portanto, não são afetados pela colisão, eles podem ser acelerados ou desacelerados ligeiramente gravitacionalmente, mas não destruído.



**Figura 07.03:** Imagem da colisão do aglomerado "bullet cluster". Fonte: X-ray: NASA.

#### **08.04 Bibliografia**

BENNETT J. O., DONAHUE M., SCHNEIDER N. O., Voit M., The Essencial Cosmic Perspective, 6ª edição, Benjamin Cummings, 2010.

GASPAR, Alberto. Física: Mecânica, vol. 3, 1. ed. São Paulo: Ática, 2002.

NUSSENZVEIG, Herch Moysés, Curso de Física Básica, vol. 1, 4. ed. São Paulo: Blucher, 2002.

SERWAY R. A., JEWETT J. W. Jr., Princípios de Física: Mecânica Clássica, v.2, São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2005

XIMENES S. J. C., Matéria Escura no Ensino Médio. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, IF/UFRJ, 2016.

# Aula 08 Lentes Gravitacionais

## Lentes Gravitacionais e a Constante de Hubble

### 08.01 Universo Acelerado

A expansão acelerada do Universo proposta em 1998 após a observação das supernovas tipo Ia trouxe um novo paradigma para a Cosmologia. Mesmo sem conhecer a natureza da energia escura e da matéria escura, em 2006 o modelo cosmológico padrão acelerado e plano considerava o Universo composto por bárions (~5%), matéria escura (~25%) e energia escura (~70%).

Em 2006 o projeto Dark Energy Task Force foi criado com o objetivo de determinar a natureza da Energia Escura e assim, decidir se o agente acelerado do Universo seria a constante cosmológica ( $\Lambda$ ) relacionada à densidade de energia do vácuo ou a outra fonte de campo. A metodologia adotada nesse projeto foi a combinação de diversas áreas de abordagens, entre elas as lentes gravitacionais. A observação de emissões com  $z > 1$ , ou seja, intervalo em que Universo estava acelerado podem obtidos pela medição do redshift da galáxia hospedeira. Essa técnica pode fornecer uma base de dados SN Ia, sendo uma importante ferramenta de observação do intervalo crítico  $1 < z < 2$ .

### 08.02 Evidências Observacionais

Uma das bases observacionais para o modelo do Big Bang foi a medida da expansão do universo. A medição da taxa com que essa expansão ocorre é fundamental para o entendimento do fenômeno. Medidas astronômicas mostravam que a taxa de expansão seria quase "estável", ou seja, o universo estaria muito próximo da densidade crítica, acima da qual ele desaceleraria e entraria em colapso para dentro em direção a um futuro "Big Crunch".

Um dos grandes desafios da astronomia e da astrofísica é a medição de eventos ocorridos a vastas distâncias do universo. Desde a década de 1990, tornou-se evidente que as supernovas do tipo Ia ofereciam uma oportunidade única para a medição consistente de distâncias de cerca de 1000 Mpc. Essas medições a grandes distâncias forneceram os primeiros dados que sugeriram que a taxa de expansão do universo está na verdade aumentando, ou seja, ele expande de forma acelerada. Essa aceleração implica uma densidade de energia que atua em oposição à gravidade. Esta é uma densidade de energia que não detectamos diretamente por meio de observação e que recebeu o nome de "energia escura". A evidência de supernova tipo Ia para um universo acelerado foi discutida por Perlmutter e os diagramas abaixo ilustram os resultados apresentados em Physics Today.

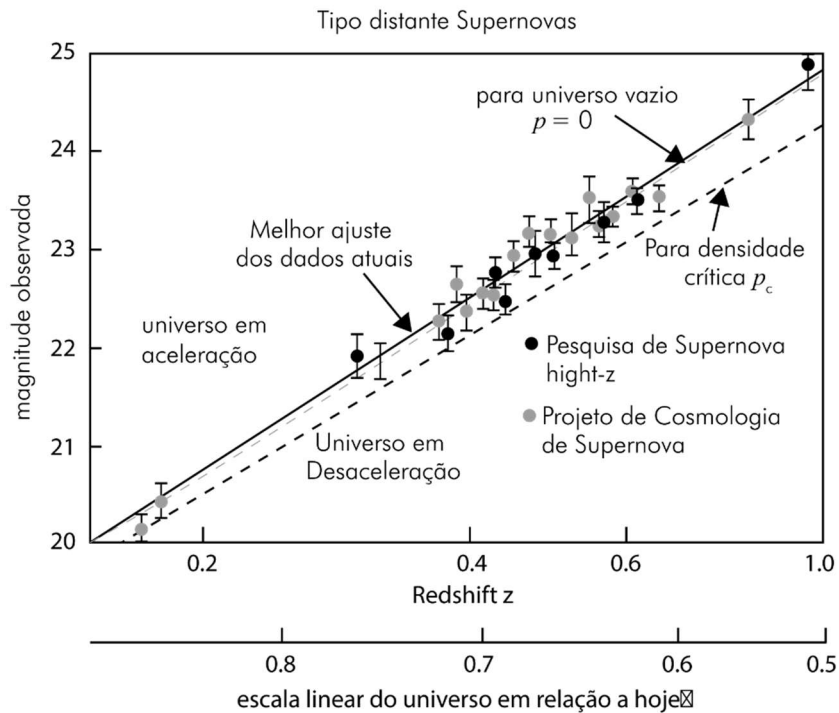


Figura 08.01: Os dados resumidos na ilustração acima envolvem a medição dos desvios para o vermelho das supernovas distantes. As magnitudes observadas são representadas graficamente em relação ao parâmetro  $z$  do desvio para o vermelho. Observe que há uma série de supernovas do Tipo Ia em torno de  $z = 0,6$ , que com uma constante de Hubble de  $71 \text{ km / s / mpc}$  está a uma distância de cerca de 5 bilhões de anos-luz. (Fonte: Carroll & Ostlie, Ch 29, Conselice Perlmutter).

### 08.03 Velocidade de Expansão

Classicamente definimos como velocidade a distância que um objeto consegue se mover em um dado intervalo de tempo. Assim, da mesma forma como expressamos a velocidade de automóvel em relação a um observador externo fixo, podemos expressar a velocidade de uma galáxia (em relação à Terra), no entanto, elas são geralmente muito rápidas, se movendo na ordem de quilômetros por segundo.

As medidas astronômicas de velocidade de uma galáxia distante são feitas por meio do deslocamento Doppler das linhas espectrais emitidas por essas galáxias. Georges Lemaître, e depois, Edwin Hubble perceberam que de maneira geral, apesar de algumas exceções, as galáxias estão se afastando da Terra, sendo que, quanto mais afastada é a galáxia observada, maior também a sua velocidade de afastamento.

Podemos explicar esse efeito considerando que o movimento das galáxias se deve à própria expansão do espaço: há muito mais espaço entre nós e uma galáxia distante que entre nós e galáxias vizinhas, então a velocidade observada de galáxias se afastando de nós é proporcional às suas respectivas distâncias.

Podemos resumir esse efeito da expansão do espaço com a seguinte relação entre distância e velocidade:

$$v(r) = H_0 \cdot r$$



Ou seja, quanto maior a distância de uma galáxia(em megaparsec), maior a sua velocidade de afastamento(em km/s). Sendo a constante  $H_0$  conhecida como Constante de Hubble cujo valor atualmente aceito é de  $73,24 \pm 1,74$  quilômetros por segundo por megaparsec.

#### 08.04 Lentes Gravitacionais e a Constante de Hubble

Refsdal concluiu que a comparação do “time delay”, ou seja, o atraso de tempo  $\Delta\tau$  entre imagens múltiplas criado em lentes gravitacionais fortes, combinado com a medida de potencial das lentes relaciona uma grandeza que depende da distância até a fonte de emissão, sendo que essa grandeza é inversamente proporcional a  $H_0$ , e depende pouco de outros parâmetros.

Assim, podemos escrever  $\Delta\tau \propto H_0^{-1}$ , de forma que medias de time delay nos permitam inferir o valor da constante de Hubble, método conhecido como TDSL (Time Delay Strong Lensing).

Aplicações recentes desse método em imagens de quasares têm fornecido resultado altos e precisos para a constante de Hubble ( $H_0$ ), de forma que quando comparado com os resultados obtidos pela observação da radiação cósmica de fundo ( RCF), o que nos leva a uma nova discussão sobre os valores obtidos para a constante  $H_0$ .

O atual modelo cosmológico padrão é o  $\Lambda$ CDM plano, apesar de que, como vimos, o aumento de precisão em alguns experimentos cosmológicos Hoje, o caso mais representativo dessas discrepâncias é a comparação dos valores obtidos para a constante de Hubble por medições de RCF comparadas com as medidas locais baseadas em Cefeidas e Supernovas. As medidas feitas pela RCF são de altos redshifts e têm fornecido um valor menor de  $H_0$ . e dependente do modelo padrão, já os valores inferidos com base na distância cósmica são maiores e independem do modelo padrão, sendo fornecidos por medidas de baixíssimo redshift . Em cosmologia, podemos tentar entender o universo por dois caminhos principais: ou você começa do Big Bang e traça toda a evolução do passado até o presente, ou você começa do tempo atual e faz uma engenharia reversa do universo até o passado mais remoto possível. Caso ambas as estratégias sejam coerentes, espera-se que elas produzam respostas similares para nossas perguntas mais inquietantes sobre o universo. Só que quando nós fazemos esse experimento, na realidade o resultado não é o mesmo.

#### 08.05 Bibliografia

BENNETT J. O., DONAHUE M., SCHNEIDER N. O., Voit M., The Essencial Cosmic Perspective, 6ª edição, Benjamin Cummings, 2010.

## **APÊNDICE B – MATERIA DO PROFESSOR**

**Uma experiência de transposição didática e aplicação das principais contribuições teóricas e observacionais no campo de lentes gravitacionais e os conceitos físicos envolvidos**

**Material do Professor**

**USP - Universidade São Paulo**

Rodrigo Bernadelli Santos

**Uma experiência de transposição didática e aplicação das principais contribuições teóricas e observacionais no campo de lentes gravitacionais e os conceitos físicos envolvidos**

**Material do Professor**

Dissertação apresentada ao Departamento de Astronomia do Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas da USP – Universidade de São Paulo como requisito parcial para a conclusão do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Astronomia e obtenção do título de Mestre em Ensino, sob a orientação do Prof. Dr. José Ademir Sales Lima.

**São Paulo**

**2023**

## PROJEÇÕES APRESENTADAS EM SALA (SLIDES)

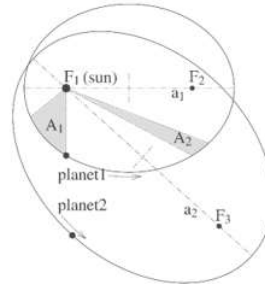
1

### Aula 01 **Conceitos de Física Clássica** Mecânica

#### 01.01 Leis de Kepler

##### 1ª Lei de Kepler: Lei das Órbitas

Todo planeta do Sistema Solar descreve uma órbita elíptica com o Sol ocupando um dos focos.



##### 2ª Lei de Kepler

##### 2ª Lei de Kepler: Lei das Áreas

O vetor raio traçado do Sol até qualquer planeta em órbita descreve áreas iguais em intervalos de tempos iguais.

$$\frac{A}{\Delta t_1} = \frac{A_2}{\Delta t_2} = k_A$$

##### 3ª Lei de Kepler: Lei dos Períodos

$$\frac{T^2}{a^3} = k_p$$

O quadrado do período orbital de qualquer planeta é proporcional ao cubo do semi-eixo maior da órbita elíptica.

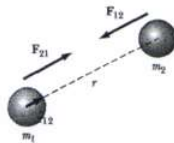
#### Luas de Júpiter



2

#### 01.02 Princípios da Gravitação Universal

##### Leis de Newton



##### Gravitação Universal

Todos os corpos do Universo devem se atrair por meio de forças gravitacionais que são funções do inverso do quadrado da distância entre eles ( $1/r^2$ ) e do produto de suas massas.

Se M e m são as massas de dois corpos pontos materiais e r a distância que os separa, a intensidade da força gravitacional será dada por:

$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$

##### Gráfico

## 01.03 Órbitas Circulares

3

$$F_G = F_{Cp}$$

$$m \left( \frac{GM_f}{r^2} \right) = m \left( \frac{v^2}{r} \right)$$

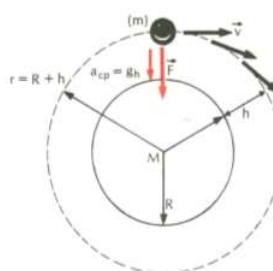
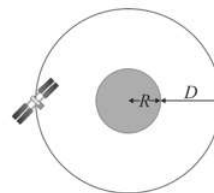
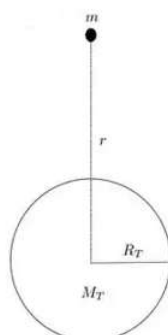


Fig. 01.04: Muitos satélites artificiais já foram colocados em órbita pelo homem. Todos se comportam fisicamente como a Lua, nosso satélite natural, respeitando as mesmas leis da gravitação. Este diagrama representa todos os satélites não secretos conhecidos e fragmentos de satélites maiores que uma bola de tênis que orbitavam a Terra até 1995. (Fonte: U.S. Space Command, [Norad](#))

## 01.04 Velocidade de Escape

4



## Energia Mecânica

$$v_i = \sqrt{2GM \left( \frac{1}{R_T} - \frac{1}{r_{máx}} \right)}$$

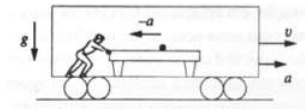


01.05 Princípio de Equivalência

$$\sum F = F_G \Rightarrow ma = \frac{GMm}{R^2}$$

Aceleração Relativa

$$a' = a - a_0$$



$$a' = (0 - a_0) = -a_0$$

Princípio da Equivalência

É impossível, para qualquer observador, distinguir os efeitos produzidos por um campo gravitacional sobre uma massa **m** dos efeitos de um referencial acelerado.

E, como resultado dessa equivalência, podemos construir outra afirmação que é a base da **relatividade geral** proposta por Albert Einstein em 1905:

As leis da natureza são construídas de maneira que se torna impossível a diferenciação de um campo gravitacional de um sistema referencial acelerado.

Imponderabilidade Espacial



Fig. 01.07: Em um elevador em queda livre, a sensação dos ocupantes seria a mesma de um astronauta em uma estação em órbita terrestre. (Reprodução)

# Aula 02

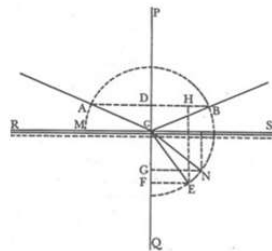
## Conceitos de Física Clássica

### Natureza da Luz

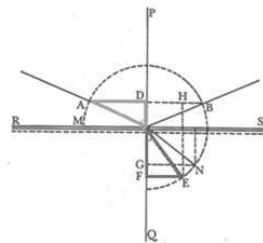
02.01 Introdução à Óptica



Reflexão



Refração

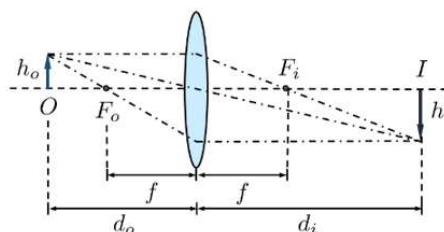
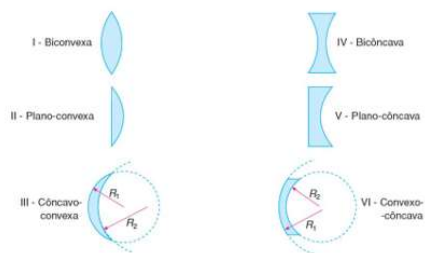


Espelho Esférico



02.02 Lentes Delgadas

2

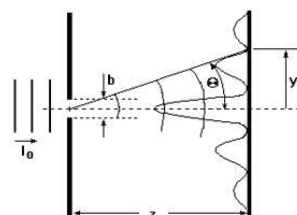
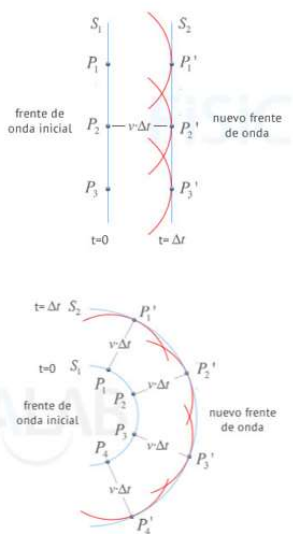


02.03 Princípio de Huygens

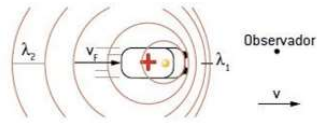
Cada ponto de uma frente de onda no instante  $t_0 = 0$  pode ser considerado como a **fonte primária** de outras ondas secundárias, produzidas no sentido de propagação e mesma velocidade do meio. Em um novo instante  $t$ , a nova frente de onda será a **superfície que tangencia** essas ondas secundárias.

Difração

3



02.04 Efeito Doppler



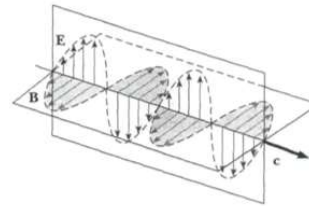
$$f' = f \frac{v}{v - v_s}$$

02.05 Ondas Eletromagnéticas

Hipóteses de Maxwell

A partir da indução eletromagnética em campos variáveis Maxwell propôs as seguintes hipóteses:

- i) *um campo magnético variável é equivalente, nos seus efeitos, a um campo elétrico e, reciprocamente;*
- ii) *um campo elétrico variável é equivalente, nos seus efeitos, a um campo magnético.*



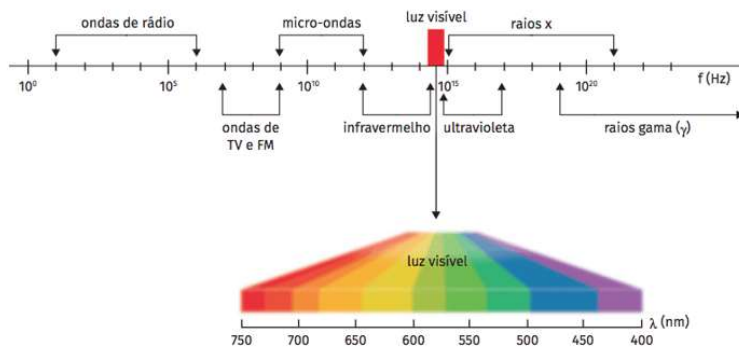
As ondas eletromagnéticas se propagam no vácuo com velocidade c de

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

Espectro Eletromagnético

Em 1888, *Hertz* obteve grande sucesso na emissão e detecção de ondas eletromagnéticas (OEM) na frequência de rádio, conforme havia previsto *Maxwell*. O próprio Maxwell já havia identificado como OEM a luz visível e a radiação próxima do infravermelho descoberta por *Herschel* em 1800. Hoje conhecemos várias formas de ondas eletromagnéticas que se diferenciam pela frequência e pelo comprimento de onda. Todas essas ondas são produzidas por cargas elétricas aceleradas, se propagam no vácuo com a mesma velocidade da luz *c*, e têm seus diferentes comprimentos de onda e frequências sempre relacionados da forma

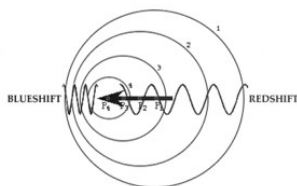
$$c = \lambda f$$





## 02.06 Efeito Doppler e Redshift

6



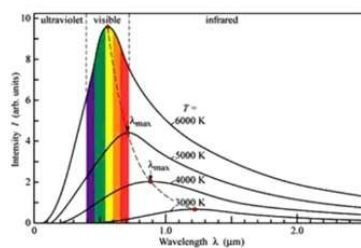
O mesmo efeito acontece com a luz (assim como para todas as ondas eletromagnéticas): se um objeto se afasta de nós, o comprimento de onda da luz que ele emite aumenta, ou seja, é desviado para o vermelho (*redshift*). Se ele se aproxima, o comprimento de onda diminui, ou seja, é desviado para o azul (*blueshift*). O desvio é maior se a velocidade for maior. Definiremos o *redshift* ( $z$ ) como

## Aula 03

### Conceitos de Física Moderna

#### Física Quântica

## 03.01 Emissão do Corpo Negro



- 1) A potência total da radiação emitida por unidade de área ( $E$ , medida em  $\text{W}/\text{m}^2$ ), aumenta com a temperatura. Introduzimos esse conceito em **termodinâmica**, em que denominamos **Lei de Stefan**

$$E = \sigma e T^4, \text{ sendo } e = 1 \text{ para o corpo negro.} \quad (3.2)$$

- 2) O comprimento de onda de emissão máxima (pico da curva) se desloca para menores valores de  $\lambda$ , com o aumento da temperatura. Esse deslocamento obedece a uma relação matemática conhecida como **Lei de Deslocamento de Wien**

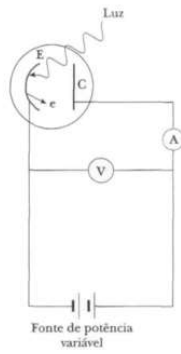
$$\lambda_{\text{máx}} \cdot T = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

sendo  $\lambda_{\text{máx}}$  o comprimento de onda em que a curva atinge o ponto mais alto, e  $T$  a temperatura do corpo.

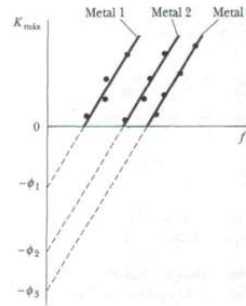
## Teoria de Max Planck

$$E_n = nhf$$

03.02 Efeito Fotoelétrico



$$K_{\text{Max}} = hf - \phi$$



03.03 Modelo de Bohr

- i) O elétron orbita o núcleo do átomo de hidrogênio em trajetórias circulares, em que a força elétrica é o agente centripeto;
- ii) São estáveis apenas certas órbitas específicas, e apenas nessas órbitas o elétron pode ser encontrado em equilíbrio, ou seja, sem que haja constante emissão de energia;
- iii) O elétron pode saltar entre essas órbitas possíveis, emitindo ou absorvendo energia. Essa variação de energia não pode ser tratada pela física clássica, e está relacionada com a frequência de onda emitida ou absorvida por esses elétrons pela relação

$$\Delta E = (E_i - E_f) = hf$$

em que  $h$  é a constante de Planck ( $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  J·s).

- vi) As órbitas permitidas para o elétron em torno do núcleo são **quantizadas**, ou seja, ocorrem apenas em alguns valores discretos possíveis em que o **momento angular orbital** ( $L = mrv$ ) é um múltiplo inteiro de  $h = h/2\pi$ , ou seja:

$$L = mrv = n\hbar, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

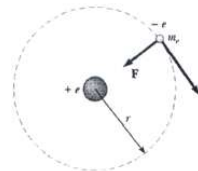
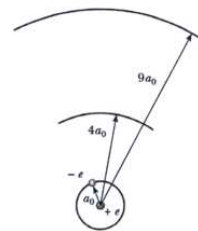
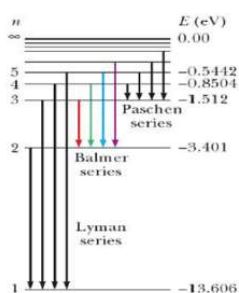


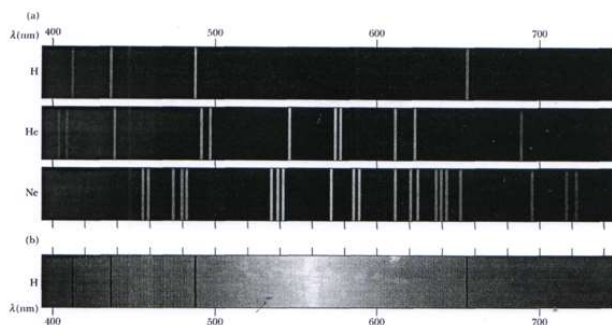
Fig. 03.08 – Modelo de Bohr para o hidrogênio. O elétron descreve uma órbita circular em torno do núcleo. A força centripeta atuante é a atração eletrostática entre próton e elétron.



$$\therefore r = n^2 \left( \frac{\hbar^2}{m\Delta e^2} \right) \quad n = 1, 2, 3, \dots$$



**Fig. 03.11 – Diagrama de níveis de energia:** observamos os números quânticos dos estados no lado esquerdo do diagrama. As setas verticais representam as transições possíveis para o elétron. Nesse diagrama identificamos as transições da **série de Balmer** que terminam no estado  $n=2$ , além de outras, como a **série de Lyman** que termina a transição em  $n=1$  e a **série de Paschen** que termina sua transição com o elétron no estado  $n=3$ .

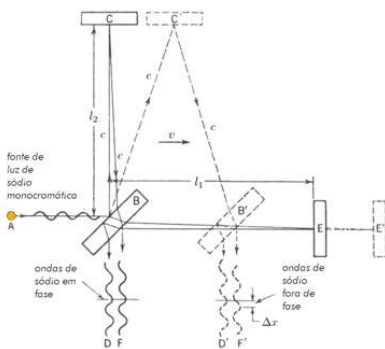


**Fig. 03.09: Espectro visível de alguns elementos** (hidrogênio, hélio, neônio e ...) e espectro de absorção do hidrogênio, que corresponde às suas raia de emissão. A forma de linha se deve ao fato de que a luz atravessa uma fenda fina antes de ser separada em raios do espectro.

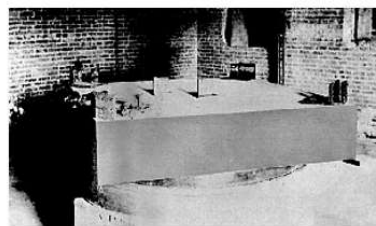
## Aula 04 Conceitos de Física Moderna

### Relatividade Especial e Geral

#### 04.01 Experimento de Michelson-Morley



**Fig. 04.01** Esquema de montagem do experimento de Michelson-Morley.



**Fig. 04.02** Imagem do experimento de Michelson-Morley. O interferômetro I identifica o atraso entre dois feixes de luz separados por uma lâmina transparente.

04.02 Relatividade Especial de Einstein

- 1) **Princípio da Relatividade**  
*Todas as Leis da Física são equivalentes e igualmente válidas em todos os sistemas referenciais inerciais.*
- 2) **Constância da Velocidade da Luz**  
*A velocidade da luz no vácuo tem o mesmo valor ( $c$ ) qualquer que seja o referencial inercial adotado, **independentemente** do observador adotado ou da velocidade da fonte emissora.*

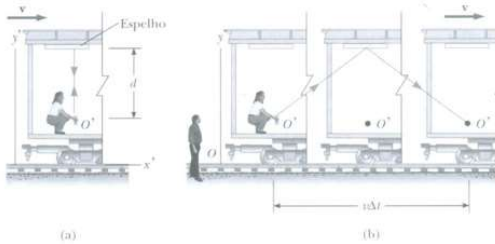


Fig. 04.03 Enquanto um pulso o observador dentro do vagão mede um certo intervalo de tempo para que o pulso suba e desça percorrendo  $2d$ , um outro observador externo nota que ao mesmo tempo o vagão se desloca para direita. Sendo que, admitindo os postulados da **relatividade especial**, ambos observadores devem medir para a luz a mesma velocidade absoluta  $c$ .

Transformações de Lorentz

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma \Delta t_0$$

$$\Delta l = \Delta l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Equivalência massa-energia

$$E = mc^2$$

04.03 Teoria da Relatividade Geral (TGR)

- 1º) *as leis da Física são as mesmas em todos os sistemas de referência inercial;*
- 2º) *a velocidade da luz no vácuo tem o mesmo valor absoluto para qualquer referencial inercial, ou seja,  $c = 300\,000$  km/s;*
- 3º) *por meio de um experimento realizado localmente, não é possível afirmar se a aceleração sofrida por um corpo é decorrente da gravidade ou da aplicação de uma força externa de outra natureza que não a gravitacional.*

04.04 Gravidade e a Geometria do Espaço e Tempo

Einstein foi ainda mais longe e conseguiu descrever, por meio da Relatividade Geral, o fenômeno da gravidade como uma **alteração na geometria do espaço**, uma curvatura em seu formato. **Grandes massas** são capazes de distorcer o espaço e, conseqüentemente, o tempo. Uma vez que a luz se propaga pelo espaço, sendo ele curvo, ela demorará tempos diferentes para observadores que se encontrem em regiões com diferentes acelerações gravitacionais.

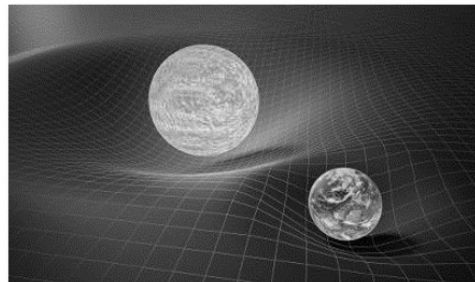


Figura 04.04: Representação gráfica da órbita da Terra em torno do Sol. De acordo com a Relatividade Geral, grandes massas alteram a curvatura do espaço, produzindo a gravidade. Fonte: Reprodução.

#### 04.05 Geodésicas: o caminho mais curto

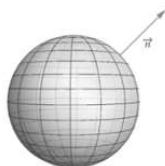


Figura 04.05: As geodésicas da esfera sempre serão círculos máximos, ou seja, circunferências obtidas pela intersecção de um plano que corta a superfície esférica e contém seu centro.

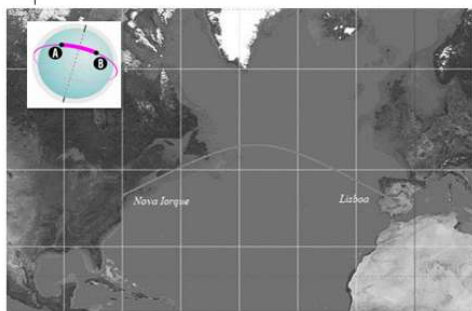


Figura 04.06: Uma viagem de Nova Iorque a Lisboa deve ser feita de forma que seja traçada a menor curva no  $R^3$  que pertença à superfície terrestre. Podemos visualizar esse resultado em um Mapa de Mercator. Imagem: reprodução.

#### Espaço – Tempo Quadridimensional

4

Assim, para identificar cada evento são necessários quatro números: um especificando quando o evento aconteceu e três especificando onde. O intervalo espaço-temporal entre pares de eventos ( $\Delta s$ ) pode ser imaginado como uma generalização espaço-temporal quadridimensional (com quatro dimensões) do quadrado da distância euclidiana entre pares de pontos do nosso espaço tridimensional, ou seja:

$$(\Delta s)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 + (\Delta t)^2$$

## Aula 05 Lentes Gravitacionais

### Cronologia de Descobertas

#### 05.01 Eclipse de Sobral em 1919

Vimos que o **princípio da equivalência**, ao garantir que próximo à superfície do Sol o efeito do campo gravitacional sobre a propagação da luz seria localmente equivalente à propagação da luz em relação a um referencial acelerado, já indicava que a luz proveniente de uma estrela distante e que passasse rente à superfície do Sol deveria sofrer algum desvio (tanto de acordo com a mecânica newtoniana quanto de acordo com a teoria einsteiniana). Esse desvio possuía valores distintos para as previsões de Newton e Einstein. Seria então necessária alguma comprovação empírica (experimento de verificação) que possibilitasse a comprovação da melhor modelagem para esse fenômeno.

Em 1911, Einstein divulgou uma estimativa preliminar do valor para o desvio da luz que passasse rente à superfície do Sol, e fez a primeira proposta de experimento para verificar o resultado: a intensidade do desvio da luz poderia ser medida durante um eclipse total do Sol, momento no qual o disco lunar passa precisamente em frente ao disco solar, encobrindo-o completamente, tornando possível observar a luz proveniente das estrelas ao fundo. A estimativa de Einstein, publicada em 1911, coincidia aproximadamente com o resultado obtido por Johann Georg von Soldner, publicado mais de cem anos antes, com base na teoria newtoniana. No ano seguinte, equipes de vários países se dirigiram ao sudeste brasileiro para observar o eclipse do Sol de 10 de outubro de 1912. O mau tempo fez com que nenhuma das comissões que vieram ao Brasil em 1912 tivessem sucesso na observação daquele eclipse.

Em 25 de novembro de 1915, Einstein apresentou, na Academia Prussiana das Ciências de Berlim, na Alemanha, a TRG com a versão final de suas equações de campo, e logo em seguida, fez uma comunicação da estimativa corrigida da deflexão da luz, com o valor de 1,75 segundos de arco na borda do Sol, um número duas vezes maior que o resultado obtido pelo cálculo newtoniano. Assim, se a TRG estivesse correta, a deflexão da luz seria duas vezes maior do que previa a teoria newtoniana.

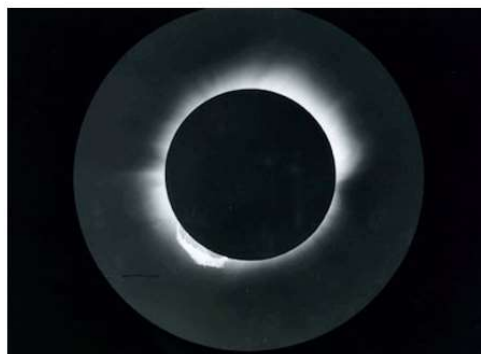


Figura 02: Placa fotográfica obtida com uma exposição de 28 segundos feita com o telescópio de 4 polegadas utilizado em Sobral.

# Aula 06 Lentes Gravitacionais

## Conceitos e Equações

### 06.01 Introdução

O resultado obtido por Soldner para a deflexão angular determinada pelo Sol, que aqui denominaremos resultado newtoniano ( $\alpha_N$ ) foi:

$$\alpha_N = \frac{2GM}{c^2 b} \approx 0",875 \left( \frac{M}{M_\odot} \right) \left( \frac{R_\odot}{b} \right)$$

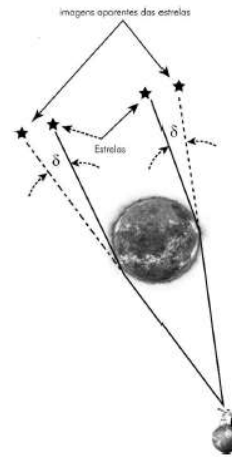
em que  $G$  é a constante de gravitação universal,  $b$  o parâmetro de impacto, e,  $M_\odot$  e  $R_\odot$ , respectivamente a massa e raio do Sol. Note então que, substituídos os valores conhecidos dos parâmetros da equação acima, quando tivermos um raio de luz defletido pelo Sol ( $M = M_\odot$ ) que passa rasante em sua superfície ( $b = R_\odot$ ), obteremos o resultado newtoniano,  $\alpha_N = 0",875$ .

Em 1905, a publicação da relatividade especial de Einstein trouxe profundas alterações no entendimento da relatividade galileana e da dinâmica newtoniana. A gravitação de Newton foi revista e o conceito de ação à distância e velocidade infinita eram incompatíveis com o novo modelo. Nessa nova abordagem einsteiniana todos os campos físicos devem se propagar com velocidade finita, assim com as ondas eletromagnéticas. No mesmo ano, Poincaré previu a emissão e propagação finita de radiação gravitacional.

Em 1911, Einstein reiniciou sua busca por uma teoria de gravitação relativística e, em 1915, ao considerar que a luz se propaga em uma geodésica que seria a nova reta no espaço-tempo curvo, obteve uma expressão de deflexão da luz análoga ao resultado obtido por Soldner:

$$\alpha_E = \frac{4GM}{c^2 b} \approx 1",75 \left( \frac{M}{M_\odot} \right) \left( \frac{R_\odot}{b} \right)$$

Figura 7 - Efeito de deflexão da luz vinda de uma estrela distante, e que passa nas proximidades do Sol, determinado pelo seu campo gravitacional.

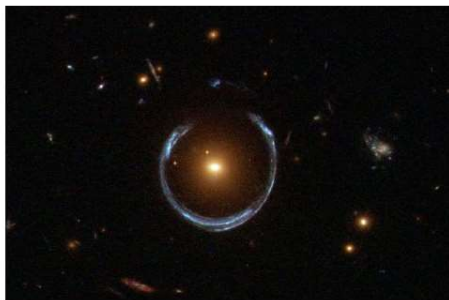


Fonte: Reproduzida pelo autor. Inspirada em Lima e Santos (2019).

### 06.02 Anéis de Einstein e Quasares

Em 1924, Chwolson mostrou que em caso de alinhamento entre fonte distante, lente gravitacional e observador, a imagem da fonte seria observada como um anel de luz em torno da lente que causa deflexão. Esse resultado foi posteriormente denominado anel de Einstein. Em 1936, o próprio Einstein fez o cálculo desse anel.

Figura 7 – Anéis de Einstein observado pelo telescópio Hubble



Fonte: ESA Hubble/NASA (Reprodução).

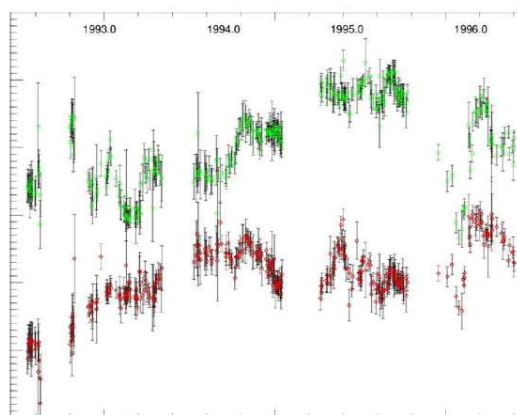
Já em 1979, Walsh, Carswell e Weymann observaram a primeira formação de duas imagens por uma fonte extragaláctica, o quasar QSO 0957+561(A&B). A similaridade das imagens obtidas no redshift  $z = 1,4$  mostra que são emitidas por um mesmo objeto lenteado. As imagens e os dados obtidos nessa observação estão apresentados na Figura 9. A descoberta desse quasar duplo atraiu muitos pesquisadores e estimulou o estudo das LG.

Figura 8 – Imagem do telescópio Hubble do quasar QSO 0957+561 com suas duas imagens formadas em azul (A e B) e a galáxia lente avermelhada(C)



Fonte: ESA/Hubble & NASA.

Figura 9 - Resultados de fotometria de abertura de QSO 0957+561 A, B



Fonte: ESA/Hubble & NASA).

### 06.03 Classificação das Lentes Gravitacionais

3

As LG são divididas e 2 classes distintas relevantes:

- 1) **macrolentes:** são subdivididas em Lentes Fortes e Lentes Fracas. São lentes fortes os aglomerados de galáxias em que aparecem os grandes arcos (*giant arcs*) e pequenos arcos (*arclets*). Em geral, as Lentes Fortes produzem imagens múltiplas, o que indica a presença de vários campos gravitacionais intensos, e consequentemente várias lentes fortes. Por outro lado, a Lente Fraca é resultante da falta de homogeneidade na distribuição da matéria no Universo, determinando então inhomogeneidades no campo gravitacional presente no caminho da luz, o que causa a distorção nas imagens formadas.
- 2) **microlentes:** são observadas em eventos em que a separação das imagens é pequena, da ordem de arcos de microssegundos. Esses eventos, apesar do nome, são de grande intensidade e são observados na presença de lentes criadas por planetas, estrelas e quasares.

### 6.4 Equacionando as Lentes Gravitacionais

Para melhor entendimento do equacionamento de uma lente gravitacional, trataremos inicialmente o caso de um objeto fonte tratado como pontual e uma lente defletora com uma simetria circular e de pequena dimensão em relação ao meio de propagação da luz (lente fina). Esse caso acontece, por exemplo, com galáxias elípticas.

Considere assim, para cálculo inicial do desvio, conforme representado na Figura 10, uma fonte de luz (F) bem afastada de uma lente gravitacional (L) de massa  $M$ . Sabemos que o ângulo  $\alpha$  é definido pelo modelo einsteiniano da forma

$$\alpha = \frac{4GM}{c^2 b} \quad (6)$$

sendo que podemos escrever para o ângulo  $\beta = (\theta - \alpha)$  e, para pequenos ângulos podemos adotar  $\alpha = \hat{\alpha} \left( \frac{d_{LF}}{d_{OF}} \right)$ , obtendo então a equação de lente:

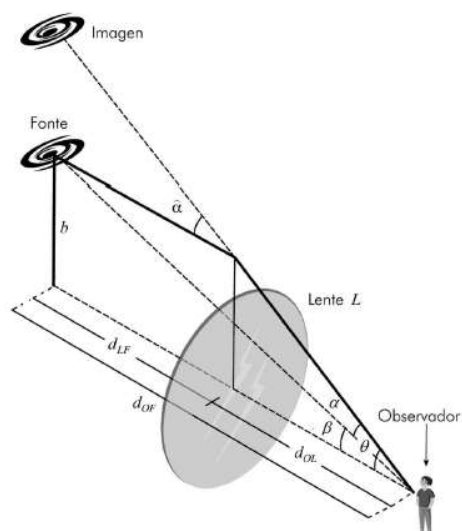
$$\beta = \theta - \hat{\alpha} \left( \frac{d_{LF}}{d_{OF}} \right) \quad (7)$$

Podemos também notar nessa figura que o parâmetro de impacto pode ser escrito da forma  $b = \hat{\theta} \cdot d_{OL}$ , que substituído em (6) e (7), fornece:

$$\beta = \theta - \left[ \frac{4GM}{c^2 \hat{\theta} d_{OL}} \left( \frac{d_{LF}}{d_{OF}} \right) \right]$$

Nessa equação chamaremos de  $\hat{\theta}_E^2$  o valor  $\frac{4GM}{c^2 d_{OL}} \left( \frac{d_{LF}}{d_{OF}} \right)$ , escrevendo então:

$$\beta = \theta - \frac{\hat{\theta}_E^2}{\hat{\theta}}$$



Fonte: Reproduzida pelo autor. Inspirada em Lima e Santos (2019).

4

# Aula 07

## As Evidências e Medições de Matéria Escura

### 07.01 A Terceira Lei de Kepler

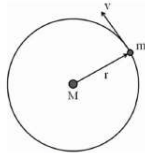


Figura 07.01: Planeta em órbita circular em torno de uma estrela de grande massa.

Essa relação é conhecida como *curva de rotação* dos corpos que orbitam essa estrela considerada, e ela prevê que a velocidade de órbita diminui à medida que aumenta o raio de órbita do planeta considerado. A curva de rotação é uma forma de se expressar a Terceira Lei de Kepler. Para obtermos essa correspondência basta considerarmos T o período da órbita do planeta e escrever a velocidade de órbita como

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

que substituído em (10.9) leva à forma mais conhecida da terceira Lei de Kepler,

$$T^2 = \left( \frac{4\pi^2}{GM} \right) r^3$$

Esse resultado pode ser comprovado experimentalmente quando aplicado ao Sistema Solar. O Sol possui cerca de 99% de toda massa do sistema e, quando comparamos a curva de rotação com os dados orbitais de Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter, Saturno e Netuno, obtemos uma excelente concordância entre os dados empíricos e a terceira Lei de Kepler, tanto na forma  $v \times r$  quanto no formato usual  $T^2 \times r^3$ . Observe os gráficos a seguir.

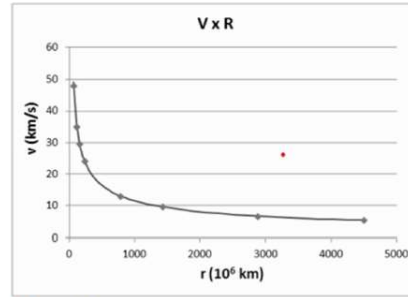


Figura 07.02: Curva de rotação para o sistema solar. Os pontos identificam os valores observados para os planetas enquanto a linha representa a curva de rotação prevista pela terceira Lei de Kepler.

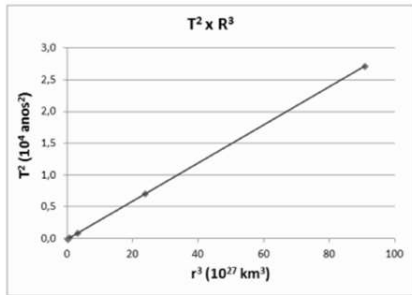


Figura 07.03: Relação de Kepler para o sistema solar. Os pontos identificam os valores observados para os planetas enquanto a linha representa a previsão da terceira Lei de Kepler.

### 07.02 Curvas de Rotação das Galáxias

Sabemos que as estrelas não se encontram uniformemente distribuídas no Universo. De fato, elas estão agrupadas em Galáxias que apresentam formas variadas e reúnem bilhões de estrelas de idades e formatos variados. Nessas galáxias, além de estrelas existe um meio estelar, composto de gás, essencialmente hidrogênio atômico e molecular e poeira.

De forma geral, para o objetivo que queremos alcançar sobre a velocidade de rotação das galáxias, podemos classificá-las em três grupos importantes:

- i. *Galáxias espirais*: possuem o formato de um disco achatado com um bojo central. Normalmente o disco apresenta espirais com diferentes concentrações de estrelas. Podemos considerar que as estrelas do disco descrevem órbitas praticamente circulares em torno do centro da galáxia;
- ii. *Galáxias elípticas*: que apresentam uma forma arredondada que não caracteriza um disco e em geral são mais alongadas em uma direção que nas outras;
- iii. *Galáxias irregulares*: que não tem forma de disco e não são arredondadas.

Toda matéria constituída por estrela, gás e poeira do meio estelar giram em torno do centro das galáxias. Para as galáxias espirais esse movimento é praticamente circular e, assim, uma curva de rotação pode ser construída, à medida que variamos o raio de rotação da estrela em relação ao centro da galáxia. Analogamente ao que fizemos com o Sistema Solar. Assim, esperamos é claro um comportamento conforme descrito pela Terceira Lei de Kepler, sendo que o bojo central de grande concentração de massa exerce um papel análogo ao corpo central orbitado no Sistema Solar ou pelos satélites de Júpiter que é o planeta central.



Nas figuras abaixo observamos as curvas de rotação de três galáxias espirais conhecidas, NGC6503, NGC7331 e NGC2903.

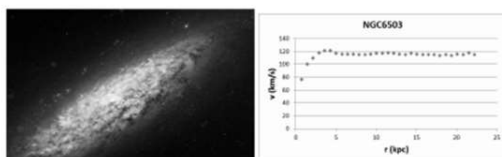


Fig. 07.03: Galáxia NGC6503 e sua curva de rotação.

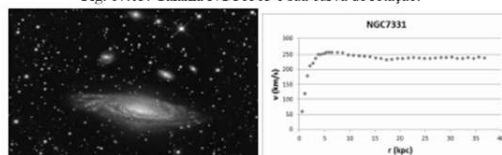


Fig. 07.04: Galáxia NGC7331 e sua curva de rotação.

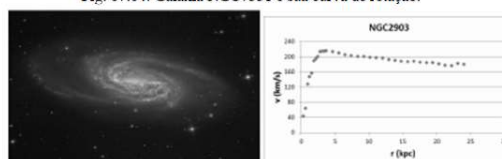


Fig. 07.05: Galáxia NGC2903 e sua curva de rotação.

### 07.03 Previsão e Observação

É importante observar que obtivemos como resultado uma força diretamente proporcional à distância, e não inversamente proporcional ao quadrado, como ocorreu com o ponto material. A partir desse resultado podemos então calcular a curva da velocidade de rotação

lembrando que a aceleração centrípeta do corpo em órbita vale  $a_c = \frac{v^2}{r}$ .

Logo, aplicando a segunda lei de Newton temos:

$$m \frac{v^2}{r} = \left( \frac{GMm}{R^3} \right) r,$$

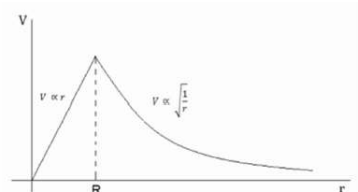
ou seja,

$$v = \left( \sqrt{\frac{GM}{R^3}} \right) r, \text{ se } r \leq R.$$

Sendo que para corpos fora da esfera temos o mesmo resultado obtido para massas centrais pontuais:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}, \text{ se } r \geq R.$$

A partir desse resultado podemos traçar a curva completa de rotação esperada para corpos em órbita na galáxia conforme o gráfico a seguir:



Nesse gráfico podemos claramente notar o crescimento linear da velocidade com o raio para valores de  $r \leq R$ , o que é de forma qualitativa semelhante aos dados experimentais observados. De fato, quando comparamos a curva esperada com os dados observados notamos algumas diferenças quantitativas, como ocorre na figura abaixo para as galáxias NGC 6503, NGC 7331 e NGC 2903. Nessas comparações, o raio R e massa M da galáxia foram ajustados de tal forma que a velocidade máxima observado coincida com o pico da curva prevista no modelo construído. A discrepância observada nos dados para  $r \leq R$  se deve em grande parte ao modelo simples adotado para a distribuição de massa da galáxia. Mas mesmo esse modelo simples é suficiente para mostrar uma curva de velocidade crescente da galáxia devido ao seu raio R finito. No entanto, observe que para valores de  $r \geq R$  a curva prevê um decréscimo da velocidade de rotação com o raio, o que não é observado nem qualitativamente pelos dados que mostram na verdade uma velocidade de rotação praticamente constante à medida que R aumenta.

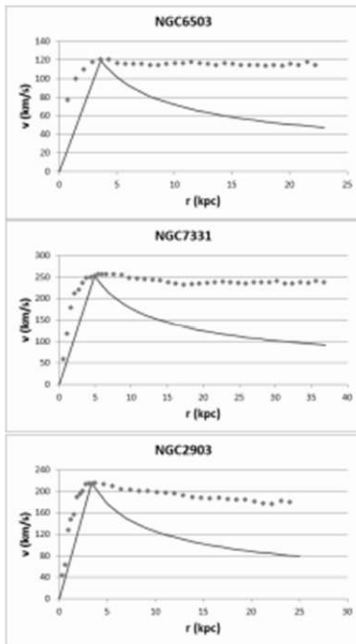


Fig. 07.07: Comparação da curva esperada com os dados observados para as galáxias NGC 6503, NGC 7331 e NGC 2903. Nessas comparações, o raio R e massa M da galáxia foram ajustados de tal forma que a velocidade máxima observado coincide com o pico da curva prevista no modelo construído.

07.04 A Matéria Escura

Observamos então que a curva de rotação das galáxias apresenta um resultado diferente daquele previsto pela terceira lei de Kepler. Para melhor entendimento desse resultado basta, de forma mais simples, considerar um objeto de massa  $m$  que gira à uma distância  $r$  do centro de uma galáxia, ainda na sua região luminosa. Conhecida a massa da galáxia  $M(r)$  que determina sobre o objeto a força gravitacional que atua como agente centripeto ( $F_G = F_{Cp}$ ), podemos calcular a velocidade de rotação por meio da física newtoniana obtendo então o resultado

$$v(r) = \sqrt{\frac{GM(r)}{r}}$$

Além da parte luminosa, considerando então a massa  $M(r)$  constante, teríamos  $v(r) \propto \sqrt{\frac{1}{r}}$ , ou seja, a velocidade respeitaria um movimento kepleriano conforme os planetas do Sistema Solar.

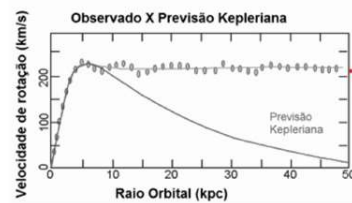


Fig. 07.08: Comparação da curva esperada pela lei de Kepler com os resultados obtidos para a curva de rotação da galáxia.

No entanto, as observações mostram que as velocidades periféricas permanecem quase constantes, não diminuindo com a distância como prevê a mecânica newtoniana. Uma possível solução seria então a presença de algum tipo de matéria não bariônica nessa região, que não brilha mas é capaz de interagir gravitacionalmente com o corpo em rotação. De fato, se tivéssemos na periferia uma relação do tipo  $M(r) \propto r$ , resultaria uma velocidade de rotação constante. Podemos observar na Figura 07.08 uma comparação entre a curva de velocidade esperada para a galáxia Messier 33 e a curva de rotação obtida em observações astronômicas.

07.05 07.05 A Matéria Escura e as Lentes Gravitacionais

Em 1986, Bohdan Paczynski propôs que a variação da magnificação devido a efeitos do movimento relativo entre as lentes e fontes emissoras poderiam identificar objetos compactos escuros presentes na Via Láctea que fossem iluminados por estrelas das Nuvens de Magalhães. Segundo esse método, objetos compactos que cruzassem a linha de visada provocariam uma variação temporária do brilho das estrelas de fundo.

A variação dessa magnificação com o passar do tempo pode ser medida pela curva de luz de Paczynski, conforme se pode observar na Figura 9. No entanto, o resultado geral dos projetos que envolviam a medida de variação de magnificação para identificação de objetos massivos foi negativo. Os objetos compactos com massas  $m \leq 30M_{\odot}$  não foram suficientes para formar um halo escuro que justificasse a curva de rotação da galáxia.

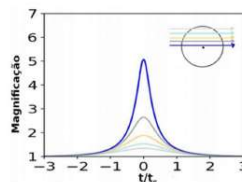


Figura 07.11: Objetos compactos que cruzam a linha de visada de uma fonte luminosa provocam uma variação temporária do brilho de fundo.

Como já vimos no estudo das lentes gravitacionais, a relatividade geral einsteiniana propõe que toda matéria deforma o espaço-tempo ao seu redor, determinando um desvio no caminho de propagação da luz, ou seja, determinando um efeito gravitacional sobre as ondas eletromagnéticas. Para um raio luminoso que passa rasante ao Sol esse desvio determina um ângulo de deflexão calculado da forma

$$\theta = \frac{4GM}{c^2 R}$$

onde  $R$  e  $M$  são o raio e massa solares. Essa deflexão faz com que uma estrela tenha uma posição aparente diferente da sua posição real.

Assim, as imagens produzidas pela luz desviada das estrelas permitem a determinação da massa responsável por esse desvio. Essa ideia pode ser apresentada no cálculo aparente da massa de uma estrela conforme proposto por Einstein. Se não conhecêssemos a massa do Sol, a partir do ângulo  $\theta$  de deflexão conhecido da luz rasante de uma estrela, poderíamos determinar a sua massa reescrevendo a relação 09.09 da forma

$$M = \left( \frac{c^2 R}{4G} \right) \theta$$

Podemos então estender essa ideia de lentes gravitacionais para um aglomerado de galáxia determinado assim sua massa em função do desvio que ele determina no caminho da luz. Medidas de massa de aglomerados de galáxias assim calculadas são muito maiores que aquelas obtidas a partir de sua luz visível.

Mais uma vez, a explicação mais aceitável para essa discrepância é a existência de uma grande quantidade de matéria escura que não emite luz, mas é capaz de uma interação gravitacional que determine o desvio das ondas eletromagnéticas.

A existência da matéria escura já era prevista por Zwick em 1933 ao observar a dispersão de velocidades das galáxias na região central dos aglomerados. Em 2006, a matéria escura foi cogitada como explicação para a fusão de dois aglomerados em um evento que ficou conhecido como aglomerado bala ("Bullet Cluster"). Nesse evento, as LGs desempenharam um papel determinante na descoberta sendo considerado a maior evidência já registrada de matéria escura.

7

Os aglomerados de galáxias são as maiores estruturas observáveis da matéria. Eles consistem em centenas de galáxias unidas por sua própria atração gravitacional. A matéria ordinária das galáxias é essencialmente o gás porque a massa do gás é muito maior do que a massa total das estrelas. Toda a matéria, a matéria ordinária e matéria escura submete as forças gravitacionais. É no aglomerado da bola ou 1E0657-56 (cluster Bala), observável na constelação de Carina, é o resultado da colisão de dois aglomerados de galáxias que aconteceram há 150 milhões de anos. O estudo desta colisão começou em agosto de 2006 e mostrou uma das provas mais fortes da existência de matéria escura.



Figura 07.03: Imagem da colisão do aglomerado "bullet cluster". Fonte: X-ray: NASA.

## Aula 08 Conceitos de Física Clássica

### Mecânica

#### Lentes Gravitacionais e a Constante de Hubble

##### 08.01 Universo Acelerado

A expansão acelerada do Universo proposta em 1998 após a observação das supernovas tipo Ia trouxe um novo paradigma para a Cosmologia. Mesmo sem conhecer a natureza da energia escura e da matéria escura, em 2006 o modelo cosmológico padrão acelerado e plano considerava o Universo composto por bárions (~5%), matéria escura (~25%) e energia escura (~70%).

Em 2006 o projeto Dark Energy Task Force foi criado com o objetivo de determinar a natureza da Energia Escura e assim, decidir se o agente acelerado do Universo seria a constante cosmológica ( $\Lambda$ ) relacionada à densidade de energia do vácuo ou a outra fonte de campo. A metodologia adotada nesse projeto foi a combinação de diversas áreas de abordagens, entre elas as lentes gravitacionais. A observação de emissões com  $z > 1$ , ou seja, intervalo em que Universo estava acelerado podem obtidos pela medição do redshift da galáxia hospedeira. Essa técnica pode fornecer uma base de dados SN Ia, sendo uma importante ferramenta de observação do intervalo crítico  $1 < z < 2$ .

1

##### 08.02 Evidências Observacionais

Uma das bases observacionais para o modelo do Big Bang foi a medida da expansão do universo. A medição da taxa com que essa expansão ocorre é fundamental para o entendimento do fenômeno. Medidas astronômicas mostravam que a taxa de expansão seria quase "estável", ou seja, o universo estaria muito próximo da densidade crítica, acima da qual ele desaceleraria e entraria em colapso para dentro em direção a um futuro "Big Crunch".

Um dos grandes desafios da astronomia e da astrofísica é a medição de eventos ocorridos a vastas distâncias do universo. Desde a década de 1990, tornou-se evidente que as supernovas do tipo Ia ofereciam uma oportunidade única para a medição consistente de distâncias de cerca de 1000 Mpc. Essas medições a grandes distâncias forneceram os primeiros dados que sugeriram que a taxa de expansão do universo está na verdade aumentando, ou seja, ele expande de forma acelerada. Essa aceleração implica uma densidade de energia que atua em oposição à gravidade. Esta é uma densidade de energia que não detectamos diretamente por meio de observação e que recebeu o nome de "energia escura". A evidência de supernova tipo Ia para um universo acelerado foi discutida por Perlmutter e os diagramas abaixo ilustram os resultados apresentados em Physics Today.

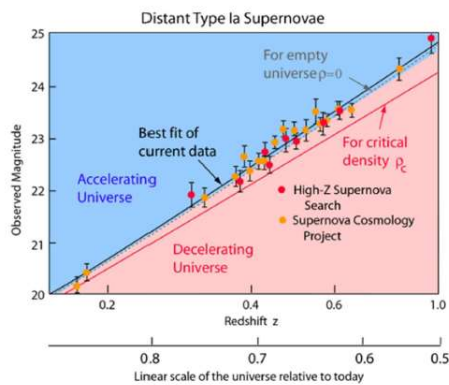


Figura 08.01: Os dados resumidos na ilustração acima envolvem a medição dos desvios para o vermelho das supernovas distantes. As magnitudes observadas são representadas graficamente em relação ao parâmetro  $z$  do desvio para o vermelho. Observe que há uma série de supernovas do Tipo Ia em torno de  $z = 0,6$ , que com uma constante de Hubble de  $71 \text{ km/s/ mpc}$  está a uma distância de cerca de 5 bilhões de anos-luz. (Fonte: Carroll & Ostlie, Ch 29, Conselice Perlmutter).

### 08.03 Velocidade de Expansão

2

Classicamente definimos como velocidade a distância que um objeto consegue se mover em um dado intervalo de tempo. Assim, da mesma forma como expressamos a velocidade de automóvel em relação a um observador externo fixo, podemos expressar a velocidade de uma galáxia (em relação à Terra), no entanto, elas são geralmente muito rápidas, se movendo na ordem de quilômetros por segundo.

As medidas astronômicas de velocidade de uma galáxia distante são feitas por meio do deslocamento Doppler das linhas espectrais emitidas por essas galáxias. Georges Lemaître, e depois, Edwin Hubble perceberam que de maneira geral, apesar de algumas exceções, as galáxias estão se afastando da Terra, sendo que, quanto mais afastada é a galáxia observada, maior também é a velocidade de afastamento.

Podemos explicar esse efeito considerando que o movimento das galáxias se deve à própria expansão do espaço: há muito mais espaço entre nós e uma galáxia distante que entre nós e galáxias vizinhas, então a velocidade observada de galáxias se afastando de nós é proporcional às suas respectivas distâncias.

Podemos resumir esse efeito da expansão do espaço com a seguinte relação entre distância e velocidade:

$$v(r) = H_0 \cdot r$$

Ou seja, quanto maior a distância de uma galáxia (em megaparsec), maior a sua velocidade de afastamento (em km/s). Sendo a constante  $H_0$  conhecida como Constante de Hubble cujo valor atualmente aceito é de  $73,24 \pm 1,74$  quilômetros por segundo por megaparsec.

### 08.04 Lentes Gravitacionais e a Constante de Hubble

Refsdal concluiu que a comparação do "time delay", ou seja, o atraso de tempo  $\Delta t$  entre imagens múltiplas criado em lentes gravitacionais fortes, combinado com a medida de potencial das lentes relaciona uma grandeza que depende da distância até a fonte de emissão, sendo que essa grandeza é inversamente proporcional a  $H_0$ , e depende pouco de outros parâmetros. Assim, podemos escrever  $\Delta t \propto H_0^{-1}$ , de forma que medidas de time delay nos permitam inferir o valor da constante de Hubble, método conhecido como TDSL (Time Delay Strong Lensing).

Aplicações recentes desse método em imagens de quasares têm fornecido resultado altos e precisos para a constante de Hubble ( $H_0$ ), de forma que quando comparado com os resultados obtidos pela observação da radiação cósmica de fundo (RCF), o que nos leva a uma nova discussão sobre os valores obtidos para a constante  $H_0$ .

O atual modelo cosmológico padrão é o  $\Lambda$ CDM plano, apesar de que, como vimos, o aumento de precisão em alguns experimentos cosmológicos. Hoje, o caso mais representativo dessas discrepâncias é a comparação dos valores obtidos para a constante de Hubble por medições de RCF comparadas com as medidas locais baseadas em Cefeidas e Supernovas. As medidas feitas pela RCF são de altos redshifts e têm fornecido um valor menor de  $H_0$ , e dependente do modelo padrão, já os valores inferidos com base na distância cósmica são maiores e independem do modelo padrão, sendo fornecidos por medidas de baixíssimo redshift. Em cosmologia, podemos tentar entender o universo por dois caminhos principais: ou você começa do Big Bang e traça toda a evolução do passado até o presente, ou você começa do tempo atual e faz uma engenharia reversa do universo até o passado mais remoto possível. Caso ambas as estratégias sejam coerentes, espera-se que elas produzam respostas similares para nossas perguntas mais inquietantes sobre o universo. Só que quando nós fazemos esse experimento, na realidade o resultado não é o mesmo.

### 08.05 Bibliografia

3

BENNETT J. O., DONAHUE M., SCHNEIDER N. O., Voit M., The Essential Cosmic Perspective, 6ª edição, Benjamin Cummings, 2010.

## **APÊNDICE C - QUESTIONÁRIOS DE PESQUISA APLICADOS**

**Uma experiência de transposição didática e aplicação das principais  
contribuições teóricas e observacionais no campo de lentes  
gravitacionais e os conceitos físicos envolvidos**

**Questionários de Pesquisa Aplicados**

**USP - Universidade São Paulo**

Rodrigo Bernadelli Santos

**Uma experiência de transposição didática e aplicação das principais contribuições teóricas e observacionais no campo de lentes gravitacionais e os conceitos físicos envolvidos**

**Questionários e Testes Aplicados**

Dissertação apresentada ao Departamento de Astronomia do Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas da USP – Universidade de São Paulo como requisito parcial para a conclusão do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Astronomia e obtenção do título de Mestre em Ensino, sob a orientação do Prof. Dr. José Ademir Sales Lima.

## Pesquisa Inicial sobre o Tema



Aluno: a    Idade: \_\_\_\_\_

Sexo: ( ) M ( ) F

Série do Ensino Médio que está cursando:

( ) 1ª ( ) 2ª ( ) 3ª

Questionário:

1. Por quais dos seguintes temas você se interessa?

- 1: nada  
2: pouco  
3: muito

	1	2	3
alimentação	( )	( )	( )
arqueologia	( )	( )	( )
artes	( )	( )	( )
astrofísica	( )	( )	( )
botânica	( )	( )	( )
economia	( )	( )	( )
eletrônica	( )	( )	( )
esportes	( )	( )	( )
física moderna	( )	( )	( )
história	( )	( )	( )
informática	( )	( )	( )
literatura	( )	( )	( )
mecânica	( )	( )	( )
medicina	( )	( )	( )
música	( )	( )	( )
política	( )	( )	( )
tecnologia	( )	( )	( )
turismo	( )	( )	( )
outro	( )	( )	( )

Outro? Qual?

\_\_\_\_\_

2. Você tem maior conhecimento de algum dos assuntos citados? Qual? Por quê?

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

3. De que forma você obteve informações sobre o assunto citado:

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

4. Qual sua maior fonte de notícias e/ou informações sobre ciência e tecnologia? Com que frequência você acessa essa fonte?

- N: nunca  
S: semanal  
Q: quinzenal  
M: mensal

	N	S	Q	M
Ciência Hoje	( )	( )	( )	( )
Discovery Chanel	( )	( )	( )	( )
Galileu	( )	( )	( )	( )
Globo Rural	( )	( )	( )	( )
Jornais Impressos	( )	( )	( )	( )
National Geographic	( )	( )	( )	( )
Scientific American	( )	( )	( )	( )
Superinteressante	( )	( )	( )	( )
Telejornais	( )	( )	( )	( )
Outra	( )	( )	( )	( )

Outro? Qual?

\_\_\_\_\_

5. Descreva em 9 linhas seu assunto de maior interesse que envolva ciência ou tecnologia e identifique as razões desse interesse

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

6. Observe a sequência de imagens a seguir. Tente identificar os assuntos relacionados e apresente seu conhecimento a respeito. Escreva sobre o que sabe sobre o assunto, onde leu ou ouviu a respeito e qual a relevância no seu cotidiano.

6.1 Luas galileanas

Olhando através de seu telescópio caseiro para o planeta Júpiter, em 7 de janeiro de 1610, Galileu notou três pontos de luz ali por perto, e pensou que se tratasse de estrelas distantes. Contudo, observando-as nas noites seguintes, notou que se moviam na direção errada em relação às estrelas ao fundo e permaneciam sempre perto de Júpiter, embora mudassem de posição umas em relação às outras. Em seguida, observou que havia uma quarta "estrela" com o mesmo comportamento.



Em 15 de janeiro, Galileu concluiu que não eram estrelas, mas sim luas orbitando ao redor de Júpiter — as famosas Io, Europa, Ganimedes e Calisto. Elas forneceram fortes evidências para a teoria copernicana de que a maioria dos objetos celestes não giram em torno da Terra. Ele relatou o sistema de satélites como se fosse um minissistema Solar, levantando a hipótese de que isso poderia ser comum em outros astros.

(Imagem: Reprodução/JPL-CALTECH/NASA/DLR)

---



---



---



---



---



---



---

6.2 Galáxias



Em 1923, com um telescópio de 2,5 metros, Hubble identificou estrelas individuais numa das "nebulosas", mais precisamente em uma das maiores, a até então conhecida como "Grande Nebulosa de Andrômeda". Através de um estudo sobre as propriedades luminosas destas estrelas, ele conseguiu medir a distância até elas e, deste modo, calculou a distância até a nebulosa. O resultado foi algo magnífico: a distância até a nebulosa era muito maior que o tamanho da Via Láctea! Assim, a conclusão foi que havia outros sistemas como a Via Láctea — as galáxias. A Grande Nebulosa de Andrômeda ficou então conhecida como Galáxia de Andrômeda.

Galáxia M31, mais conhecida como Andrômeda (Imagem: Reprodução/rwittich/Envato)

---



---



---



---



---



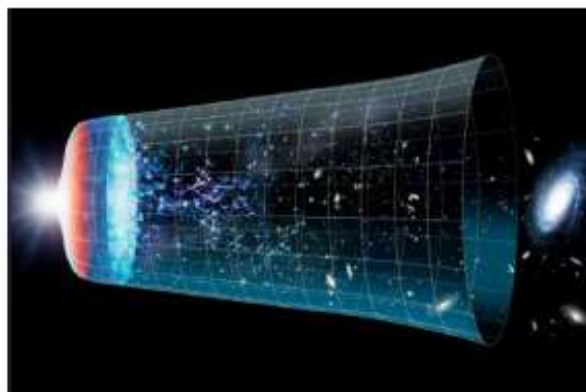
---



---



### 6.3 Expansão do universo



O universo está se expandindo, e esse fato é determinado pela Lei de Hubble. O astrônomo criou uma unidade que descreve a rapidez com que o universo está se expandindo — como as velocidades das galáxias são medidas em  $\text{km/s}$  e as distâncias em parsecs e megaparsec ( $\text{pc}$  e  $\text{Mpc}$ ), a unidade da constante de Hubble é  $(\text{km/s})/\text{Mpc}$ . Na época, Hubble mediu o valor em  $501 \text{ km/s}$  por megaparsec (um megaparsec é igual a 3,26 milhões de anos-luz).

*O universo está em expansão acelerada. Foto: Detlev van Ravenswaay/Science Photo Library/Latinstock/VEJA*

---



---



---



---

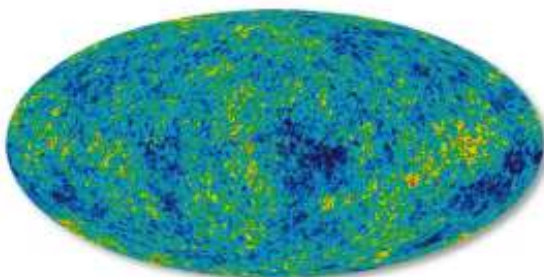


---



---

### 6.4 Radiação cósmica de fundo



A radiação cósmica de fundo em micro-ondas (CMB, da sigla em inglês) é uma radiação eletromagnética prevista pelo trio George Gamow, Ralph Alpher e Robert Herman. Mas ela só foi detectada em observações reais em 1965, por Arno Penzias e Robert Woodrow Wilson. Trata-se de um “fóssil” da luz, resultante de uma época em que o universo era quente e denso, 380 mil anos após o Big Bang.

*Imagem de mapeamento da radiação cósmica de fundo (Imagem: Reprodução/NASA/WMAP Science Team)*

---



---



---



---



---



---

### 6.5 Confirmação da Teoria da Relatividade Geral



A Relatividade Geral de Einstein é considerada hoje o modelo gravitacional que melhor descreve o universo em grande escala, mas nem sempre foi assim. As ideias do físico alemão foram alvo de muito debate, incluindo um ceticismo o próprio Einstein sobre algumas consequências de sua teoria — como por exemplo os buracos negros. Essa teoria pode estar relacionada à física em geral, mas os responsáveis por validá-la foram os astrônomos.

Foi no Brasil, mais precisamente na cidade de Sobral, que uma expedição liderada pelo astrônomo britânico Andrew Crommelin observou um eclipse sob boas condições meteorológicas. Era finalzinho da década de 1910, quase cinco anos após Einstein publicar sua teoria, quando as placas fotográficas do eclipse permitiram a Eddington (aquele mesmo do ciclo estelar) medir uma distorção da luz de modo que comprovasse de modo conclusivo a Relatividade Geral.

*Imagem do eclipse solar de Sobral, Brasil (Imagem: Reprodução/Domínio Público)*

---



---



---



---



---



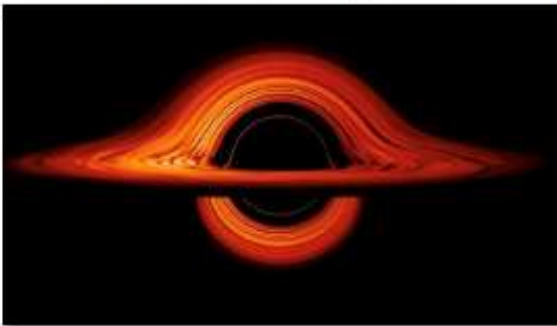
---



---

### 6.6 Buracos negros

É difícil determinar quem “descobriu” os buracos negros. De fato, Einstein escreveu inicialmente uma teoria que “permite” a existência desses objetos. Muita teoria foi produzida depois por nomes importantes como Karl Schwarzschild, Subrahmanyan Chandrasekhar, e muitos outros, mas foi Roger Penrose quem mostrou em 1965 que a formação de buracos negros é definitivamente uma consequência direta da relatividade geral.



Reinhard Genzel e Andrea Ghez foram responsáveis por um trabalho de 16 anos que resultou na descoberta de que o objeto compacto supermassivo no centro da nossa galáxia, conhecido como Sagitário A\*, era na verdade um buraco negro supermassivo. Esse trabalho, anunciado em 2008, foi a evidência mais convincente de que um buraco negro supermassivo habita no centro da Via Láctea. Penrose, Genzel e Ghez ganharam o prêmio Nobel da Física em 2020.

*Imagem artística de um buraco negro com disco de acreção (Imagem: Reprodução/NASA)*

---



---



---



---



---



---



---

## TESTES DE LEITURA

## AULA 01

## Conceitos de Física Clássica / Mecânica;

## TL01.



Folha de São Paulo, 10/01/2004

Disponível em:

<<http://fisicaantoniovaladares.blogspot.com/2011/06/tiras-de-humor-envolvendo-as-leis-de.html>>.

Acesso em: 21 set. 2018.

A ordem dada por Garfield está diretamente ligada a concepção da

- inércia
- gravidade
- aceleração
- força de atrito
- ação e reação

**Gab: A**

## TL02.

(UFOP MG/2008/Janeiro)

Imagine que a massa do Sol se tornasse subitamente 4 vezes maior do que é.

Para que a força de atração do Sol sobre a Terra não sofresse alteração, a distância entre a Terra e o Sol deveria se tornar:

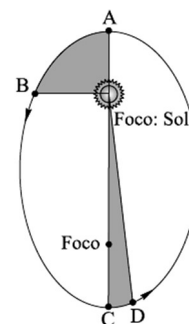
- 4 vezes maior
- 2 vezes maior
- 8 vezes maior
- 3 vezes maior

**Gab: B**

## TL03

(UNESP/2008/Julho)

Analise o movimento de um planeta em diversos pontos de sua trajetória em torno do Sol, conforme aparece na figura.



Considerando os trechos entre os pontos A e B e entre os pontos C e D, pode-se afirmar que,

- entre A e B, a área varrida pela linha que liga o planeta ao Sol é maior do que aquela entre C e D.
- caso as áreas sombreadas sejam iguais, o planeta move-se com maior velocidade escalar no trecho entre A e B.

c) caso as áreas sombreadas sejam iguais, o planeta move-se com maior velocidade escalar no trecho entre C e D.

d) caso as áreas sombreadas sejam iguais, o planeta move-se com a mesma velocidade nos dois trechos.

e) caso as áreas sombreadas sejam iguais, o tempo levado para o planeta ir de A até B é maior que entre C e D.

**Gab:** B

## AULA 02

### Conceitos de Física Clássica / Ondas Eletromagnéticas;

#### TL04

**(UNESP/2020/Janeiro)**

A sensibilidade visual de humanos e animais encontra-se dentro de uma estreita faixa do espectro da radiação eletromagnética, com comprimentos de onda entre 380 nm e 760 nm. É notável que os vegetais também reajam à radiação dentro desse mesmo intervalo, incluindo a fotossíntese e o crescimento fototrópico. A razão para a importância dessa estreita faixa de radiação eletromagnética é o fato de a energia carregada por um fóton ser inversamente proporcional ao comprimento de onda. Assim, os comprimentos de onda mais longos não carregam energia suficiente em cada fóton para produzir um efeito fotoquímico apreciável, e os mais curtos carregam energia em quantidade que danifica os materiais orgânicos.

(Knut Schmidt-Nielsen. *Fisiologia animal: adaptação e meio ambiente*, 2002. Adaptado.) A tabela apresenta o comprimento de onda de algumas cores do espectro da luz visível:

Cor	Comprimento de onda (nm)
Azul	450 – 495
Verde	495 – 570
Amarela	570 – 590
Laranja	590 – 620
Vermelha	620 – 750

Sabendo que a energia carregada por um fóton de frequência  $f$  é dada por  $E = h \times f$ , em que  $h = 6,6 \times 10^{-34}$  J.s, que a velocidade da luz é aproximadamente  $c = 3 \times 10^8$  m/s e que  $1 \text{ nm} = 10^{-9}$  m, a cor da luz cujos fótons carregam uma quantidade de energia correspondente a  $3,96 \times 10^{-19}$  J é

- azul.
- verde.
- amarela.
- laranja.
- vermelha.

**Gab:** B

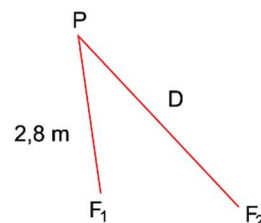
#### TL05.

**(FGV/2017)**

As figuras a seguir representam uma foto e um esquema em que  $F_1$  e  $F_2$  são fontes de frentes de ondas mecânicas planas, coerentes e em fase, oscilando com a frequência de 4,0 Hz. As ondas produzidas propagam-se a uma velocidade de 2,0 m/s. Sabe-se que  $D > 2,8$  m e que P é um ponto vibrante de máxima amplitude.



$F_1$   $F_2$



Nessas condições, o menor valor de D deve ser

- 2,9 m.
- 3,0 m.
- 3,1 m.
- 3,2 m.
- 3,3 m.

**Gab:** E

#### TL06.

**(UFRN/2004)**

Numa experiência histórica, Sir Isaac Newton observou que um feixe de luz branca proveniente do Sol pode ser decomposto num espectro de cores que se distribuem uniformemente num anteparo plano. Para meios dispersivos, o índice de refração  $n$  varia com o comprimento de onda  $\lambda$ . A figura 1 mostra essa variação para diferentes materiais. A figura 2 ilustra um feixe de luz branca passando por um prisma feito com um desses materiais e se decompondo num anteparo plano.

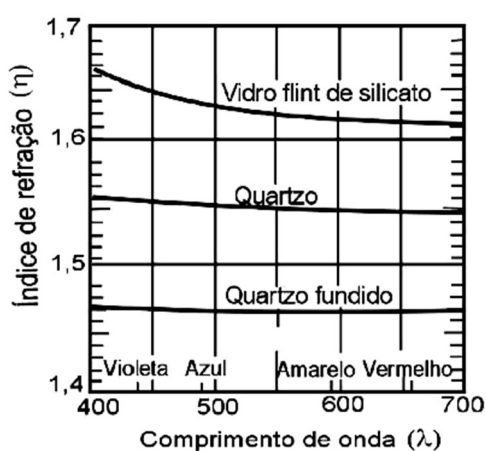


FIGURA 1 – Variação do índice de refração ( $n$ ), com o comprimento de onda ( $\lambda$ ), para diferentes materiais.

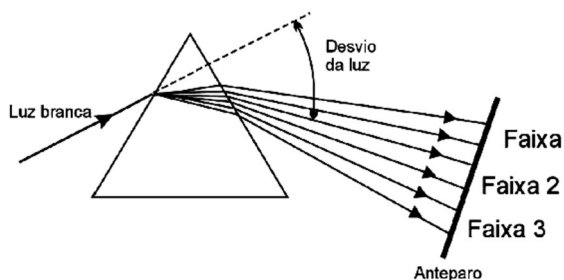


FIGURA 2 – Dispersão da luz branca por um prisma.

De acordo com essas informações, as cores mais prováveis das faixas 1, 2 e 3 são, **respectivamente**,

- vermelho, violeta e amarelo.
- amarelo, vermelho e violeta.
- violeta, amarelo e vermelho.
- vermelho, amarelo e violeta.

Gab D

## AULA 03

### Conceitos de Física Moderna / Física Quântica;

#### TL07

#### (UFRGS/2020)

No início do século XX, a Física Clássica começou a ter problemas para explicar fenômenos físicos que tinham sido recentemente observados. Assim começou uma revolução científica que estabeleceu as bases do que hoje se chama Física Moderna.

Entre os problemas antes inexplicáveis e resolvidos nesse novo período, podem-se citar

- a indução eletromagnética, o efeito fotoelétrico e a radioatividade.
- a radiação do corpo negro, a 1ª lei da Termodinâmica e a radioatividade.
- a radiação do corpo negro, a indução eletromagnética e a 1ª lei da Termodinâmica.
- a radiação do corpo negro, o efeito fotoelétrico e a radioatividade.
- a radiação do corpo negro, o efeito fotoelétrico e a indução eletromagnética.

Gab: D

#### TL08.

#### (UDESC/2018/Janeiro)

O modelo atômico de Rutherford considera o elétron, na eletrosfera, orbitando o núcleo atômico. Este modelo ficou conhecido como modelo planetário do átomo. No entanto, este modelo para o átomo apresentou algumas falhas que levaram à necessidade de se repensar o átomo. Resultou daí o modelo atômico de Bohr, concebido com base em alguns postulados.

Analise as proposições com base nas falhas relacionadas ao modelo atômico de Rutherford.

- I. O elétron, como uma carga elétrica, estando acelerado, deveria sempre emitir radiação.
- II. A trajetória do elétron deveria ser uma espiral em direção ao núcleo do átomo.
- III. O elétron deveria emitir radiação somente em uma única frequência.
- IV. O elétron não deveria emitir radiação porque estaria em uma órbita fechada.
- V. O elétron deveria emitir radiação em diferentes comprimentos de onda.

Assinale a alternativa correta.

- a) Somente as afirmativas II, III e IV são verdadeiras.
- b) Somente as afirmativas I, III e V são verdadeiras.
- c) Somente as afirmativas I, II e V são verdadeiras.
- d) Somente as afirmativas I, II e IV são verdadeiras.
- e) Somente as afirmativas II, IV e V são verdadeiras.

**Gab: C**

**TL09.**

**(UEG GO/2017/Julho)**

O princípio da incerteza de Heisenberg afirma não ser possível a determinação simultânea, com certa precisão, da posição e da quantidade de movimento de uma partícula. Essa impossibilidade se deve

- a) à imprecisão dos instrumentos atuais usados para a medição de partículas nesse princípio.
- b) à pequeníssima massa da partícula utilizada na experimentação pelo cientista Heisenberg.
- c) ao fato de o comportamento das partículas ser tratado estatisticamente nessa teoria.

d) ao desinteresse dos cientistas da época pela publicação do requerido princípio em questão.

e) ao comportamento corpuscular e ondulatório presente nas partículas usadas no experimento.

**Gab: C**

**AULA 04**

**Conceitos de Física Moderna / Teoria da Relatividade Especial e Geral;**

**TL10**

**10. (UFRGS/2018)**

Dilatação temporal e contração espacial são conceitos que decorrem da

- a) Teoria Especial da Relatividade.
- b) Termodinâmica.
- c) Mecânica Newtoniana.
- d) Teoria Atômica de Bohr.
- e) Mecânica Quântica.

**Gab: A**

**TL11.**

**(UEG GO/2020/Janeiro)**

Uma estação espacial monitora a velocidade de uma nave espacial, medindo seu comprimento e comparando-o quando a nave encontra-se estacionada em sua plataforma de lançamento. Em certo instante, a estação constatou que o comprimento da nave tinha reduzido 29%, daquele medido em repouso. Para a estação espacial essa nave viajava, em termos da velocidade da luz  $c$ , aproximadamente

- a)  $0,9c$
- b)  $0,7c$
- c)  $0,2c$
- d)  $0,5c$
- e)  $0,3c$

**Gab: B**

**TL12.**

**(FGV/2017)**

A nave “New Horizons”, cuja foto é apresentada a seguir, partiu do Cabo Canaveral em janeiro de 2006 e chegou bem perto de Plutão em julho de 2015. Foram mais de 9 anos no espaço, voando a 21 km/s. É uma velocidade muito alta para nossos padrões aqui na Terra, mas muito baixa se comparada aos 300 000 km/s da velocidade da luz no vácuo.



(<http://goo.gl/oeSWn>)

Considere uma nave que possa voar a uma velocidade igual a 80% da velocidade da luz e cuja viagem dure 9 anos para nós, observadores localizados na Terra. Para um astronauta no interior dessa nave, tal viagem duraria cerca de

- 4,1 anos.
- 5,4 anos.
- 6,5 anos.
- 15 anos.
- 20,5 anos.

**Gab: B**

## AULA 05

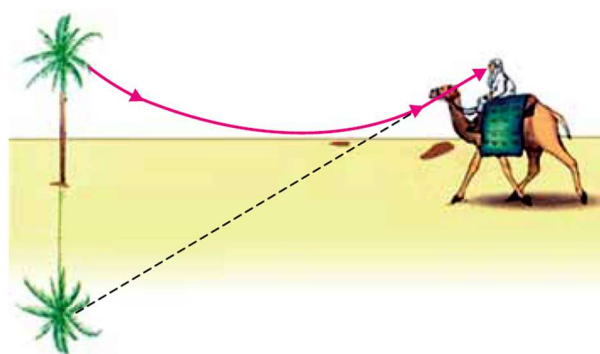
### Lentes Gravitacionais / Cronologia de Descobertas;

**TL13.**

**(UNESP/2019/Janeiro)**

Ao meio-dia, a areia de um deserto recebe grande quantidade de energia vinda do Sol. Aquecida, essa areia faz com que as camadas de ar mais próximas fiquem mais quentes do que as camadas de ar mais altas. Essa variação de temperatura altera o índice de refração do ar e contribui para a ocorrência de miragens no deserto, como esquematizado na figura 1.

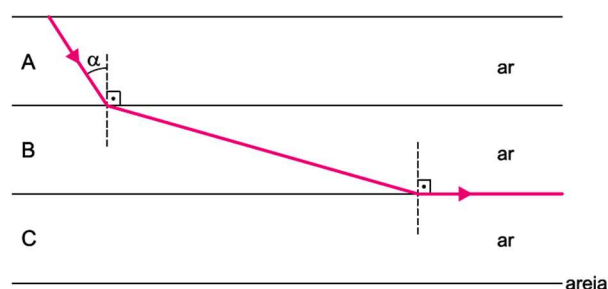
FIGURA 1



fora de escala  
([www.phy.ntnu.edu.tw](http://www.phy.ntnu.edu.tw). Adaptado.)

Para explicar esse fenômeno, um professor apresenta a seus alunos o esquema da figura 2, que mostra um raio de luz monocromático partindo do topo de uma palmeira, dirigindo-se para a areia e sofrendo refração rasante na interface entre as camadas de ar B e C.

FIGURA 2



Sabendo que nesse esquema as linhas que delimitam as camadas de ar são paralelas entre si, que  $n_A$ ,  $n_B$  e  $n_C$  são os índices de refração das camadas A, B e C, e sendo  $\alpha$  o ângulo de incidência do raio na camada B, o valor de  $\sin \alpha$  é

- $\frac{n_C}{n_B}$
- $\frac{n_A}{n_B}$

- c)  $\frac{n_B}{n_A}$   
 d)  $\frac{n_B}{n_C}$   
 e)  $\frac{n_C}{n_A}$

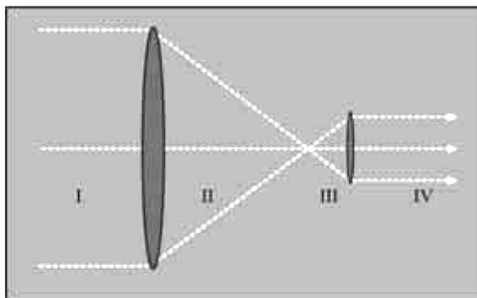
**Gab:** E

**TL14.**

**TEXTO: 2 - Comum à questão: 30**  
**Sempre que necessário, use aceleração da gravidade  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .**

**(UEL PR/2008/2ª Fase)**

A figura a seguir ilustra um telescópio refrator simples, composto por duas lentes biconvexas delgadas. Com base na figura e nos conhecimentos de ótica geométrica, assinale a alternativa correta.



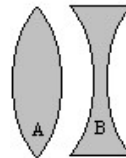
- a) Lentes bicôncavas podem convergir os raios de luz da região I, diminuindo assim o tamanho da imagem.  
 b) Lentes bicôncavas podem divergir os raios de luz da região II, tornando-os paralelos.  
 c) Os raios de luz que emergem na região IV produzirão uma imagem se projetados em uma tela (anteparo).  
 d) Lentes biconvexas podem divergir os raios de luz da região III, tornando-os paralelos.  
 e) Uma lente divergente deve ser utilizada para focar os raios de luz que emergem na região IV sobre um anteparo.

**Gab:** B

**TL15.**

**(UEPG PR/2001/Janeiro)**

Sobre duas lentes, A e B, desenhadas abaixo, ambas feitas com vidro crown (índice de refração igual a 1,51), assinale o que for correto.



01. A lente A é sempre convergente, independente do meio em que se encontre imersa.  
 02. O foco imagem da lente B é virtual quando ela está imersa no ar.  
 04. Para projetar a imagem ampliada de um objeto sobre uma parede branca, é necessário um dispositivo dotado somente da lente B.  
 08. A lente A pode ampliar a imagem de um objeto imerso no ar.  
 16. A associação das duas lentes aumenta a distância focal da lente A.

**Gab:** 10

## AULA 06

### Lentes Gravitacionais / Conceitos Físicos e Aplicações;

**TL16.**

**(ITA SP/)**

Dois estudantes se propõem a construir cada um deles uma câmara fotográfica simples, usando uma lente convergente como objetiva e colocando-a numa caixa fechada de modo que o filme esteja no plano focal da lente. O estudante A utilizou uma lente de distância focal igual a 4,0cm e o estudante B uma lente de distância focal igual a 10,0 cm. Ambos foram testar suas câmaras fotografando um objeto situado a 1,0m de distância das respectivas objetivas. Desprezando-se todos os outros efeitos (tais como aberrações das lentes), o resultado da experiência foi:

- I. que a foto do estudante A estava mais “em foco” que a do estudante B.  
 II. que ambas estavam igualmente “em foco”.



III. que as imagens sempre estavam entre o filme e a lente.

Neste caso você concorda que:

- a) apenas a afirmativa II é verdadeira.
- b) somente I e III são verdadeiras.
- c) somente III é verdadeira.
- d) somente a afirmativa I é verdadeira.
- e) não é possível obter uma fotografia em tais condições.

**Gab: D**

**TL17.**

**(UNESP/)**

Assinale a alternativa correspondente ao instrumento óptico que, nas condições normais de uso, fornece imagem virtual.

- a) Projetor de slides.
- b) Projetor de cinema.
- c) Cristalino do olho humano.
- d) Câmara fotográfica comum
- e) Lente de aumento (lupa)

**Gab: E**

**TL18.**

**(ITA SP/)**

Um telescópio astronômico tipo refrator é provido de uma objetiva de 1 000 mm de distância focal. Para que o seu aumento angular seja de aproximadamente 50 vezes, a distância focal da ocular deverá ser de

- a) 10 mm
- b) 20 mm
- c) 25 mm
- d) 50 mm
- e) 150 mm

**Gab: B**

**AULA 07**

**Lentes Gravitacionais / As Evidências e Medições de Matéria Escura;**

**TL19.**

**(ITA SP/2002)**

Um dos fenômenos da dinâmica de galáxias, considerado como evidência da existência de matéria escura, é que estrelas giram em torno do centro de uma galáxia com a mesma velocidade angular, independentemente de sua distância ao centro. Sejam  $M_1$  e  $M_2$  as porções de massa (uniformemente distribuída, da galáxia no interior de esferas de raios  $R$  e  $2R$ , respectivamente. Nestas condições, a relação entre essas massas é dada por:

- a)  $M_2 = M_1$ .
- b)  $M_2 = 2M_1$ .
- c)  $M_2 = 4M_1$ .
- d)  $M_2 = 8M_1$ .
- e)  $M_2 = 16M_1$ .

**Gab: D**

**TL20.**

A velocidade de escape de um corpo celeste é a mínima velocidade que um objeto deve ter nas proximidades da superfície desse corpo para escapar de sua atração gravitacional. Com base nessa informação e em seus conhecimentos sobre a interpretação cinética da temperatura, considere as seguintes afirmações a respeito da relação entre a velocidade de escape e a atmosfera de um corpo celeste.

- I. Corpos celestes com mesma velocidade de escape retêm atmosferas igualmente densas, independentemente da temperatura de cada corpo.
- II. Moléculas de gás nitrogênio escapam da atmosfera de um corpo celeste mais facilmente do que moléculas de gás hidrogênio.
- III. Comparando corpos celestes com temperaturas médias iguais, aquele com a maior velocidade de escape tende a reter uma atmosfera mais densa.

Apenas é correto o que se afirmar em

- a) I.
- b) II.

- c) III.  
 d) I e II.  
 e) I e III.

**Gab: C**

**TL21.**

**(55892) - (UFLA MG/1998/Janeiro)**

Num suposto sistema planetário, a razão entre os diâmetros dos planetas X e Y é  $1/3$  e entre as respectivas massas é  $1/30$ . Considerando-se que o peso de um objeto na superfície do planeta Y é 50 N, pode-se concluir que o seu peso na superfície do planeta X será de

- a) 10 N  
 b) 15 N  
 c) 5 N  
 d) 20 N  
 e) 30 N

**Gab: B**

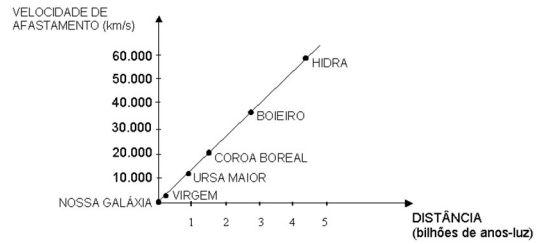
**AULA 08**

**Lentes Gravitacionais / Lentes Gravitacionais e a Constante de Hubble.**

**TL22.**

**(UFRN/1999)**

A Lei de Hubble fornece uma relação entre a velocidade com que certa galáxia se afasta da Terra e a distância dela à Terra. Em primeira aproximação, essa relação é linear e está mostrada na figura abaixo, que apresenta dados de seis galáxias: a nossa, Via Láctea, na origem, e outras ali nomeadas. (No gráfico, um ano-luz é a distância percorrida pela luz, no vácuo, em um ano.)



Da análise do gráfico, conclui-se que:

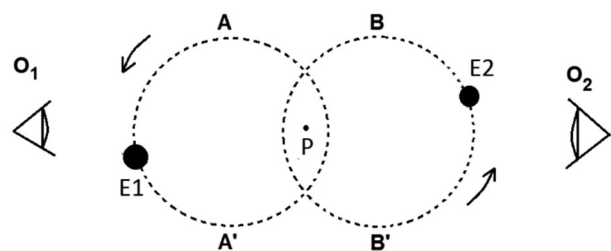
- a) Quanto mais distante a galáxia estiver da Terra, maior a velocidade com que ela se afasta da Terra.  
 b) Quanto mais próxima a galáxia estiver da Terra, maior a velocidade com que ela se afasta da Terra.  
 c) Quanto mais distante a galáxia estiver da Terra, menor a velocidade com que ela se afasta da Terra.  
 d) Não existe relação de proporcionalidade entre as distâncias das galáxias à Terra e as velocidades com que elas se afastam da Terra.

**Gab: A**

**TL23.**

**(UFU MG/2015/Julho)**

Nas galáxias, há uma diversidade de estrelas que se organizam em pares, chamadas estrelas binárias. Elas orbitam um centro de massa, localizado entre elas. O esquema a seguir representa um par de estrelas (E1 e E2) que orbitam um ponto P e são vistas por dois observadores ( $O_1$  e  $O_2$ ). Considere que A, A', B e B' são posições distintas em suas órbitas em torno de P.



Obs: figura fora de escala.

Tendo em vista a situação descrita, considere as afirmativas a seguir.

**Gab:** E

I. Para  $O_1$ , a luz de  $E1$  será vista com menor frequência quando ela estiver passando por  $A$  do que quando estiver passando por  $A'$ .

II. Para  $O_2$ , a luz de  $E1$  será vista com maior frequência quando ela estiver passando por  $A$  do que quando estiver passando por  $A'$ .

III. Para  $O_2$ , a luz de  $E1$  será vista com menor comprimento de onda quando ela estiver passando por  $A'$  do que quando estiver passando por  $A$ .

IV. Para  $O_2$ , a luz de  $E2$  será vista com maior comprimento de onda quando ela estiver passando por  $B$  do que quando estiver passando por  $B'$ .

Assinale a alternativa que apresenta apenas afirmativas corretas.

- a) III e IV.
- b) II e III.
- c) II e IV.
- d) I e III.

**Gab:** A

**TL24.**

**(UFG GO/2014/Julho)**

A teoria da relatividade elaborada por Albert Einstein (1879-1950), no início do século XX, abalou profundamente os alicerces da Física clássica, que já estava bem estabelecida e testada. Por questionar os conceitos canônicos da ciência e do senso comum até então, ela tornou-se uma das teorias científicas mais populares de todos os tempos.

Que situação física, prevista pela relatividade restrita de Einstein, também está em conformidade com a Física clássica?

- a) A invariância do tempo em referenciais inerciais.
- b) A contração do espaço.
- c) A invariância da velocidade da luz.
- d) A diferença entre massa inercial e gravitacional.
- e) A conservação da quantidade de movimento.

## TESTES CONCEITUAIS

### AULA 01

#### Conceitos de Física Clássica / Mecânica;

#### TC01.

(UFOP MG/1997/Janeiro)

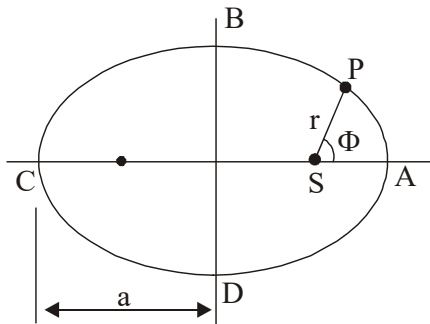
As leis de Kepler são enunciadas sobre o movimento dos planetas em torno do Sol.

**Primeira Lei** – Qualquer planeta gira em torno do Sol, descrevendo uma órbita elíptica da qual o Sol ocupa um dos focos.

**Segunda Lei** – O segmento de reta que une um planeta ao Sol varre áreas iguais em tempos iguais:  $G = \frac{r^2 \omega}{2}$ , C constante.

**Terceira Lei** – A razão entre o quadrado do período de revolução de um planeta e o cubo do semi-eixo maior de sua órbita constante e tem o mesmo valor para todos os planetas:

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{r\omega^2}{GM}$$



**Notação:** P – planeta, S – sol, r – raio vetor,  $\Phi$  – ângulo polar,  $\omega$  – velocidade angular, M – massa do sol, G – constante gravitacional e T – período de revolução.

- o período de revolução de Saturno é maior do que o de Urano.
- o tempo que um planeta gasta para percorrer o arco BCD é igual ao tempo que ele gasta para percorrer o arco DAB.
- a distância média da Terra ao Sol, no inverno, é maior do que no verão.

d) ao longo do arco ABC a velocidade do planeta diminui, e ao longo do arco CDA aumenta.

e) os planetas com massas maiores são mais lentos, isto é, têm períodos de revolução maiores.

**Gab:** D

#### TC02.

(ITA SP/2004)

Uma estrela mantém presos, por meio de sua atração gravitacional, os planetas Alfa, Beta e Gama. Todos descrevem órbitas elípticas, em cujo foco comum se encontra a estrela, conforme a primeira lei de Kepler. Sabe-se que o semi-eixo maior da órbita de Beta é o dobro daquele da órbita de Gama. Sabe-se também que o período de Alfa é  $\sqrt{2}$  vezes maior que o período de Beta. Nestas condições, pode-se afirmar que a razão entre o período de Alfa e o de Gama é

- $\sqrt{2}$ .
- 2.
- 4.
- $4\sqrt{2}$ .
- $6\sqrt{2}$ .

**Gab:** C

#### TC03.

(FUVEST SP/2002/1ª Fase)

Satélites utilizados para telecomunicações são colocados em órbitas geoestacionárias ao redor da Terra, ou seja, de tal forma que permaneçam sempre acima de um mesmo ponto da superfície da Terra. Considere algumas condições que poderiam corresponder a esses satélites:

- I. ter o mesmo período, de cerca de 24 horas
- II. ter aproximadamente a mesma massa
- III. estar aproximadamente à mesma altitude
- IV. manter-se num plano que contenha o círculo do equador terrestre

O conjunto de todas as condições, que satélites em órbita geoestacionária devem necessariamente obedecer, corresponde a

- a) I e III
- b) I, II, III
- c) I, III e IV
- d) II e III
- e) II, IV

**Gab: C**

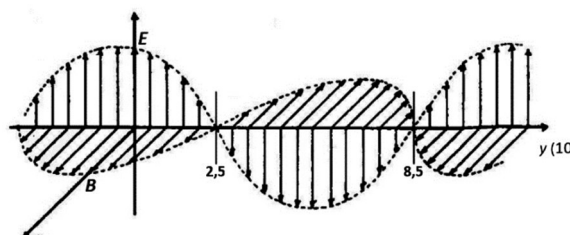
## AULA 02

### Conceitos de Física Clássica / Ondas Eletromagnéticas;

#### TC04.

**(FGV/2018)**

A figura representa os campos elétrico (E) e magnético (B), em certo instante, de uma onda eletromagnética propagando-se no vácuo na direção y. As posições  $y = 2,5 \times 10^{-6}$  m e  $y = 8,5 \times 10^{-6}$  m estão indicadas na figura.



Essa radiação tem frequência igual a

- a)  $4,0 \times 10^2$  Hz

- b)  $2,5 \times 10^{13}$  Hz
- c)  $0,5 \times 10^{13}$  Hz
- d)  $5,0 \times 10^7$  Hz
- e)  $3,0 \times 10^2$  Hz

Considere:

Velocidade da luz no vácuo =  $3 \times 10^8$  m/s

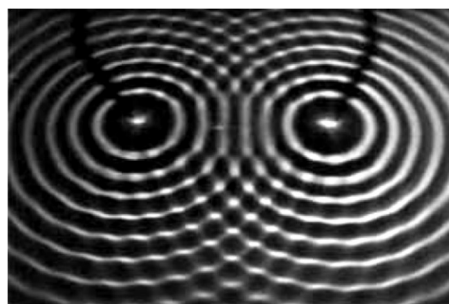
**Gab: B**

#### TC05.

**(UNESP/2009/Janeiro)**

A figura mostra um fenômeno ondulatório produzido em um dispositivo de demonstração chamado tanque de ondas, que neste caso são geradas por dois martelinhos que batem simultaneamente na superfície da água 360 vezes por minuto.

Sabe-se que a distância entre dois círculos consecutivos das ondas geradas é 3,0 cm.



Pode-se afirmar que o fenômeno produzido é a

- a) interferência entre duas ondas circulares que se propagam com velocidade de 18 cm/s.
- b) interferência entre duas ondas circulares que se propagam com velocidade de 9,0 cm/s.
- c) interferência entre duas ondas circulares que se propagam com velocidade de 2,0 cm/s.
- d) difração de ondas circulares que se propagam com velocidade de 18 cm/s.
- e) difração de ondas circulares que se propagam com velocidade de 2,0 cm/s.

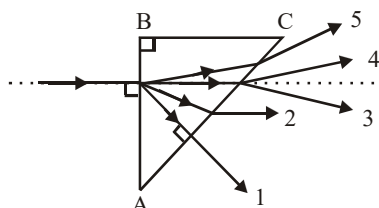
**Gab: A**

## TC06.

museudoamanha.org.br

(UNESP/2002)

Um raio de luz monocromática, I, propagando-se no ar, incide perpendicularmente à face AB de um prisma de vidro, visto em corte na figura, e sai pela face AC. A figura mostra cinco trajetórias desenhadas por estudantes, tentando representar o percurso seguido por esse raio luminoso ao atravessar o prisma.



O percurso que melhor representa a trajetória do raio é

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.

Gab. D

## AULA 03

## Conceitos de Física Moderna / Física Quântica;

TC07.

(UEL PR/2020/1ª Fase)

Leia o texto a seguir.

*No museu do Amanhã, a exposição “Cosmos” faz uma abordagem científica, associando a composição atômica humana à composição de parte de uma estrela, contribuindo para o entendimento de como se comporta a matéria do ponto de vista atômico e subatômico.*



Com base nos conhecimentos sobre Física Moderna, considere as afirmativas a seguir.

I. No efeito fotoelétrico, uma luz monocromática que incide na superfície de um metal, cuja energia seja  $hf =$  função trabalho ( $\Omega$ ), arranca elétrons se, e somente se, a soma das energias cinética e da função trabalho forem iguais a  $hf$ .

II. No átomo de hidrogênio, os níveis de energia são indicados por  $n$ , onde a energia calculada para cada nível é dada por  $E_n = -(1/n^2)2,18 \times 10^{-18} \text{J}$ .

III. Max Planck considerou que os átomos que constituem um corpo aquecido se comportam como osciladores harmônicos, que têm suas energias distribuídas de forma contínua, independentemente da temperatura do corpo.

IV. Na teoria da relatividade especial, as Leis Físicas são as mesmas para quaisquer observadores em qualquer movimento, e a velocidade da luz no vácuo possui valores específicos para observadores em diferentes referenciais.

Assinale a alternativa correta.

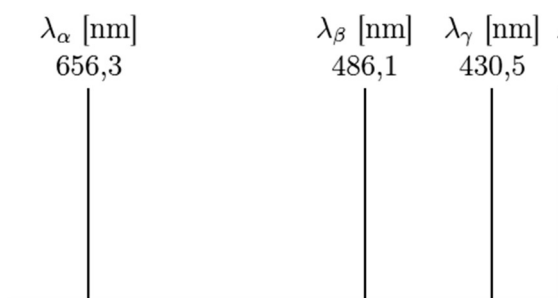
- Somente as afirmativas I e II são corretas.
- Somente as afirmativas I e IV são corretas.
- Somente as afirmativas III e IV são corretas.
- Somente as afirmativas I, II e III são corretas.
- Somente as afirmativas II, III e IV são corretas.

Gab: A

TC08.

(ITA SP/2017)

Num experimento que mede o espectro de emissão do átomo de hidrogênio, a radiação eletromagnética emitida pelo gás hidrogênio é colimada por uma fenda, passando a seguir por uma rede de difração. O espectro obtido é registrado em chapa fotográfica, cuja parte visível é mostrada na figura.



Pode-se afirmar que

- O modelo de Bohr explica satisfatoriamente as linhas do espectro visível do átomo de Hidrogênio.
- Da esquerda para a direita as linhas correspondem a comprimentos de onda do violeta ao vermelho.
- O espaçamento entre as linhas adjacentes decresce para um limite próximo ao infravermelho.
- As linhas do espectro encontrado são explicadas pelo modelo de Rutherford.
- Balmer obteve em 1885 a fórmula empírica para o comprimento de onda:

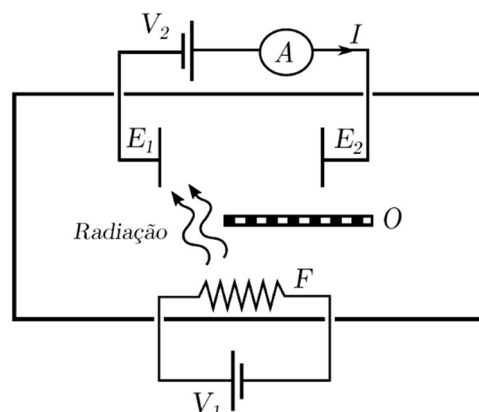
$$\lambda = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$
 em que  $n = 3, 4, \dots$  e  $R$  é a constante de Rydberg.

**Gab:** A

**TC09.**

**(ITA SP/2019)**

Dentro de uma câmara de vácuo encontra-se um o filamento  $F$  aquecido por meio de uma fonte elétrica externa de d.d.p.  $V_1$ . A radiação emitida por  $F$  atinge o eletrodo metálico  $E_1$ , que passa a emitir elétrons que podem ser coletados no eletrodo  $E_2$ , acarretando a corrente  $I$  medida num amperímetro. Uma segunda fonte externa, de d.d.p.  $V_2$ , é conectada ao circuito conforme ilustrado na figura. Um obstáculo  $O$  impede que  $E_2$  receba radiação do filamento  $F$ . Analise as seguintes afirmações:



- A corrente  $I$  aumenta sempre que  $V_2$  aumenta e tende a um valor assintótico  $I_{\max}$ .
- Toda a radiação que incide em  $E_1$  pode causar ejeção de elétrons.
- Para certo valor  $V_2 < 0$ , é possível obter uma corrente  $I$  invertida em relação ao sentido mostrado na figura.
- É possível ter  $I \neq 0$  para  $V_2 = 0$  com  $I$  dependente de  $V_1$ .

Estão corretas

- todas as afirmações.
- apenas I, II e III.
- apenas I e IV.
- apenas II e IV.
- apenas I, II e IV.

**Gab:** C

**AULA 04**

**Conceitos de Física Moderna / Teoria da Relatividade Especial e Geral;**

**TC10.**

**(UDESC/2014/Julho)**

Com base na teoria da relatividade restrita, proposta por Albert Einstein, é **correto** afirmar que:

- as leis da Física não são as mesmas para quaisquer observadores situados em referenciais inerciais.
- independentemente da velocidade da fonte luminosa ou do referencial, a velocidade de propagação da luz no vácuo é constante e igual a 300.000.000 m/s. Portanto, conclui-se que a velocidade da luz é constante e igual a  $c$  em qualquer meio de propagação.

- c) pelo princípio da simultaneidade conclui-se que dois observadores em movimento relativo farão observações contraditórias sobre um mesmo evento. Isso implica que um deles sempre estará errado e que se deve eleger, inicialmente, um referencial absoluto.
- d) a velocidade da luz no vácuo é uma velocidade limite, não podendo ser superada por nenhuma entidade capaz de transportar energia ou informação.
- e) para descrever os eventos relativísticos um observador deverá utilizar sempre quatro coordenadas, duas espaciais e duas temporais.

**Gab:** D

### TC11.

#### (UEL PR/2017/1ª Fase)

O tempo nada mais é que a forma da nossa intuição interna. Se a condição particular da nossa sensibilidade lhe for suprimida, desaparece também o conceito de tempo, que não adere aos próprios objetos, mas apenas ao sujeito que os intui.

(KANT, I. Crítica da razão pura. Trad.

Valério Rohden e Udo Baldur Moosburger.

São Paulo: Abril Cultural, 1980. p.47.

Coleção Os Pensadores.)

A questão do tempo sempre foi abordada por filósofos, como Kant. Na física, os resultados obtidos por Einstein sobre a ideia da “dilatação do tempo” explicam situações cotidianas, como, por exemplo, o uso de GPS.

Com base nos conhecimentos sobre a Teoria da Relatividade de Einstein, assinale a alternativa correta.

- a) O intervalo de tempo medido em um referencial em que se empregam dois cronômetros e dois observadores é menor do que o intervalo de tempo próprio no referencial em que a medida é feita por um único observador com um único cronômetro.
- b) Considerando uma nave que se movimenta próximo à velocidade da luz, o tripulante verifica que, chegando ao seu destino, o seu relógio está adiantado em relação ao relógio da estação espacial da qual ele partiu.

c) As leis da Física são diferentes para dois observadores posicionados em sistemas de referência inerciais, que se deslocam com velocidade média constante.

d) A dilatação do tempo é uma consequência direta do princípio da constância da velocidade da luz e da cinemática elementar.

e) A velocidade da luz no vácuo tem valores diferentes para observadores em referenciais privilegiados.

**Gab:** D

**Gab:** C

### TC12.

#### (UFRGS/2014)

Os múons cósmicos são partículas de altas energias, criadas na alta atmosfera terrestre. A velocidade de alguns desses múons ( $v$ ) é próxima da velocidade da luz ( $c$ ), tal que  $v^2 = 0,998 \cdot c^2$ , e seu tempo de vida em um referencial em repouso é aproximadamente  $t_0 = 2 \times 10^{-6}$  s. Pelas leis da mecânica clássica, com esse tempo de vida tão curto, nenhum múon poderia chegar ao solo, no entanto eles são detectados na Terra. Pelos postulados da relatividade restrita, o tempo de vida do múon em um referencial terrestre ( $t$ ) e o tempo  $t_0$  são relacionados pelo fator relativístico

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Para um observador terrestre a distância que o múon pode percorrer antes de se desintegrar é, aproximadamente,

- a)  $6,0 \times 10^2$  m.  
 b)  $6,0 \times 10^3$  m.  
 c)  $13,5 \times 10^3$  m.  
 d)  $17,5 \times 10^3$  m.  
 e)  $27,0 \times 10^3$  m.

**Gab:** C



**AULA 05****Lentes Gravitacionais / Cronologia de Descobertas;****TL13.****(UFT TO/2014/Julho)**

Atualmente, poucas pessoas atingem a fase adulta sem nunca ter sido submetido a um exame de radiografia. Desde a sua descoberta, em 1895, pelo físico alemão Wilhelm Röntgen, a radiografia tem sido amplamente utilizada na medicina, na indústria e em pesquisas científicas. Geralmente, dentro dos equipamentos de radiografia, os raios X são produzidos por:

- a) cargas elétricas que estão em movimento oscilatório.
- b) um campo elétrico variável, que produz um campo magnético constante e vice-versa.
- c) elétrons que são desacelerados ao atingirem um alvo metálico de alto ponto de fusão.
- d) um material metálico que é aquecido a temperaturas próximas do seu ponto de fusão.
- e) núcleos dos elementos radioativos, que se desintegram artificialmente.

**Gab:** C**TL14.****(UFRGS/2018)**

Existe uma possibilidade de mudar a frequência de uma onda eletromagnética por simples reflexão. Se a superfície refletora estiver em movimento de aproximação ou afastamento da fonte emissora, a onda refletida terá, respectivamente, frequência maior ou menor do que a onda original.

Esse fenômeno, utilizado pelos radares (RaDAR é uma sigla de origem inglesa: *Radio Detection And Ranging*), é conhecido como efeito

- a) Doppler.
- b) Faraday.
- c) Fotoelétrico.
- d) Magnus.
- e) Zeeman.

**Gab:** A**TL15.****(UDESC/2018/Janeiro)**

Analise as proposições com relação às ondas eletromagnéticas e às ondas sonoras.

- I. As ondas eletromagnéticas podem se propagar no vácuo e as ondas sonoras necessitam de um meio material para se propagar.
- II. As ondas eletromagnéticas são ondas transversais e as ondas sonoras são ondas longitudinais.
- III. Ondas eletromagnéticas correspondem a oscilações de campos elétricos e de campos magnéticos perpendiculares entre si, enquanto as ondas sonoras correspondem a oscilações das partículas do meio material pelo qual as ondas sonoras se propagam.
- IV. As ondas eletromagnéticas sempre se propagam com velocidades menores do que as ondas sonoras.
- V. As ondas eletromagnéticas, correspondentes à visão humana, estão na faixa de frequências de 20Hz a 20.000Hz, aproximadamente, e as ondas sonoras, correspondentes à região da audição humana, estão na faixa de frequência 420THz a 750THz, aproximadamente.

Assinale a alternativa correta.

- a) Somente as afirmativas II, III e IV são verdadeiras.
- b) Somente as afirmativas III, IV e V são verdadeiras.
- c) Somente as afirmativas II, IV e V são verdadeiras.
- d) Somente as afirmativas I, III e V são verdadeiras.
- e) Somente as afirmativas I, II e III são verdadeiras.

**Gab:** E**AULA 06****Lentes Gravitacionais / Conceitos Físicos e Aplicações;****TC16.****(UDESC/2018/Janeiro)**

Analise as proposições com relação às ondas eletromagnéticas e às ondas sonoras.

I. As ondas eletromagnéticas podem se propagar no vácuo e as ondas sonoras necessitam de um meio material para se propagar.

II. As ondas eletromagnéticas são ondas transversais e as ondas sonoras são ondas longitudinais.

III. Ondas eletromagnéticas correspondem a oscilações de campos elétricos e de campos magnéticos perpendiculares entre si, enquanto as ondas sonoras correspondem a oscilações das partículas do meio material pelo qual as ondas sonoras se propagam.

IV. As ondas eletromagnéticas sempre se propagam com velocidades menores do que as ondas sonoras.

V. As ondas eletromagnéticas, correspondentes à visão humana, estão na faixa de frequências de 20Hz a 20.000Hz, aproximadamente, e as ondas sonoras, correspondentes à região da audição humana, estão na faixa de frequência 420THz a 750THz, aproximadamente.

Assinale a alternativa correta.

- a) Somente as afirmativas II, III e IV são verdadeiras.
- b) Somente as afirmativas III, IV e V são verdadeiras.
- c) Somente as afirmativas II, IV e V são verdadeiras.
- d) Somente as afirmativas I, III e V são verdadeiras.
- e) Somente as afirmativas I, II e III são verdadeiras.

**Gab:** E

**TC17.**

**(IME RJ/2013/1ªFase)**

Com relação às emissões radioativas observadas no planeta Terra, assinale a alternativa correta:

- a) A emissão de uma partícula  $\alpha$  resulta em um elemento situado em uma posição imediatamente à direita do elemento original, na tabela periódica.
- b) A radiação  $\gamma$  frequentemente acompanha uma emissão  $\alpha$  ou  $\beta$ .

c) Raios  $\gamma$  são radiações eletromagnéticas, de comprimento de onda superior ao da luz visível, cuja emissão não resulta em mudanças do número atômico ou do número de massa do elemento.

d) As reações de fusão nuclear ocorrem quando núcleos de átomos pesados, como urânio ou tório, são bombardeados com nêutrons, quebrando-se em átomos menores e liberando energia e radioatividade.

e) O decaimento  $\alpha$  se deve à alta instabilidade do núcleo de  ${}^4_2\text{He}$ , o que faz com que este se separe facilmente de núcleos maiores.

**Gab:** B

**TC18.**

**(UFGD MS/2016)**

Leia o texto a seguir.

As ondas curtas representam importante papel nas transmissões de rádio tanto para radiodifusão como para fins utilitários (comunicações com aviões, embarcações, etc.), civis, militares ou comerciais. Devido à característica do comprimento de onda, as transmissões em ondas curtas se propagam até grandes distâncias através de saltos por deflexão nas camadas da ionosfera. Uso de transmissões em ondas curtas por radioamadores licenciados para emissão e por entusiastas da escuta de radiotransmissões continua forte e voltou a ressurgir depois de ter decrescido por alguns anos devido à competição com o interesse pelos computadores e outros dispositivos de comunicação. Esse novo ressurgimento do interesse é evidenciado pelo aumento de novas licenças de operador de estação de radioamador emitidos em todo o mundo. Alguns entusiastas têm combinado o uso das emissões de rádio HF (alta frequência) com computadores para obter modos experimentais de transmissão de dados e estabelecido técnicas que permitem a comunicação muito perto do limiar de ruído dos receptores, por exemplo as tecnologias conhecidas por WSJT e WSPR.

Disponível em:

<[https://pt.wikipedia.org/wiki/Onda\\_curta](https://pt.wikipedia.org/wiki/Onda_curta)>.

Acesso em: 12 out. 2015. (Adaptado).

Sabe-se que as ondas de rádio operam em diversas bandas classificadas pelas frequências ou pelos comprimentos de onda. Para as chamadas ondas curtas, essas transmissões se estendem de 1850 kHz a aproximadamente 30 MHz. Qual é o intervalo aproximado em comprimento de ondas coberto por esse tipo de onda curta? Considere a velocidade de propagação de ondas eletromagnéticas no ar igual à de propagação no vácuo ( $c = 3 \times 10^8$  m/s).

- a) 1 cm a 160 cm
- b) 1 m a 16 m
- c) 10 m a 16 m
- d) 10 m a 160 m
- e) 16 m a 160 m

**Gab: D**

## AULA 07

### Lentes Gravitacionais / As Evidências e Medições de Matéria Escura;

#### TC19.

01.A velocidade de escape de um corpo celeste é a mínima velocidade que um objeto deve ter nas proximidades da superfície desse corpo para escapar de sua atração gravitacional. Com base nessa informação e em seus conhecimentos sobre a interpretação cinética da temperatura, considere as seguintes afirmações a respeito da relação entre a velocidade de escape e a atmosfera de um corpo celeste.

- I. Corpos celestes com mesma velocidade de escape retêm atmosferas igualmente densas, independentemente da temperatura de cada corpo.
- II. Moléculas de gás nitrogênio escapam da atmosfera de um corpo celeste mais facilmente do que moléculas de gás hidrogênio.
- III. Comparando corpos celestes com temperaturas médias iguais, aquele com a maior velocidade de escape tende a reter uma atmosfera mais densa.

Apenas é correto o que se afirmar em

- a) I.
- b) II.
- c) III.
- d) I e II.

e) I e III.

**Gab: C**

#### TC20.

##### (UFT TO/2014/Julho)

O modelo de Bohr considera o átomo de hidrogênio como sendo equivalente a um sistema solar em miniatura, no qual o núcleo (próton maciço) seria o Sol, em torno do qual o elétron (planeta) descreve uma órbita circular. Assuma como hipótese que a órbita permitida ao elétron seria aquela na qual o mesmo se movimentaria, indefinidamente, sem perder energia.

Este modelo tinha como objetivo explicar.

- a) A interação entre os elétrons e prótons a nível atômico.
- b) O espalhamento observado das partículas alfas que incidem sobre um filme de ouro.
- c) Os elétrons arrancados da superfície de um material isolante devido à incidência da luz sobre esse material.
- d) A variação da velocidade da luz no vácuo.
- e) O espectro de emissão, na região do visível, do átomo de hidrogênio e a instabilidade do modelo do átomo de Rutherford.

**Gab: E**

#### TC21.

##### (UFU MG/2017/Julho)

As ondas eletromagnéticas conhecidas como micro-ondas são transversais, estão em uma faixa de frequência que vai de aproximadamente 0,3 GHz até cerca de 300 GHz, e são utilizadas em diversos aparelhos de uso cotidiano.

Assinale a alternativa que apresenta o aparelho que funciona utilizando micro-ondas.

- a) Controle remoto do televisor
- b) Telefone celular
- c) Tomógrafo computadorizado
- d) Rádio de ondas curtas

**Gab: B**

**AULA 08****Lentes Gravitacionais / Lentes Gravitacionais e a Constante de Hubble.****TC22.****(UFG GO/2014/Julho)**

A teoria da relatividade elaborada por Albert Einstein (1879-1950), no início do século XX, abalou profundamente os alicerces da Física clássica, que já estava bem estabelecida e testada. Por questionar os conceitos canônicos da ciência e do senso comum até então, ela tornou-se uma das teorias científicas mais populares de todos os tempos.

Que situação física, prevista pela relatividade restrita de Einstein, também está em conformidade com a Física clássica?

- A invariância do tempo em referenciais inerciais.
- A contração do espaço.
- A invariância da velocidade da luz.
- A diferença entre massa inercial e gravitacional.
- A conservação da quantidade de movimento.

**Gab:** E

**TC23.****(UFJF MG/2017)**

A velocidade é uma grandeza relativa, ou seja, a sua determinação depende do referencial a partir do qual está sendo medida. A Teoria da Relatividade Especial, elaborada em 1905 pelo físico alemão Albert Einstein, afirma que o comprimento e a massa de um objeto são grandezas que também dependem da velocidade, e conseqüentemente são relativas. Sobre a Teoria da Relatividade Especial, julgue os itens abaixo e marque a alternativa CORRETA.

I. A massa de um objeto é independente da velocidade do mesmo medida por qualquer referencial inercial.

II. A velocidade da luz é um limite superior para a velocidade de qualquer objeto.

III. Intervalos de tempo e de espaço são grandezas absolutas e independentes dos referenciais.

IV. As leis da Física são as mesmas em todos os sistemas de referência inercial.

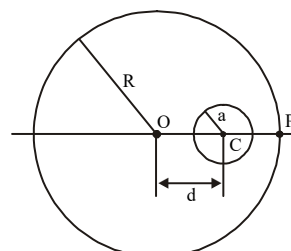
V. Massa e energia são quantidades que não possuem nenhuma relação

- somente II e III estão corretas.
- somente I e II estão corretas.
- somente I e V estão corretas.
- somente I e III estão corretas.
- somente II e IV estão corretas.

**Gab:** E

**TC24.****(ITA SP/2003)**

Variações no campo gravitacional na superfície da Terra podem advir de irregularidades na distribuição de sua massa. Considere a Terra como uma esfera de raio  $R$  e de densidade  $\rho$ , uniforme, com uma cavidade esférica de raio  $a$ , inteiramente contida no seu interior. A distância entre os centros  $O$ , da Terra, e  $C$ , da cavidade, é  $d$ , que pode variar de 0 (zero) até  $R - a$ , causando, assim, uma variação do campo gravitacional em um ponto  $P$ , sobre a superfície da Terra, alinhado com  $O$  e  $C$ . (Veja a figura). Seja  $G_1$  a intensidade do campo gravitacional em  $P$  sem a existência da cavidade na Terra, e  $G_2$ , a intensidade do campo no mesmo ponto, considerando a existência da cavidade. Então, o valor máximo da variação relativa:  $(G_1 - G_2)/G_1$ , que se obtém ao deslocar a posição da cavidade, é:



a)  $a^3/[(R - a)^2 R]$ .

b)  $(a/R)^3$ .

c)  $(a/R)^2$ .

d)  $a/R$ .

e) nulo.

**Gab:** D

## **APÊNDICE D - TAREFAS DE PRODUÇÃO AVALIADA**

**Uma experiência de transposição didática e aplicação das principais contribuições teóricas e observacionais no campo de lentes gravitacionais e os conceitos físicos envolvidos**

**Tarefas de Produção Avaliada**

**USP - Universidade São Paulo**

Rodrigo Bernadelli Santos

**Uma experiência de transposição didática e aplicação das principais contribuições teóricas e observacionais no campo de lentes gravitacionais e os conceitos físicos envolvidos**

**Tarefas de Produção Avaliada**

Dissertação apresentada ao Departamento de Astronomia do Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas da USP – Universidade de São Paulo como requisito parcial para a conclusão do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Astronomia e obtenção do título de Mestre em Ensino, sob a orientação do Prof. Dr. José Ademir Sales Lima.

LENTES GRAVITACIONAIS  
 - Conceitos de Física Clássica

**LEIS DE KEPLER**

- 1ª lei: LEI DAS ÓRBITAS  
 ↳ elípticas  
 ↳ Sol como foco } AFÉLIO / PERÉLIO
- 2ª lei: LEI DAS ÁREAS  
 $\frac{A_1}{\Delta t_1} = \frac{A_2}{\Delta t_2}$      $A = M \Delta t$
- 3ª lei: LEI DOS PERÍODOS  
 $\frac{T^2}{a^3} = K_p$      $T$ : período     $r_p = a(1 - e)$   
 $a$ : semi-eixo maior

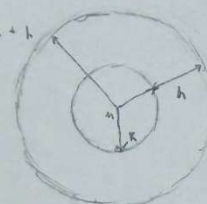
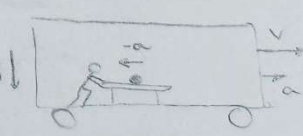
**MECÂNICA**

**PRINCÍPIOS DA GRAVITAÇÃO UNIVERSAL**  
 ↳ NEWTON - "Forças Gravitacionais"  
 $F = G \frac{Mm}{r^2}$   
 F: força  
 G: constante gravitacional  
 M, m: massas  
 r: distância entre os corpos

**PRINCÍPIO DE EQUIVALÊNCIA**  
 massa inercial = massa gravitacional  
 ↳ relatividade geral  
 "Um sistema acelerado é equivalente em efeitos, a um campo gravitacional atuante sobre uma massa m."

**ORBITAS CIRCULARES**  
 $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$   
 v: velocidade  
 G: aceleração de gravidade  
 M: massa  
 R: distância  
 h: altura  
 $F_G = F_{cp}$

**VELOCIDADE DE ESCAPE**  
 ↳ corpo deve atingir ao infinito  
 ↳ E<sub>m</sub> se conserva  
 se  $m \rightarrow \infty$   
 $v_{i, escape} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

LENTES GRAVITACIONAIS

**ÓPTICA NEWTONIANA**  
 ↳ aumento da frequência  
 $v = \lambda \cdot f$   
 ↳ vermelho  
 ↳ amarelo  
 ↳ verde  
 ↳ azul  
 ↳ violeta

**ESPELHOS ESFÉRICOS DE GAUSS**

- CÔNCAVO: Imagem real, invertida e maior que o objeto
- CONVEXO: Imagem virtual, direita e menor que o objeto



**ONDAS ELETROMAGNÉTICAS**

**FENÔMENOS LUMINOSOS**

- \* Reflexão da luz
  - ↳ 1ª lei: o raio refletido, a normal e o raio incidente estão no mesmo plano
  - ↳ 2ª lei: o ângulo de reflexão é igual ao ângulo de incidência
- \* Refração da luz
  - ↳ 1ª lei
  - ↳ 2ª lei (Lei de Snell-Descartes)
  - $n_1 \sin i = n_2 \sin r$
  - $n_1 = \frac{c}{v_1}$      $n_2 = \frac{c}{v_2}$   
 ↳ velocidade da luz no vácuo  
 ↳ velocidade da luz no meio

**LENTE DELGADA**  
 Bordas finas ↳ convergentes     $m > m_{mua}$   
 Bordas grossas ↳ divergentes

**EFEITO DOPPLER**  
 $F_{ap} = f_1 \frac{v_a \pm v_o}{v_a \mp v_o}$   
 observador ↳ fonte



### Princípios da Gravitação Universal

↳ todos corpos do universo devem se atrair por meio de forças gravitacionais que são funções do inverso do quadrado da distância entre eles e do produto de suas massas

$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$

$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

### Órbitas Circulares

↳ a aceleração centrípeta do satélite é a própria aceleração da gravidade local

$$F_G = F_{cp}$$

$$m \left( \frac{GM_T}{r^2} \right) = m \left( \frac{v^2}{r} \right)$$

raio da órbita  $r = R_T + h$

$$\left( \frac{GM_T}{r^2} \right) = \left( \frac{v^2}{r} \right) \therefore v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

### Princípio de Equivalência

↳  $\sum F = F_G \Rightarrow m a = \frac{GMm}{R^2}$

sendo a massa inercial igual à gravitacional, as duas podem ser eliminadas de ambos os lados

$$a = \left( \frac{GM}{R^2} \right) \Rightarrow a = G_0$$

### Velocidade de Escape

• a energia mecânica se conserva durante o afastamento, e a partícula chega ao repouso quando consegue o afastamento máximo ( $r_{\text{máx}}$ )

$$\frac{1}{2} m v^2 - \frac{GMm}{R_T} = - \frac{GMm}{r_{\text{máx}}}$$

Portanto:  $v_e = \sqrt{2GM \left( \frac{1}{R_T} - \frac{1}{r_{\text{máx}}} \right)}$

$$v_{\text{escape}} = \sqrt{\frac{2GM}{R_T}} \Rightarrow \text{atinge altura máxima}$$

### Leis de Kepler

↳ é impossível, para qualquer observador, distinguir os efeitos produzidos por um campo gravitacional sobre uma massa ( $m$ ) dos efeitos de um referencial acelerado

↳ **1ª Lei de Kepler:** a órbita dos planetas são elípticas com o sol ocupando um dos focos

↳ as órbitas dos corpos celestes diferem muito quanto a excentricidade

$$e = \frac{c}{a}$$

↳ leis das áreas: a área varrida pela segmento imaginário que o sol e o centro do planeta em órbita é proporcional ao tempo do percurso traçado

$$\frac{A_1}{\Delta t_1} = \frac{A_2}{\Delta t_2} = k_A \text{ ou } A = k_A \cdot \Delta t$$

↳ leis dos períodos: relaciona o período ( $T$ ) com a medida do semi-eixo maior ( $a$ )

$$\frac{T^2}{a^3} = k_P$$

↳ **3ª Lei de Kepler:** o quadrado do período orbital de qualquer planeta é proporcional ao cubo do semi-eixo maior da órbita elíptica.

# física clássica mecânica

Kamila Brito Martins Borges 3ºano

### Modelo Atômico de Bohr

↳ elétron descreve uma órbita circular em torno do núcleo. a força centrípeta atuante é a atração eletrostática entre prótons e elétrons

$$\lambda = 364,56 \left( \frac{n^2}{n^2 - 4} \right)$$

$n = 3, 4, 5, \dots$

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 3, 4, 5, \dots$$

constante de Rydberg  $R_H = 1,09737 \cdot 10^7$

### Postulados

- o elétron orbita o núcleo do átomo de hidrogênio em trajetórias circulares, em que a força elétrica é o agente centrípeto
- são estáveis apenas certas órbitas específicas, e apenas nessas órbitas o elétron pode ser encontrado em equilíbrio, ou seja, sem que haja constante emissão de energia
- o elétron pode saltar entre essas órbitas possíveis, emitindo ou absorvendo energia.

### Espectro Visível

↳ a luz seria composta de pacotes de energia, cada um sendo chamado de quantum e possui energia de valor:

$$E = hf$$

### Corpo Negro

↳ a emissão independente da composição do corpo, e a energia máxima de emissão se desloca segundo a lei de deslocamento de Wien

↳ toda luz incidente na cavidade é refletida repetidamente até ser absorvida

### Lei de Stefan

$$E = \sigma e T^4 \quad e = j$$

### Deslocamento de Wien

$$\lambda_{\text{máx}} T = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

### Teoria de Max Planck

↳ prever corretamente o espectro de emissão do corpo negro, e nele as energias dos osciladores quânticos é

$$E_n = n h f$$

Foi absorvida pelo modelo atômico de Bohr

### Efeito Fotoelétrico

↳ a luz incidente sobre superfícies metálicas arranca elétrons dessas superfícies. elétrons emitidos são os fotoelétrons

### Função Trabalho

a energia cinética máxima dos fotoelétrons

$$K_{\text{max}} = hf - \phi$$

$$\lambda_0 = \frac{c}{f_0} = \frac{c}{(\phi/h)} = \left( \frac{hc}{\phi} \right)$$

### Órbitas Quantizadas

↳ representação das órbitas quantizadas de Bohr do elétron no átomo de hidrogênio para  $n=1, 2, 3$

$$E_n = \frac{K e^2}{2 a_0} \left( \frac{1}{n^2} \right) \quad n = 1, 2, 3$$

### Diagramas de níveis de energia

transição da série de Balmer que terminam no estado 2, além da série de Lyman que é  $n=1$  e a série de Paschen que é  $n=3$

# física moderna e física quântica

Kamila Brito Martins 3ºano