

Universidade de São Paulo  
Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas  
Departamento de Astronomia

Felipe Lisboa Cavalcante

**Técnicas especializadas para o estudo de  
lineamentos magnéticos associados a enxame  
de diques e de anomalias lineares em  
coberturas basálticas**

São Paulo

2023



Felipe Lisboa Cavalcante

**Técnicas especializadas para o estudo de  
lineamentos magnéticos associados a enxame  
de diques e de anomalias lineares em  
coberturas basálticas**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação  
em Geofísica do Instituto de Astronomia, Geofísica  
e Ciências Atmosféricas da Universidade de  
São Paulo como requisito parcial para a ob-  
tenção do título de Doutor em Ciências.

Área de Concentração: Geofísica  
Orientador(a): Prof. Dr. Carlos Alberto  
Mendonça

São Paulo

2023



*À todos que me apoiaram nessa jornada!*



## Agradecimentos

À meu pai Cícero, minha mãe Leonor, meu irmão Bruno, minha esposa Katia e meu filho Artur;

À todos os demais familiares;

À meu grande amigo Carlos M. Chaves;

À meu orientador Carlos A. Mendonça;

Aos pesquisadores Dr. Ulrich S. Ofterdinger, Dr. Oderson A. de Souza Filho e Dr. Mark Cooper;

Àos professores do IAG-USP;

Aos colegas: Pedro H. Chibane e demais alunos da turma de 2012;

À CAPES, pelo apoio financeiro código: 001;

À Universidade de São Paulo, Serviço Geológico Brasileiro, Queen's University Belfast e ao British Geological Survey.



*“O aspecto mais triste da vida de hoje é que a ciência ganha em conhecimento mais rapidamente que a sociedade em sabedoria.”*

Isaac Asimov

*“Não importa o quanto você bate, mas sim o quanto você aguenta apanhar e continuar. O quanto se pode suportar e seguir em frente. É assim que se ganha.”*

Rocky Balboa



## Resumo

Anomalias magnéticas com forte caráter linear (lineamentos magnéticos), indicativas de enxames de diques em diferentes níveis crustais, são características comuns em províncias ígneas devido à magnetização contrastante de diabásios e doloritos em comparação com rochas cristalinas e sedimentares das encaixantes. Dados aeromagnéticos permitem rastrear a extensão dessas estruturas, embora nem sempre com clara correspondência entre as anomalias observadas e diques aflorantes no terreno, sugerindo que muitos diques inferidos de forma remota se localizam em níveis mais profundos do terreno. Uma dificuldade ainda maior, entretanto, é encontrada quando se aplica dados de magnetometria aérea para identificar a distribuição de diques subjacentes a áreas cobertas por derrames basálticos. Nesse cenário, a ocorrência de anomalias de fontes profundas e rasas impede uma identificação clara das anomalias lineares associadas à distribuição dos diques e, com isso, a caracterização de um problema geológico com diversas implicações práticas. A posição estrutural dos diques, por exemplo, é crucial em estudos de bacias sedimentares devido à sua capacidade de alimentar corpos intrusivos e corridas de lava em superfície. Um sistema de diques interfere também na configuração de sistemas geotérmicos, de petróleo e gás, e águas subterrâneas por modificar as condições de fluxo no meio. O presente trabalho desenvolve uma metodologia integrada para interpretação de anomalias magnéticas produzidas por diques em cenários geológicos desprovidos ou afetados por uma cobertura basáltica. Por serem corpos tabulares, a representação dos diques é realizada por lâminas magnéticas verticais e, tal como desenvolvido neste trabalho, mostrando sua equivalência com campos gerados por linhas de corrente. A equivalência entre modelos atribui uma função de densidade de probabilidade de Cauchy para a linha de corrente permitindo que a probabilidade do modelo seja determinada exclusivamente com base nos atributos do campo magnético observado

ou resultante de processamento. A formulação por linha de correntes fornece soluções automáticas com alta representatividade, que ajudam a interpretação geológica preliminar sobre a distribuição e profundidade dos diques e incorporação como solução inicial em processos de inversão de dados. Para áreas com cobertura basáltica, o procedimento baseado a equivalência com linhas de corrente é aplicado após etapas de identificação e extração dos lineamentos. A direção média dos lineamentos é quantitativamente determinada ao rastrear as direções nas quais o componente horizontal da anomalia experimenta maior atenuação amplitude. O campo observado é então filtrado com filtro de cosseno direcional para extrair o conteúdo da anomalia ao longo dessa direção média. Para áreas com cobertura basáltica é desenvolvido um procedimento de análise baseado na profundidade dos diques inferidos em relação a marcos estratigráficos da bacia. Essa linha de análise permite identificar sistemas de diques possivelmente associados à maturação térmica em sistemas de petróleo e gás, atuantes como compartimentos para sistemas aquíferos ou contribuindo em episódios distintos de extrusão de lavas que levou à formação da cobertura basáltica. A abordagem por linha de corrente seguida de inversão sequencial de dados é utilizada para interpretar uma transecta de dados magnéticos em enxame de diques da Província Ígnea do Atlântico Norte (na Irlanda do Norte) para a qual um número mínimo de diques foi inferido e a localização em diferentes profundidades determinada. Em área com cobertura basáltica, o procedimento completo, prescindido pela identificação e extração de lineamentos, foi aplicado na continuidade do Enxame de Diques de Ponta Grossa, em área da Bacia do Paraná coberta por sequências basálticas da Formação Serra Geral. A distribuição dos diques, então inferida, identifica um sistema de diques confinado às formações Paleozoicas inferiores (com potencial de geração de petróleo e gás), uma sequência interceptando o sistema aquífero Guarani e diques em diferentes níveis no interior das sequências vulcânicas da Formação Serra Geral, sugerindo pelo menos dois eventos principais de extravasamento de lavas na estruturação da cobertura basáltica.

## Abstract

Magnetic anomalies with a strong linear character (magnetic lineaments), indicative of dike swarms at different crustal levels, are common features in igneous provinces due to the contrasting magnetization of diabases and dolerites compared to the crystalline and sedimentary rocks of the country rocks. Aeromagnetic data allow tracing the extent of these structures, although not always with clear correspondence between the observed anomalies and outcropping dikes, suggesting that many remotely inferred dikes are located at deeper levels. An even greater challenge, however, is encountered when applying airborne magnetometry data to identify the distribution of dikes beneath areas covered by basaltic flows. In this scenario, the occurrence of anomalies from both deep and shallow sources hampers a clear identification of linear anomalies associated with dike distribution and, consequently, the characterization of a geological problem with several practical implications. The structural position of dikes, for instance, is crucial in sedimentary basin studies due to their ability to feed intrusive bodies and surface lava flows. A dike system also interferes with the configuration of geothermal, oil and gas, and groundwater systems by modifying flow conditions in the subsurface. This study develops an integrated methodology for interpreting magnetic anomalies produced by dikes in geological settings devoid of or affected by basaltic cover. Since dikes are tabular bodies, their representation is done through vertical magnetic sheets, as developed in this study, demonstrating their equivalence with fields generated by lines of current. The equivalence between models assigns a Cauchy probability density function to the line of current, allowing the model's probability to be determined exclusively based on observed magnetic field attributes or resulting from processing. The line of current formulation provides automatic solutions with high representativity, aiding preliminary geological interpretation regarding the dis-

tribution and depth of dikes and incorporating it as an initial solution in data inversion processes. For areas with basaltic cover, the line of current-equivalence-based procedure is applied following steps of lineament identification and extraction. The average direction of the lineaments is quantitatively determined by tracking the directions in which the horizontal component of the anomaly experiences the most significant amplitude attenuation. The observed field is then filtered with a directional cosine filter to extract the anomaly content along this average direction. For areas with basaltic cover, an analysis procedure based on the depth of inferred dikes concerning basin stratigraphic markers is developed. This analysis line allows identifying dike systems possibly associated with thermal maturation in oil and gas systems, acting as compartments for aquifer systems or contributing to distinct episodes of lava extrusion that led to the formation of the basaltic cover. The line of current approach followed by sequential data inversion is used to interpret a magnetic data transect in the dike swarm of the North Atlantic Igneous Province (in Northern Ireland) for which a minimum number of dikes were inferred, and their locations at different depths were determined. In the area with basaltic cover, the complete procedure, preceded by lineament identification and extraction, was applied in the continuity of the Ponta Grossa dike Swarm, in an area of the Paraná Basin covered by basaltic sequences of the Serra Geral Formation. The inferred dike distribution then identifies a dike system confined to the lower Paleozoic formations (with oil and gas generation potential), a sequence intercepting the Guarani aquifer system, and dikes at different levels within the volcanic sequences of the Serra Geral Formation, suggesting at least two main episodes of lava overflow in structuring the basaltic cover.

## Lista de Figuras

2.1 Ilustração de vetores e pontos de medida. Vetor $\mathbf{r}$ referente ao ponto de medida $(x,y,z)$ da TFA, vetor $\mathbf{r}'$ referente a um ponto $(x',y',z')$ interno à fonte magnética, vetor referente ao campo local $\mathbf{F}$ , vetor unitário $\hat{\mathbf{f}}$ relativo à direção de $\mathbf{F}$ , vetor de magnetização total $\mathbf{M}$ , vetor de magnetização remanente $\mathbf{M}_r$ e induzida $\mathbf{M}_i$ .	47
2.2 Anomalia de campo total (TFA) associada ao modelo 1 contendo um prisma utilizando a parametrização de Plouff (1976). Posição xy do centro em $(50,50)$ , profundidade do topo 500 m, base 100 km, comprimento 100 km, espessura 50 m, azimute $135^\circ$ , intensidade de magnetização 10 A/m, inclinação da magnetização $-30^\circ$ , declinação da magnetização $0^\circ$ , altura de voo 100 m, células da malha de $500 \times 500$ m interpoladas com algoritmo de mínima curvatura.	50
2.3 Derivadas de ordem 1 para a anomalia associada ao modelo 1. a) Derivada $\partial T_f(x, y, z)/\partial x$ , direção x. b) Derivada $\partial T_f(x, y, z)/\partial y$ , direção y. c) Derivada $\partial T_f(x, y, z)/\partial z$ , direção z.	52
2.4 Componentes ortogonais para a anomalia associada ao modelo 1. a) Componente $T_x(x, y, z)$ . b) Componente $T_y(x, y, z)$ . c) Componente $T_z(x, y, z)$ .	54
2.5 a) Anomalia de campo total (TFA) associada ao modelo 1. b) Amplitude da anomalia magnética (AMA) para a anomalia associada ao modelo 1.	55
2.6 a) Anomalia de campo total (TFA) associada ao modelo 1. b) Amplitude do sinal analítico (ASA) para a anomalia associada ao modelo 1.	57
2.7 a) Anomalia de campo total (TFA) associada ao modelo 1. b) Continuação para cima aplicada à anomalia associada ao modelo 1.	59

2.8	a) Anomalia de campo total (TFA) associada ao modelo 1. b) Redução ao polo aplicada à anomalia associada ao modelo 1. . . . .	60
2.9	Deconvolução de Euler 2D aplicada à anomalia associada ao modelo 2 utilizando índice estrutural 1. a) Perfil de TFA associado ao modelo 2 composto por 1 lâmina com produto entre magnetização e espessura de 100 A, posição ao longo do perfil em 5 km, profundidade do topo em 500 m, inclinação da magnetização de -30°, azimute da fonte 90° (perfil S-N), com inclinação e declinação do campo magnético respectivamente de -30° e 0° e altitude de voo de 100 m. b) Soluções de Euler para janela de 500 m de largura, $\eta = 1$ e $C_0 = 20$ (circunferências pretas), totalizando 113 soluções, valor verdadeiro (círculo vermelho). . . . .	64
2.10	Deconvolução de Euler 3D aplicada à anomalia associada ao modelo 1 utilizando índice estrutural 1. Estimativas com erro de até 5% (círculos laranjas), estimativas que superestimam a profundidade em mais de 5% (círculos verdes) . . . . .	65
2.11	Aplicação do $R_{AS}$ na anomalia associada ao modelo 2. a) AMA calculada para o modelo 2. b) ASA calculada para o modelo 2. c) $R_{AS}$ (hipérbole preta), posição verdadeira (círculo vermelho) . . . . .	67
2.12	Aplicação da deconvolução de Werner na anomalia associada ao modelo 2. a) Anomalia de campo total (TFA). b) Soluções da deconvolução de Werner (círculos pretos) e modelo verdadeiro (círculo vermelho). . . . .	69
3.1	Probabilidade de existência de um prisma em um intervalo $\Delta$ . a) Representação das componentes $t$ e $z$ do campo para um modelo de prismas verticais. b) AMA para uma linha de corrente. c) Probabilidade associada à posição $x_0, z_0$ . . . . .	75
3.2	Definição do número mínimo de fontes para o modelo 2. a) Amplitude da anomalia magnética (AMA) (linha azul) e definição do intervalo $\Delta$ (segmento vermelho). b) Em azul a derivada segunda de AMA, $ \mathbf{T}(t, z) ''$ , com mínimo local (círculo vermelho) marcado. . . . .	77

3.3	Modelo de lâminas verticais como aproximação para diques. Cada lâmina possui quatro parâmetros armazenados e n vetores $\mathbf{q}$ . O modelo completo é armazenado em um vetor N-dimensional ( $N = 4n$ ) $\mathbf{p}$ . Cada lâmina possui os parâmetros para posição ao longo de um perfil $t_0$ (m), a profundidade do topo do dique $z_0$ (m), a inclinação da magnetização total $I_m$ (graus) e o fator de amplitude $A_0$ (A), sendo $z_v$ a altura de voo (m). . . . .	80
3.4	Teste de nível de ruído para o caso 1, modelo com duas lâminas. Níveis de ruído aleatório gaussiano de média zero de 1%, 2% e 5% com respeito à amplitude máxima da AMA. a) TFA corrompida com ruído de 1% (linha azul), com ruído de 2% (linha vermelha) e com ruído de 5% (linha preta). b) AMA correspondente às anomalias da TFA e intervalos $\Delta$ para diferentes níveis de ruído. c) Derivada horizontal de segunda ordem da AMA para diferentes níveis de ruído após filtragem passa-baixa e para a entrada de dados não filtrados (linha verde) com nível de ruído de 1%. Mínimos locais para derivada segunda da AMA (círculos) para cada entrada de dados com ruído (mesma cor das curvas). . . . .	85
3.5	Resultados da inversão para o caso 1, modelo com duas lâminas; dados sintéticos corrompidos com 1% da máxima amplitude da AMA. a) AMA associada ao modelo verdadeiro (círculos amarelos), AMA calculada a partir do modelo inicial (linha tracejada preta) e AMA ajustada pela inversão sequencial AMA-TFA (linha azul). b) TFA associada ao modelo verdadeiro (círculos amarelos), calculada a partir da solução inicial de testes (linha tracejada preta) e ajustada pela inversão sequencial AMA-TFA (linha azul). c) Modelo verdadeiro (linhas verticais) com magnetização normal (preta) e reversa (azul). Solução obtida com a inversão sequencial AMA-TFA com magnetização normal (círculos pretos) e reversa (círculos azuis). d) Soluções da deconvolução de Euler (círculos roxos) . . . . .	87
3.6	Resultados da aplicação do $R_{AS}$ aos dados sintéticos do caso 2. a) AMA para o conjunto de dados sintéticos após filtragem com passa-baixa. b) ASA para os dados sintéticos após filtragem com passa-baixa. c) Hipérboles geradas por $R_{AS}$ (linha preta), posição verdadeira (círculos vermelhos) e numeração das posições verdadeiras (nímeros vermelhos). . . . .	92

3.7 Procedimento automático de identificação de intervalos com derivada segunda de AMA negativa para o caso 2. a) TFA não filtrada (azul) e filtrada (preto) para dados sintéticos corrompidos com ruído Gaussiano aleatório de média zero. b) AMA não filtrada (azul) e filtrada (preto) calculada a partir de a). Intervalos com a derivada segunda de AMA negativa marcados em vermelho e numerados da esquerda para a direita. c) Derivada segunda da AMA não filtrada (azul) e filtrada (preto), com pontos de mínimo local marcados (círculos vermelhos). A alta oscilação da derivada segunda da AMA não filtrada, impede uma definição estável dos intervalos com derivada negativa ou de pontos com mínimo local. . . . .	93
3.8 Inversão de dados sintéticos referente ao caso 2: a) AMA para o conjunto de dados sintéticos filtrados (círculos amarelos), avaliados a partir do modelo de linha de corrente (tracejado preto) e do modelo obtido pela inversão sequencial AMA-TFA (linha azul); b) TFA para os dados sintéticos filtrados (círculos amarelos), avaliados a partir da solução que se ajusta ao perfil AMA (tracejado preto) e avaliados a partir do modelo obtido pela inversão sequencial AMA-TFA (linha azul); c) Modelo verdadeiro com magnetização normal (linhas pretas) e reversa (linhas azuis), solução de testes do modelo de linha de corrente (x vermelhos) e solução obtida pela inversão sequencial AMA-TFA (círculos) atribuindo magnetização normal (preto) e reversa (azul). Os 22 intervalos em que a AMA tem a derivada segunda horizontal negativa são marcados (segmentos vermelhos). Probabilidades para o modelo obtido com a inversão sequencial AMA-TFA expressa em %. d) Soluções da deconvolução de Euler (círculos roxos) determinadas com índice estrutural 1 e janela móvel de 500 m de comprimento, totalizando 142 soluções; o modelo verdadeiro é plotado como referência. . . . .	95

3.9 Localização do estudo de caso real na Irlanda do Norte (UTM em quilômetros); a) Localização do perfil com respeito ao enxame de diques regional do Paleogeno (linhas vermelhas e roxas) juntamente com o Grupo Gala Siluriano e o Grupo de Lavas Antrim (laranja) e demais geologias presentes na área; b) Mapa de TFA interpolado com algoritmo de mínima curvatura utilizando células de tamanho 50 m e o perfil P-P' (linha azul) assinalado; c) Mapa de localização da área de estudo (polígono vermelho). . . . .	99
3.10 Procedimento automático para definir intervalos com a derivada segunda horizontal da AMA aplicado ao perfil P-P'. a) TFA não filtrada (azul) e filtrada (preto) para o dado real. b) AMA não filtrada (azul) e filtrada (preto) para o dado real. Intervalos derivada segunda horizontal da AMA negativa são marcados em vermelho e numerados da esquerda para direita. c) Derivada segunda horizontal da AMA não filtrada (azul) e filtrada (preto), com pontos de mínimo local marcados (círculos vermelhos). Dado filtrado com filtro passa-baixa Butterworth utilizando ordem 2 e corte de 0.00125 ciclos/m ( $\sim 800$ m de comprimento de onda). . . . .	101
3.11 Resultados da inversão para o perfil P-P' do projeto Tellus: a) AMA para o conjunto de dados reais (círculos amarelos), avaliado a partir do modelo de testes de linha de corrente (tracejado preto) e a partir do modelo obtido com a inversão sequencial AMA-TFA (linha azul); b) TFA para os dados reais (círculos amarelos), avaliados a partir da solução de testes (tracejado preto) e avaliado a partir do modelo obtido com a inversão sequencial AMA-TFA (linha azul); c) posição do topo do modelo de lâminas (linhas) a partir da inversão da AMA e TFA limitada aos 42 intervalos (segmentos vermelhos) onde a derivada segunda horizontal da AMA é negativa. Solução com magnetização normal (preto) e reversa (azul) e soluções de teste da linha de corrente (x vermelho) para as coordenadas $t_0$ e $z_0$ do topo das lâminas. Probabilidades para o modelo obtido com a inversão sequencial AMA-TFA em %. d) Soluções de Euler para o perfil fornecidas para comparar os resultados com uma metodologia bem conhecida (círculos roxos). O algoritmo de Thompson (1982) foi utilizado, utilizando janelas de tamanho 500 m e índice estrutural 1 totalizando 142 soluções que passaram no critério de Thompson.	104

4.1	Modelo conceitual para estruturas basálticas a) Estruturas magmáticas em bacia com cobertura basáltica. b) Modelo correspondente de contraste magnético (estruturas escuras com contraste mais alto) para interpretar a anomalia filtrada (estruturas tracejadas sem contribuição). Capeamento basáltico com duas sequências ( $T_1$ e $T_2$ ), cada uma com múltiplas estruturas internas contrastantes (i); estrutura do tipo soleira (I) na sequência sedimentar com marcador estratigráfico (S). Diques ( $d_1$ a $d_5$ ) em diferentes níveis de profundidade. Dique $d_5$ sem contraste com a camada $T_2$ , com seu topo assinalado na base da camada. . . . .	112
4.2	Comparativo de distribuição de fontes em profundidade. Total de 200 fontes de intensidade de magnetização 0.5 A/m por janela, somadas a dois diques com intensidade de magnetização de 10 e 12 A/m, azimute 90°, 25 m de espessura, topo em 1.3 km para o dique ao Sul e 600 m para o dique ao Norte, apresentando magnetização reversa e normal considerando um campo local simulado com inclinação -30° e declinação 0°. Zona referente a simulação de basaltos com 1 km de espessura, topo em 300 m e base em 1300 m. Fontes internas à camada de basalto podem ter dimensões máximas de 1 x 1 x 1 km, enquanto fontes abaixo do basalto podem ter dimensões máximas de 8 x 8 km com espessura fixa de 200 m. Posicionamento das fontes interferentes definido aleatoriamente. a) Anomalia de campo total (TFA) para fontes unicamente posicionadas na camada de basalto. b) TFA para fontes unicamente posicionadas abaixo da camada de basalto. c) TFA para fontes distribuídas na proporção de 50% entre a camada de basalto e abaixo dela. d) TFA para fontes distribuídas na proporção de 10% e 90% entre a camada de basalto e abaixo dela. . . . .	119
4.3	Teste de azimute para o caso 3. a) TFA para diques com azimute 90°. b) $Q(\alpha')$ referente ao modelo com azimute 90°. c) TFA para diques com azimute 135°. d) $Q(\alpha')$ referente ao modelo com azimute 135°. e) TFA para o modelo com azimutes 45° e 90°. f) $Q(\alpha')$ referente ao modelo com azimutes 45° e 90°. . . . .	120

4.4 Processamento de dados e extração de perfil dos dados sintéticos com lineamento magnético. a) Anomalia de campo total (TFA) para dois prismas com intensidade de magnetização de 10 e 12 A/m, azimute 90°, 25 m de espessura, topo em 1.3 km para o dique ao Sul e 600 m para o dique ao Norte. Interferências simuladas com 200 fontes aleatoriamente espaçadas e distribuídas em faixas de profundidade de 300 a 1300 m e 1300 a 2400 m. b) Amplitude da anomalia magnética (AMA) para o modelo. c) A TFA após a filtragem com cosseno direcional ao longo da direção $\alpha = 90^\circ$ . d) AMA calculada a partir da TFA filtrada. Perfil L1 perpendicular aos lineamentos magnéticos utilizado para alimentar a inversão por etapas 2D com a TFA e AMA filtradas. . . . .	122
4.5 Filtragem com cosseno direcional aplicada ao perfil L1 do caso 3 (linhas azuis), original (linhas pretas) e sinal referente aos diques sem interferências (tracejado vermelho). a) TFA original extraída da Figura 4.4a e após a recuperação do lineamento na Figura 4.4c. b) AMA original da Figura 4.4b e filtrada com cosseno direcional referente à Figura 4.4d. . . . .	123
4.6 Resultados da inversão sequencial AMA-TFA para anomalia filtrada com cosseno direcional ao longo do perfil L1. a) AMA filtrada (círculos amarelos), solução inicial (linha tracejada) e ajuste aos dados (linha azul) avaliado do modelo. b) TFA filtrada (círculos amarelos), solução inicial (linha tracejada) e ajuste para a solução obtida com a inversão sequencial AMA-TFA (linha azul). c) Solução inicial (x vermelho) para o respectivo modelo de lâminas com magnetização reversa (linha azul) e magnetização normal (preto) com respeito ao campo principal simulado, solução obtida pela inversão sequencial AMA-TFA (círculos) com cores relacionadas à polaridade tal qual modelo verdadeiro. Camada de basalto simulada (zona cinza), fontes até 5 km de distância de L1 projetadas abaixo do perfil (polígonos linha preta), fontes internas ao basalto deformadas devido ao exagero vertical. . .	125
4.7 Estratigrafia simplificada da Bacia do Paraná, modificada de Milani et al. (2007). Hiatos deposicionais (cinza) e descontinuidades (linhas azuis). . . .	128

4.8	a) Geologia esquemática de fundo com as principais formações geológicas e localização da área de estudo (polígono preto), considerando os estados de São Paulo (SP), Mato Grosso do Sul (MS), Paraná (PR) e Santa Catarina (SC). b) Mapa aeromagnético para a área de estudo, composto a partir dos dados do projeto 28058 da ANP. . . . .	130
4.9	Horizontes geológicos definidos por poços catalogados por Soares et al. (2007) e interpolação de dados de poços de Mariani et al. (2013). a) Base da Formação Serra Geral. b) Base da Formação Botucatu. c) Base da Formação Piramboia. d) Topo do embasamento para a região. Limites da Bacia do Paraná para a janela de observação (tracejado vermelho), poços disponíveis do SIAGAS e Petrobras S/A (pontos pretos), divisão territorial (linhas pretas e siglas) e janela de estudos (polígono preto). . . . .	131
4.10	Determinação da direção dos lineamentos para a área de estudo. $\alpha'$ de teste de 0 a $180^\circ$ utilizado para calcular $Q(\alpha')$ segundo a 4.4. O valor mínimo de $\alpha = 125^\circ$ (linha tracejada vermelha) aponta para uma direção média coincidente com os lineamentos do PGDS . . . . .	132
4.11	TFA e AMA original e com lineamentos enfatizados, assinalando os perfis selecionados LA, LB e LC para alimentarem a inversão sequencial AMA-TFA. a) Anomalia de campo total original (TFA). b) Amplitude da anomalia magnética original (AMA). c) TFA com enfatização de lineamentos após a filtragem com cosseno direcional considerando a direção principal $\alpha = 125^\circ$ . d) AMA calculada a partir de c), delineando melhor comprimentos e continuidade dos lineamentos. . . . .	133
4.12	Campos de AMA e TFA original (azul) e filtrado com cosseno direcional (preto) para os perfis selecionados na área de estudos. a) TFA e b) AMA para o perfil LA. c) TFA e d) AMA para o perfil LB. e) TFA e f) AMA para o perfil LC. . . . .	135

- 4.13 Resultados da inversão sequencial AMA-TFA para o perfil LA. a) Ajuste da TFA para 10 repetições da inversão sequencial AMA-TFA (linhas azuis), perfil da TFA extraído dos dados filtrados (círculos amarelos). b) Ajuste da AMA para 10 repetições da inversão sequencial (linhas azuis), AMA calculada a partir da TFA filtrada (círculos amarelos). c) Solução com fontes posicionadas em termos de elevação,  $(t_0, z_0)$  para as fontes (pontos pretos), polaridade normal da inclinação da magnetização marcado nos diques (linhas pretas), probabilidades individuais para o modelo de diques (porcentagens). As camadas inferidas dos dados de poços são coloridas, Formação Serra Geral (verde), GAS (azul), formações Paleozoicas (bege), embasamento (vermelho). Intervalos  $\Delta_j$  numerados e demarcados em vermelho. . . . . 137
- 4.14 Resultados da inversão sequencial AMA-TFA para o perfil LB. a) Ajuste da TFA para 10 repetições da inversão sequencial AMA-TFA (linhas azuis), perfil da TFA extraído dos dados filtrados (círculos amarelos). b) Ajuste da AMA para 10 repetições da inversão sequencial AMA-TFA (linhas azuis), AMA calculada a partir da TFA filtrada (círculos amarelos). c) Solução com fontes posicionadas em termos de elevação,  $(t_0, z_0)$  para as fontes (pontos pretos), polaridade normal da inclinação da magnetização marcado nos diques (linhas pretas) e polaridade reversa (linhas azuis), probabilidades individuais para o modelo de diques (porcentagens). As camadas inferidas dos dados de poços são coloridas, Formação Serra Geral (verde), GAS (azul), formações Paleozoicas (bege), embasamento (vermelho). Intervalos  $\Delta_j$  numerados e demarcados em vermelho. . . . . 138

- 4.15 Resultados da inversão sequencial AMA-TFA para o perfil LC. a) Ajuste da TFA para 10 repetições da inversão sequencial AMA-TFA (linhas azuis), perfil da TFA extraído dos dados filtrados (círculos amarelos). b) Ajuste da AMA para 10 repetições da inversão sequencial AMA-TFA (linhas azuis), AMA calculada a partir da TFA filtrada (círculos amarelos). c) Solução com fontes posicionadas em termos de elevação,  $(t_0, z_0)$  para as fontes (Pontos pretos), polaridade normal da inclinação da magnetização marcado nos diques (linhas pretas) e polaridade reversa (linhas azuis), probabilidades individuais para o modelo de diques (porcentagens). As camadas inferidas dos dados de poços são coloridas, Formação Serra Geral (verde), GAS (azul), formações Paleozoicas (bege), embasamento (vermelho). Intervalos  $\Delta_j$  numerados e demarcados em vermelho. . . . . 139
- 4.16 Visão em mapa das estimativas de elevação obtidas pelo procedimento de inversão. a) Estimativas de elevação dos diques classificadas pela proximidade dos horizontes geológicos colocadas sobre o mapa. Diques com  $z_0$  mais raso que metade da espessura da Formação Serra Geral (preto), diques com  $z_0$  próximos da metade inferior da espessura da Formação Serra Geral ou do GAS (azul), diques com  $z_0$  compatível com sequências Paleozoicas profundas ou embasamento Pré-Cambriano (roxo). Valores de elevação para cada estimativa (números), média das estimativas por perfil (números em colchetes), linha de referência para análises (linha preta AC). b) Elevação do embasamento para a janela de estudos. Lineamentos majoritariamente magnéticos (tracejado), lineamentos estruturais (linhas pretas com algarismos romanos), estimativas de elevação para os diques (círculos coloridos). c) Esquema de camadas e cores usadas na classificação em a) e b). . . . . 147

## Lista de Tabelas

3.1 Resultados do caso 1 para localização das lâminas finas ( $t_0, z_0$ ) posicionadas em (2500, 50) e (7500, 150) em metros, em relação à entrada de dados com diferentes níveis de ruído de 1%, 2% e 5% da amplitude máxima da AMA. Parâmetros $\Delta$ , $\hat{t}_0$ , e $\hat{z}_0$ do modelo automático de linha de corrente; parâmetros $t_0, z_0$ , e $P$ (probabilidade de Cauchy) referente à inversão de todos os dados do perfil ; parâmetros $t_{0,E}, z_{0,E}$ são as saídas da deconvolução de Euler (valores médios das soluções $\eta_E$ aceitas). Erros no formato xx(yy) assumindo os valores estimados xx em metros e o erro yy com respeito ao valor verdadeiro, também em metros . . . . .	90
3.2 Teste de inversão de dados sintéticos com parâmetros automáticos inferidos a partir do modelo de linha automática de corrente e após a inversão sequencial AMA-TFA para o caso 2. Probabilidades $\hat{P}$ (modelo de teste de linha de corrente) e $P$ (modelo obtido pela inversão sequencial AMA-TFA) avaliado com a equação 3.10 para os intervalos $t_0^j \pm \Delta_j/2$ , $i = 1 : 22$ lâminas finas. Modelo verdadeiro $A_0 = 100$ A; $i_m = 68^\circ$ e $i_m = -68^\circ$ ; posição $t_0$ definida aleatoriamente e $z_0$ é definida por distribuições gaussianas centradas em 50 e 150 m. Erros representados em parêntesis considerando a não-unicidade das soluções. . . . .	97







# Sumário

<i>Lista de Símbolos</i> . . . . .	31
<i>Lista de Siglas e Acrônimos</i> . . . . .	35
<i>Lista de Modelos</i> . . . . .	38
1. <i>Introdução</i> . . . . .	39
1.1 Objetivos . . . . .	42
1.2 Organização da Tese . . . . .	43
2. <i>Processamento e interpretação de dados aeromagnéticos: Aspectos gerais</i> . . . . .	45
2.1 Anomalia de campo total . . . . .	45
2.1.1 Magnetização total: considerações gerais . . . . .	48
2.1.2 Magnetização total e anomalia resultante . . . . .	49
2.2 Processamento de dados magnéticos no domínio de Fourier . . . . .	51
2.2.1 Cálculo de derivadas . . . . .	51
2.2.2 Mudança de componentes . . . . .	52
2.2.3 Amplitude da anomalia magnética . . . . .	54
2.2.4 Amplitude do sinal analítico . . . . .	55
2.2.5 Continuação para cima . . . . .	57
2.2.6 Redução ao polo . . . . .	59
2.3 Interpretação automática de dados . . . . .	60
2.3.1 Deconvolução de Euler . . . . .	61
2.3.2 Razão entre amplitudes ( $R_{AS}$ ) . . . . .	65

2.3.3	Deconvolução de Wenner . . . . .	67
3.	<i>Diques aflorantes e subaflorantes</i> . . . . .	71
3.1	Equivalência de modelos . . . . .	72
3.1.1	Modelo de lâmina . . . . .	72
3.1.2	Modelo de linha de corrente . . . . .	73
3.1.3	Modelo de probabilidade . . . . .	74
3.2	Modelos equivalentes: solução automática e inversão . . . . .	76
3.2.1	Número mínimo de diques . . . . .	76
3.2.1.1	Obtenção de derivadas numéricas . . . . .	77
3.2.2	Soluções automáticas utilizando lâminas . . . . .	78
3.2.3	Inversão sequencial AMA-TFA . . . . .	79
3.3	Simulação numérica: enxame de diques (sem cobertura basáltica) . . . . .	83
3.3.1	Caso 1: Modelo com dois diques . . . . .	83
3.3.1.1	Análise de sensibilidade ao ruído . . . . .	83
3.3.1.2	Inversão sequencial AMA-TFA e deconvolução de Euler . .	85
3.3.1.3	Análise detalhada dos resultados . . . . .	88
3.3.2	Caso 2: Modelo de enxame de diques . . . . .	90
3.3.2.1	Aplicação da razão de amplitudes $R_{AS}$ . . . . .	91
3.3.2.2	Filtragem de dados e número mínimo de diques . . . . .	92
3.3.2.3	Inversão sequencial AMA-TFA e deconvolução de Euler . .	93
3.3.2.4	Análise detalhada dos resultados . . . . .	96
3.4	Enxames de Diques de St. John's Point-Lisburn e Ardglass-Ballycastle . .	97
3.4.1	Base de dados e geologia local . . . . .	98
3.4.2	Número mínimo de diques . . . . .	100
3.4.3	Resultados: Inversão sequencial AMA-TFA e deconvolução de Euler	101
3.4.4	Comparação com a deconvolução de Euler . . . . .	104
3.4.5	Propriedades dos diques e interpretação . . . . .	105
3.5	Análise e discussão . . . . .	107
4.	<i>Diques sob coberturas basálticas</i> . . . . .	109
4.1	Aspectos geológicos para a detecção de diques . . . . .	110
4.2	Critérios para a interpretação geológica dos resultados . . . . .	111

4.3	Lineamentos magnéticos: identificação, extração e interpretação . . . . .	112
4.3.1	Identificação de lineamentos magnéticos . . . . .	113
4.3.2	Extração dos lineamentos magnéticos . . . . .	114
4.3.3	Interpretação dos lineamentos magnéticos . . . . .	115
4.4	Simulação numérica para ambientes de derrames basálticos . . . . .	116
4.4.1	Caso 3: Simulação em terrenos basálticos . . . . .	116
4.4.1.1	Construção do modelo . . . . .	116
4.4.1.2	Identificação dos lineamentos . . . . .	119
4.4.1.3	Extração dos lineamentos . . . . .	121
4.4.1.4	Inversão sequencial AMA-TFA . . . . .	123
4.4.1.5	Análise detalhada dos resultados . . . . .	126
4.5	Enxame de Diques do Arco de Ponta Grossa . . . . .	127
4.5.1	Geologia local e base de dados . . . . .	127
4.5.2	Identificação lineamentos magnéticos . . . . .	131
4.5.3	Extração de perfis . . . . .	132
4.5.4	Inversão sequencial AMA-TFA . . . . .	136
4.5.5	Análise detalhada dos resultados . . . . .	139
4.5.6	Análise qualitativa dos resultados . . . . .	143
5.	<i>Conclusões</i> . . . . .	149
	<i>Referências</i> . . . . .	153
	<i>Apêndice</i>	165
A.	<i>“Deterministic and probability models to interpret magnetic anomalies from dike swarms”</i> em revisão na revista GEOPHYSICS. . . . .	167



## Lista de Símbolos

$T_f$	anomalia de campo total (TFA)
<b>T</b>	intensidade do campo total
<b>F</b>	intensidade do campo regional
$\Delta\mathbf{F}$	campo anômalo gerado por fontes magnéticas anômalas
$\hat{\mathbf{f}}$	vetor unitário de direção do campo local
$\mathbf{r}$	vetor relativo à distância de um ponto de medida em relação à origem do sistema de coordenadas
$\mathbf{r}'$	vetor relativo à distância de um ponto de interno a uma fonte em relação à origem do sistema de coordenadas
$V$	potencial magnético
$C_m$	constante de proporcionalidade
<b>M</b>	vetor de magnetização total
$\mu_0$	permeabilidade magnética no vácuo
$\hat{\mathbf{m}}$	vetor unitário de direção da magnetização total
$L, S, U$	cossenos diretores relativos ao campo local
$l, s, u$	cossenos diretores relativos à magnetização
$I$	inclinação do campo local
$D$	declinação do campo local
$i_m$	inclinação da magnetização
$d_m$	declinação da magnetização
$\mathbf{M}_i$	vetor de magnetização induzida
$\kappa$	susceptibilidade magnética

$\mathbf{M}_r$	vetor de magnetização remanente
$Q_n$	razão de Königsberger
$k_x$	número de onda na direção x (N-S)
$k_y$	número de onda na direção y (L-O)
$ k $	número de onda radial
$\mathcal{F}$	notação para transformada de Fourier
$i$	número imaginário puro
$\tilde{T}_f$	TFA no domínio do número de onda
$T_x$	componente do campo anômalo na direção x
$\theta_x$	operador de mudança para componente x
$T_y$	componente do campo anômalo na direção y
$\theta_y$	operador de mudança para componente y
$T_z$	componente do campo anômalo na direção z
$\theta_z$	operador de mudança para componente z
$ \mathbf{T} $	amplitude da anomalia magnética (AMA)
$\hat{\mathbf{e}}_x$	vetor unitário para a direção x
$\hat{\mathbf{e}}_y$	vetor unitário para a direção y
$\hat{\mathbf{e}}_z$	vetor unitário para a direção z
$\mathcal{H}$	notação para transformada de Hilbert
$\mathcal{A}$	notação para sinal analítico
$\hat{\mathbf{e}}_t$	vetor unitário relativo à direção da transecta
$H$	nível da continuação para cima
$\theta_H$	operador de continuação para cima
$\theta_p$	operador de redução ao pólo
$T_p$	TFA reduzida ao pólo
$t_0$	posição de uma fonte ao longo de um perfil de direção
$\hat{\mathbf{e}}_t$	
$z_0$	profundidade do topo de uma fonte
$\eta$	índice estrutural
$j$	contador genérico
$\mathbf{G}$	matriz de coeficientes das incógnitas da deconvolução de Euler

<b>b</b>	matriz das incógnitas da deconvolução de Euler
<b>d</b>	matriz de coeficientes independentes da deconvolução de Euler
$\sigma_z$	desvio padrão para $z_0$
$C_0$	limite de corte para soluções da deconvolução de Euler
$x_0$	posição de uma fonte ao longo da direção x
$y_0$	posição de uma fonte ao longo da direção y
$\mu$	média das derivadas verticais de TFA para uma janela móvel
$R_{AS}$	razão entre amplitudes
$g_0, g_1, h_0$ e $h_1$	coeficientes da deconvolução de Werner
$\delta$	taxa de amostragem dos dados
$M$	intensidade de magnetização
$w$	meia-espessura da lâmina
$a$	produto entre $M$ e $w$
$I_m$	inclinação da magnetização projetada no perfil
$\gamma$	ângulo entre o <i>strike</i> da feição linear e o norte magnético medido de forma anti-horária
$I_t$	inclinação do campo local projetada no perfil
$A_0$	intensidade para linha de corrente
$\Delta$	intervalo para posicionamento de lâmina no perfil
$B(\omega)$	filtro Butterworth
$\omega$	frequência de corte do filtro Butterworth
$\omega_n$	frequência de Nyquist
$\varphi$	ordem do filtro Butterworth
$z_a$	profundidade aparente
$\hat{A}_0$	intensidade para linha de corrente equivalente
$z_v$	altitude de voo
$n$	número de lâminas
<b>q</b>	vetor de parâmetros para lâmina
<b>p</b>	vetor de dimensão $4n$ referente ao modelo com $n$ lâminas

$N$	Dimensão do vetor $\mathbf{p}$
$\mathbf{T}^o$	AMA observada
$\mathbf{T}^c$	AMA calculada
$Q(\mathbf{p})$	resíduo para inversão da AMA
$\hat{\mathbf{p}}$	vetor de parâmetros para solução da etapa de inversão da AMA
$U(\hat{\mathbf{p}})$	resíduo para inversão da TFA
$T_f^0$	TFA observada
$T_f^c$	TFA calculada
$\Delta\mathbf{p}$	perturbação aplicada a $\hat{\mathbf{p}}$
$\tilde{\mathbf{p}}$	vetor de parâmetros contendo a solução da inversão sequencial AMA-TFA
$T_f^{2D}$	TFA referente às fontes 2D
$\alpha$	strike de uma fonte tabular
$T_\alpha$	componente horizontal calculada para direção $\alpha$
$\tilde{T}_\alpha$	componente horizontal calculada para direção $\alpha$ no domínio do número de onda
$\alpha'$	direção de testes
$Q(\alpha')$	identificador de <i>strikes</i> de fontes 2D homogêneas
$f_{c,\lambda}$	filtro de cosseno direcional
$\lambda$	largura da faixa passa-banda do filtro de cosseno direcional
$\beta$	ângulo entre $k_x$ e $k_y$
$\tilde{T}_f^{2D}$	TFA relativa às contribuições 2D no domínio do número de onda

## Lista de Siglas e Acrônimos

LIPs	Grandes províncias ígneas - <i>Large Igneous Provinces</i>
TFA	Anomalia de campo total - <i>Total field anomaly</i>
ASA	Amplitude do sinal analítico - <i>Amplitude of analytic signal</i>
AMA	Amplitude da anomalia magnética - <i>Amplitude of the magnetic anomaly</i>
IGRF	Campo geomagnético internacional de referência - <i>International Geomagnetic Reference Field</i>
FFT	Transformada rápida de Fourier - <i>fast Fourier transform</i>
PDF	Função de densidade de probabilidade - <i>Probability density function</i>
PGDS	Enxame de diques do Arco de Ponta Grossa - <i>Ponta Grossa Dike Swarm</i>
GAS	Sistema Aquífero Guarani - <i>Guarani Aquifer System</i>
ANP	Agência Nacional de Petróleo - <i>Oil National Agency</i>
SIAGAS	Sistema de Informação de Águas Subterrâneas - <i>Groundwater Information System</i>



## Lista de Modelos

*Modelo 1* - Modelo itustrativo em área composto por um único prisma com centro no par xy (50,50) km, profundidade do topo em 500 m, profundidade da base em 100 km, espessura do prisma de 50 m, azimute de 135°, intensidade de magnetização de 10 A/m, inclinação da magnetização de -30°, declinação da magnetização de 0°. Campo local simulado com inclinação de -30°, declinação de 0°, altitude de voo simulada de 100 m e células da malha de 500×500 m interpoladas com algoritmo de mínima curvatura.

*Modelo 2* - Modelo ilustrativo em seção contendo uma lâmina na posição 5 km, profundidade do topo em 500 m, intensidade de corrente 100 A, inclinação da magnetização de -30°, declinação da magnetização de 0° e azimute de 90° (N-S). Altitude de voo simulada de 100 m, inclinação e declinação do campo local simuladas de -30° e 0°.

*Modelo 3* - Modelo referente ao caso 1 das simulações numéricas. Modelo em seção contendo 2 diques simulados por lâminas nas posições  $t_0, z_0$  iguais a (2500,50) m e (7500,150) m e intensidade de corrente de 100 A. A primeira lâmina (rasa) com inclinação da magnetização de 68° e a segunda (profunda) -68°. Campo local simulado com inclinação de 68° e declinação de 0°, altitude de voo simulada de 100 m e taxa de amostragem de 50 m.

*Modelo 4* - Modelo referente ao caso 2 das simulações numéricas. Modelo em seção contendo 22 lâminas com  $t_0$  e  $z_0$  aleatoriamente distribuídos em um perfil de 30 km. Para simular duas gerações de diques, as profundidades foram determinadas em torno de duas médias, 50 e 150 m de profundidade (11 lâminas em cada), cada lâmina podendo variar em 10% da média. A geração mais rasa conta com média da inclinação da

magnetização de  $68^\circ$  e a outra geração  $-68^\circ$ , ambas com o valor médio de 100 A para a intensidade de corrente. Campo local simulado com inclinação da magnetização de  $68^\circ$  e declinação de  $0^\circ$ , altitude de voo simulada de 100 m, taxa de amostragem de 50 m.

*Modelo 5* - Modelo referente ao caso 3 das simulações numéricas. Modelo em área com duas faixas simulando fontes interferentes associadas aos basalto/imediações e 2 diques simulados por prismas alongados. A primeira faixa comporta fontes de  $1 \times 1 \times 1$  km representando interferências intra-trapa, topo da faixa em 300 m e base em 1300 m. A segunda faixa conta com fontes de dimensão  $8 \times 8$  km e 200 m de espessura representando soleiras abaixo do basalto. A intensidade de magnetização das fontes interferentes foi de 0,5 A/m e a inclinação e declinação da magnetização de  $0^\circ$ . As fontes interferentes somaram o total de 200, sendo aleatoriamente distribuídas dentro das faixas do basalto e soleiras considerando 4 proporções para gerar submodelos. No primeiro caso 100% das fontes interferentes foram colocadas no basalto, no segundo caso 100% das fontes interferentes foram colocadas na faixa das soleiras, no terceiro caso utilizou-se a proporção de 1:1, no quarto caso 1:9. Em meio às interferências foram posicionados 2 diques com azimute  $90^\circ$  nas posições xy (70,65) e (30,35) em km, profundidades do topo de 1300 e 600 m, intensidades de magnetização de 12 e 10 A/m, inclinações da magnetização de  $-30^\circ$  e  $30^\circ$  e declinação  $0^\circ$  respectivamente. Submodelos alternativos foram testados considerando azimutes de  $135^\circ$  e  $45^\circ$ . O campo local foi simulado com inclinação de  $-30^\circ$  e declinação de  $0^\circ$ , altitude de voo simulada de 100 m e dados interpolados com células de 500 m.

# Capítulo 1

---

## Introdução

Grandes províncias ígneas (*LIPs-Large Igneous Provinces*) podem gerar extensas áreas cobertas por basaltos, em cenários importantes para a exploração por recursos naturais tais como água subterrânea, recursos minerais, petróleo e gás assim como em estudos de geologia regional de estruturas vulcânicas e relações com variações nas propriedades da crosta terrestre. Juntamente com espessas camadas de derrames basálticos, o vulcanismo LIP dá origem a vários corpos intrusivos, incluindo diques, soleiras e batólitos, que se alojam em diferentes níveis de profundidade. Muitas dessas estruturas são de interesse tanto no contexto da pesquisa acadêmica quanto para a avaliação de recursos naturais. Diques de diabásio ou dolerito formando enxames (*sheeted dikes*), por exemplo, podem criar aquíferos com propriedades altamente anisotrópicas que modificam os regimes de interação entre águas superficiais e subterrâneas (Comte et al., 2017) ou gerar compartimentos mais produtivos em aquíferos confinados (Dickson et al., 2015). A atividade vulcânica intrusiva em bacias sedimentares contendo sedimentos ricos em matéria orgânica pode induzir a maturação de petróleo e gás, algumas bacias mostrando uma estreita associação entre ocorrências de petróleo e gás em função da proximidade de corpos intrusivos (Monreal et al., 2009). Conforme estimado por Aarnes et al. (2011), uma soleira relativamente fina, com 15 m de espessura, mas abrangendo uma área 1000 km<sup>2</sup>, tal como a encontrada na Bacia de Karoo, na África do Sul, pode gerar metano na ordem de dezenas de gigatoneladas, com completa mineralização de carbono orgânico nos sedimentos termicamente maturados pela intrusão. Em campos de carvão, a atividade intrusiva tende a aumentar o conteúdo energético das unidades carboníferas (Gurba e Weber, 2001; Cooper et al., 2007; Kalkreuth et al., 2020). Halos térmicos relativamente estreitos, de aproximadamente 1.0 a 1.5 vezes a largura de um dique (Bicca et al., 2022), sugerem transporte de calor por advecção,

com circulação hidrotermal induzida pela fonte de calor do corpo intrusivo (Cooper et al., 2007). Dependendo das propriedades e geometria, diques, podem alterar as condições em subsuperfície, condicionando o regime de fluxo e armazenamento da água subterrânea (Cavalcante et al., 2020). Em áreas tectonicamente ativas, diques servem como fontes de calor para campos geotermais (Gunnarsson e Aradóttir, 2015).

Enxames de diques são formações geológicas da crosta continental terrestre que registram eventos magmáticos em extensas províncias ígneas (Ernst e Bleeker, 2010), episódios iniciais de separação continental (Klausen e Larsen, 2002) e de extensão crustal (rifteamento) (Marinoni, 2001), ou de plumas mantélicas com distribuição radial característica (Ernst e Buchan, 1997). A extensão continental dos enxames de diques tornou-se evidente com a compilação de mapas regionais e levantamentos aeromagnéticos. A continuidade das anomalias lineares (lineamentos magnéticos) por centenas de quilômetros ou mais foi interpretada como decorrente de extensas fontes tabulares, com contraste positivo de magnetização em comparação com as rochas encaixantes. Em geral, o contraste positivo de magnetização decorre da típica composição andesítica ou toleítica dos diques, normalmente contendo maior quantidade de magnetita como mineral acessório. A presença de múltiplas fontes tabulares com alinhamento subparalelo cria um intrincado padrão de anomalias que dificulta a identificação das contribuições individuais de cada dique, especialmente para diques mais profundos e/ou com menor espessura. Muitas unidades compõem um enxame e podem assim passar despercebidas na interpretação de dados aeromagnéticos.

Técnicas de interpretação automática de dados magnéticos são amplamente aplicadas no mapeamento geológico, exploração mineral, entre outras aplicações, fornecendo estimativas de profundidade para interpretações semiquantitativas ou para a construção de modelos mais complexos a partir da inversão de dados. Técnicas mais comuns aplicadas na interpretação de dados aeromagnéticos para definição de contatos e delimitação de unidades geológicas são baseadas nas propriedades da amplitude do sinal analítico (ASA) (Roest et al., 1992) ou na amplitude da anomalia magnética (AMA) (Li et al., 2010; Guo et al., 2014). Por expressarem grandezas equivalentes a uma intensidade de campo, tanto a AMA (equivalente à intensidade do campo vetorial anômalo) quanto a ASA (equivalente à intensidade gradiente da anomalia magnética) são efetivas em delimitar a distribuição de fontes magnéticas mesmo em terrenos com predominância de magnetização remanente. Para fontes bidimensionais (2D), tanto a ASA (Li, 2006) quanto a AMA (Liu et al., 2015)

são invariantes com a direção de magnetização, simplificando ainda mais a interpretação de anomalias alongadas e lineamentos magnéticos. A analogia com campos vetoriais permite a introdução de grandezas que expressam a inclinação de tais campos, como é o caso do *tilt angle* associado ao gradiente da anomalia magnética. Para modelos prismáticos, relações algébricas simples para ASA e AMA e os *tilt angles* associados (Miller e Singh, 1994) permitem estimar parâmetros sem conhecimento prévio sobre a magnetização das fontes. Abordagens automáticas de interpretação de dados (para citar algumas) vem sendo implementadas com *tilt angles* (Salem et al., 2008; Zhang et al., 2019) e derivadas do *tilt angle* (Cooper, 2014).

Razões entre ASA e AMA, por exemplo: entre as derivadas primeira e segunda da ASA (Hsu et al., 1998), entre as derivadas primeira e segunda verticais da ASA (Bastani e Pedersen, 2001), entre AMA e a derivada primeira horizontal da ASA (Cooper, 2015), entre a intensidade do gradiente de ASA e a própria ASA (Ma e Du, 2012). Além da utilização de amplitudes e inclinações de campos, outra linha de estudo baseia-se na utilização de razões entre amplitudes de campo e intensidades de gradiente que, em geral, resultam grandezas invariantes com a intensidade e direção de magnetização. Tal invariância, válida para fontes 2D uniformemente magnetizadas, fornece inferências de localização e profundidade sem que se tenha conhecimento prévio a respeito da magnetização das fontes. A razão entre os campos AMA e ASA, por exemplo, quando avaliada para todos os pontos de medida, fornece uma “função de profundidade”, que recupera as profundidades verdadeiras em pontos característicos da curva (Cooper, 2015, 2017). Para múltiplas fontes justapostas, uma função de profundidade contínua usualmente é distorcida por interferências de corpos adjacentes evitando a individualização das fontes.

Em particular para áreas cobertas com derrames basálticos, a utilização de dados aeromagnéticos para investigar estruturas subjacentes configura um cenário ainda mais desafiador. As anomalias magnéticas observadas em áreas cobertas por derrames frequentemente apresentam anomalias com alto grau de interferência, sugerindo a existência de heterogeneidades internas às camadas de basalto e forte contribuição de estruturas subjacentes. A sobreposição desses efeitos tende a obscurecer a contribuição das anomalias com caráter bidimensional associada aos diques o que, em termos geológicos, impede que uma estrutura fundamental da rede de transporte de magma até a superfície e alimentação de corpos intrusivos seja reconhecida.

Neste trabalho desenvolvemos procedimentos para determinar parâmetros associados a fontes tabulares com anomalias com forte caráter bidimensional em cenários com diques aflorantes e/ou subaflorantes ou com diques subjacentes a derrames basálticos. Inicialmente, desenvolvemos uma técnica para determinar um número mínimo de diques presentes em um enxame, utilizando a derivada segunda da AMA como critério. Em seguida, apresentamos um procedimento para determinar automaticamente a localização e a profundidade do topo de diques em um enxame utilizando a equivalência do modelo de lâmina fina com o modelo de linha de corrente, com estimativas de probabilidade para a profundidade do topo. A interpretação de dados é finalizada aprimorando o procedimento de inversão sequencial AMA-TFA previamente desenvolvido por Cavalcante et al. (2020), capaz de fornecer estimativas para localização, profundidade do topo e magnetização das fontes. Para cenários com derrames basálticos, são discutidas técnicas adicionais para identificar as direções principais associadas à distribuição dos diques e atenuar o efeito de campos interferentes causados por fontes tridimensionais. O posicionamento determinado para o topo das fontes tabulares é interpretado em termos de marcos estratigráficos da bacia e níveis de referência internos à cobertura basáltica.

## 1.1 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo investigar os seguintes ítems fundamentais para o estudo de enxames de diques utilizando dados aeromagnéticos:

- Com base apenas nos campos medidos, determinar um número mínimo de diques para posterior ajuste aos dados medidos ao longo de perfis.
- Obter de forma automática um modelo capaz de fornecer a localização e profundidade do topo de diques para reduzir o esforço computacional em inverter dados com modelos contendo múltiplas fontes.
- Atenuar interferências magnéticas para reconhecer direções de diques subjacentes a derrames basálticos.
- Extrair lineamentos magnéticos relativos a diques em áreas de derrames basálticos e estimar parâmetros de localização e magnetização das fontes.

- Posicionar diques em relação à horizontes geológicos de uma bacia sedimentar, avaliando o impacto dessas estruturas na avaliação de recursos naturais e caracterização dos diques no interior da cobertura basáltica.

Para tanto, além de simulações numéricas são incluídos estudos de caso utilizando dados de enxame de diques da Província do Atlântico Norte (Irlanda do Norte) e Província Paraná-Etendeka (Brasil) na porção nordeste da Bacia do Paraná.

## 1.2 *Organização da Tese*

A Tese é estruturada em cinco capítulos, contando da introdução até o capítulo com conclusões. No Capítulo 2 são abordadas as técnicas de processamento mais comumente aplicadas ao estudo de lineamentos magnéticos, algumas delas servindo como etapas para o desenvolvimento da metodologia desenvolvida neste trabalho. O Capítulo 3 apresenta as contribuições da Tese no que se refere a estudos diques aflorantes ou sub-aflorantes, denominação adotada para expressar a ocorrência de diques em área desprovidas de cobertura basáltica. O Capítulo 4 apresenta a rotina de processamento para a identificação de diques em ambiente com cobertura basáltica. Os capítulos 3 e 4 incluem simulações numéricas e aplicação em dados reais para cada cenário considerado e serviram como base para os manuscritos submetidos para publicação. O Capítulo 5 com um sumário de conclusões sintetiza os principais resultados obtidos.



## Capítulo 2

---

# Processamento e interpretação de dados aeromagnéticos: Aspectos gerais

Neste Capítulo serão abordadas as técnicas de processamento de dados aeromagnéticos mais frequentemente aplicadas no estudo de enxame de diques, com ênfase no realce de fontes rasas e profundas, definição de limites entre fontes adjacentes e posicionamento em mapa e em profundidade. Para tanto, este Capítulo se estrutura em seções cobrindo aspectos gerais sobre a natureza das anomalias magnéticas medidas em levantamentos geofísicos; formulação geral para o processamento de anomalias magnéticas utilizando transformadas de Fourier e procedimentos de interpretação automática utilizando a deconvolução de Euler, razões de amplitudes e deconvolução de Wenner.

### 2.1 Anomalia de campo total

Dentro da grande área de estudo do Geomagnetismo, a magnetometria como uma área da Geofísica Aplicada, está em geral interessada nos fenômenos decorrentes da interação entre o campo geomagnético e a distribuição de rochas magnéticas em diferentes níveis de profundidade na crosta terrestre. Conforme desenvolvido em Blakely (1996), tais estruturas podem ser estudadas sob a ótica de anomalia de campo total,  $T_f$ , correspondente à diferença entre as intensidades do campo total,  $\mathbf{T}$ , efetivamente medido e do campo regional,  $\mathbf{F}$ . Usualmente o campo  $\mathbf{F}$  é assumido como representado pelo modelo IGRF (International Geomagnetic Reference Field) para a data do estudo no local de interesse. É possível representar  $\mathbf{T}$  como

$$\mathbf{T} = \mathbf{F} + \Delta\mathbf{F}, \quad (2.1)$$

sendo  $\Delta\mathbf{F}$  a contribuição do campo anômalo gerado por fontes com magnetização contras-tante no substrato terrestre.

Experimentalmente, a partir da medição do campo  $|\mathbf{T}|$  e predição do campo regional  $|\mathbf{F}|$  é possível obter

$$T_f = |\mathbf{T}| - |\mathbf{F}|. \quad (2.2)$$

Conforme mostrado por (Blakely, 1996) (pg. 178), sob aproximação  $|\mathbf{F}| \gg |\Delta\mathbf{F}|$ , a diferença na equação 2.2 pode ser considerada como uma aproximação para

$$T_f = \hat{\mathbf{f}} \cdot \Delta\mathbf{F}, \quad (2.3)$$

sendo  $\hat{\mathbf{f}}$  o vetor unitário que define a direção do campo geomagnético no local de medida. Essa condição de aproximação é em geral satisfeita em estudos aeromagnéticos, em particular considerando campos anômalos da ordem de centenas de nanoteslas (nT) em um campo principal da ordem de dezenas de milhares de nanoteslas ( $\sim 23000$  nT, por exemplo, na região sudeste do Brasil). Sob tal aproximação, a anomalia de campo total (TFA- *Total Field Anomaly*) pode ser considerada como sendo a projeção de  $\Delta\mathbf{F}$  na direção  $\hat{\mathbf{f}}$  (o índice  $f$  em  $T_f$  indicando a direção do campo  $\mathbf{F}$ ). Em muitos trabalhos o campo  $\mathbf{F}$  é denominado como “campo principal” ou “campo local”.

A TFA para uma fonte magnética pode ser escrita definindo-se inicialmente dois vetores  $\mathbf{r}$  e  $\mathbf{r}'$  referentes às distâncias em relação à origem do sistema de coordenadas a uma posição de medida ( $x, y, z$ ) e a um ponto ( $x', y', z'$ ) interno à fonte magnética. Dessa forma, a partir do potencial magnético  $V$  (Blakely, 1996, pg. 278) se tem

$$T_f(r) = -\hat{\mathbf{f}} \cdot \nabla_r V(r), \quad (2.4)$$

sendo  $r = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$  e  $\nabla_r$  o gradiente no ponto de medida demarcado por  $\mathbf{r}$ . O potencial  $V(r)$ , por sua vez, é dado pela integral no volume  $v$  que contém as fontes magnéticas

$$V(r) = C_m \int_v \mathbf{M}(\mathbf{r}') \cdot \nabla_{r'} \left( \frac{1}{r} \right) dv \quad (2.5)$$

sendo a constante de proporcionalidade  $C_m = \mu_0/4\pi = 10^{-7}$ , com  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  a permeabilidade magnética no vácuo,  $\mathbf{M}$  a magnetização total do corpo e  $\nabla_{r'}$  o gradiente no ponto interno à fonte na posição  $\mathbf{r}'$ . Sendo assim, se tem

$$T_f(r) = -C_m \hat{\mathbf{f}} \cdot \nabla_r \int_v |\mathbf{M}(\mathbf{r}')| \hat{\mathbf{m}} \cdot \nabla_{r'} \left( \frac{1}{r} \right) dv, \quad (2.6)$$

com  $\hat{\mathbf{m}}$  assinalando o vetor unitário da direção da magnetização. A figura 2.1 ilustra o arranjo entre vetores de posição e magnetização e os pontos de medida.

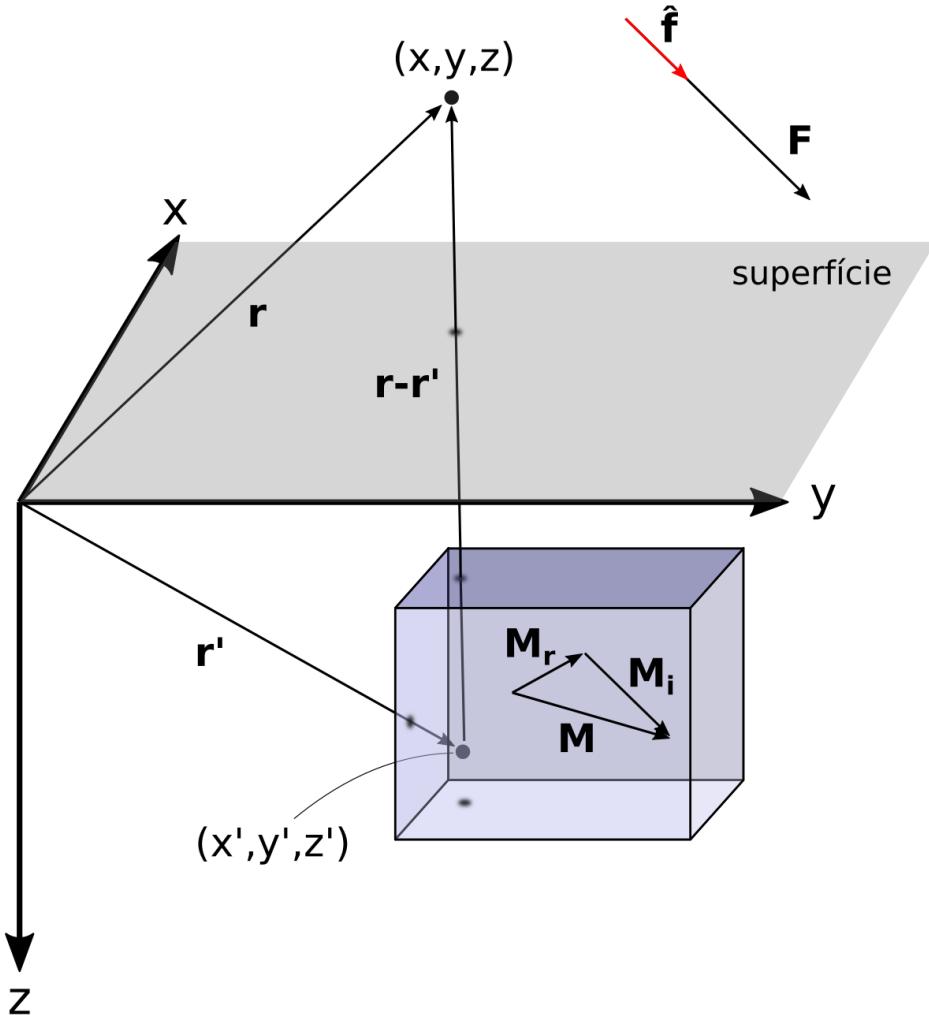


Figura 2.1: Ilustração de vetores e pontos de medida. Vetor  $\mathbf{r}$  referente ao ponto de medida  $(x, y, z)$  da TFA, vetor  $\mathbf{r}'$  referente a um ponto  $(x', y', z')$  interno à fonte magnética, vetor referente ao campo local  $\mathbf{F}$ , vetor unitário  $\hat{\mathbf{f}}$  relativo à direção de  $\mathbf{F}$ , vetor de magnetização total  $\mathbf{M}$ , vetor de magnetização remanente  $\mathbf{M}_r$  e induzida  $\mathbf{M}_i$ .

Considerando-se que o ponto de medida e o ponto interno à fonte estão relacionados pelo fator  $1/r$ , é possível se utilizar da relação  $\nabla_{r'} \frac{1}{r} = -\nabla_r \frac{1}{r}$  que por substituição na equação 2.6 leva a

$$T_f(r) = C_m \hat{\mathbf{f}} \cdot \nabla_r \int_v |\mathbf{M}(\mathbf{r}')| \hat{\mathbf{m}} \cdot \nabla_r \left( \frac{1}{r} \right) dv. \quad (2.7)$$

Para uma direção de magnetização constante e reescrevendo a equação 2.7 explicitando

as derivadas direcionais, se chega a

$$T_f(r) = C_m \frac{\partial}{\partial f} \frac{\partial}{\partial m} \int_v |\mathbf{M}(\mathbf{r}')| \left( \frac{1}{r} \right) dv. \quad (2.8)$$

As derivadas parciais da equação 2.8 em relação à direção do campo e magnetização podem ser escritas em função dos cossenos diretores ( $L, S, U$ ) e ( $l, s, u$ ) respectivamente para as direções do campo principal e magnetização total

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial f} = L \frac{\partial}{\partial x} + S \frac{\partial}{\partial y} + U \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial m} = l \frac{\partial}{\partial x} + s \frac{\partial}{\partial y} + u \frac{\partial}{\partial z} \end{cases} \quad (2.9)$$

sendo

$$\begin{cases} L = \cos(I) \cos(D); \quad S = \cos(I) \sin(D); \quad U = \sin(I) \\ l = \cos(i_m) \cos(i_m); \quad s = \cos(i_m) \sin(i_m); \quad u = \sin(i_m) \end{cases} \quad (2.10)$$

sendo  $I$  e  $D$  a inclinação e declinação do campo local, enquanto  $i_m$  e  $d_m$  são a inclinação e declinação da magnetização. A partir das equações 2.8 e 2.9 se obtém a expressão geral de uma anomalia magnética no domínio do espaço

$$T_f(r) = C_m \left( L \frac{\partial}{\partial x} + S \frac{\partial}{\partial y} + U \frac{\partial}{\partial z} \right) \left( l \frac{\partial}{\partial x} + s \frac{\partial}{\partial y} + u \frac{\partial}{\partial z} \right) \int_v |\mathbf{M}(\mathbf{r}')| \left( \frac{1}{r} \right) dv. \quad (2.11)$$

A anomalia magnética de campo total expressa, assim, de duas ordens de derivação aplicadas a uma grandeza escalar.

### 2.1.1 Magnetização total: considerações gerais

A suposição referente à magnetização homogênea para um material geológico, explicitamente incorporada na obtenção da 2.11, leva em conta que as variações internas ao material produzem um efeito similar a um corpo homogêneo quando avaliado na escala de campo de um levantamento geofísico. A intensidade de magnetização é condicionada pela mineralogia magnética que compõe a rocha como minerais acessórios, sendo a magnetita o mineral mais importante considerando sua intensidade de magnetização e níveis de concentração observados. A magnetização induzida é condicionada pela susceptibilidade magnética e tem direção alinhada ao campo externo local,  $\hat{\mathbf{f}}$ , tal qual  $\mathbf{M}_i = \kappa \mathbf{F}$ . A condição

de super-paramagnetismo, na qual o tamanho médio dos grãos magnéticos é inferior ao volume característico de bloqueio (Dunlop e Özdemir, 1997), normalmente é aventada para explicar a magnetização do tipo induzido. A magnetização remanente ( $\mathbf{M}_r$ ), por outro lado, se manifesta quando os grãos estão no limite ou acima do volume característico de bloqueio, registrando a direção do campo local no momento em que a temperatura do material atingiu a temperatura Néel-Curie de bloqueio (Fabian, 2001). A magnetização total  $\mathbf{M}$  resulta, então, da soma vetorial das duas contribuições individuais tal que

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_i + \mathbf{M}_r. \quad (2.12)$$

A direção  $\hat{\mathbf{m}}$ , consequentemente é dada por

$$\hat{\mathbf{m}} = \frac{\mathbf{M}_i + \mathbf{M}_r}{|\mathbf{M}_i + \mathbf{M}_r|}. \quad (2.13)$$

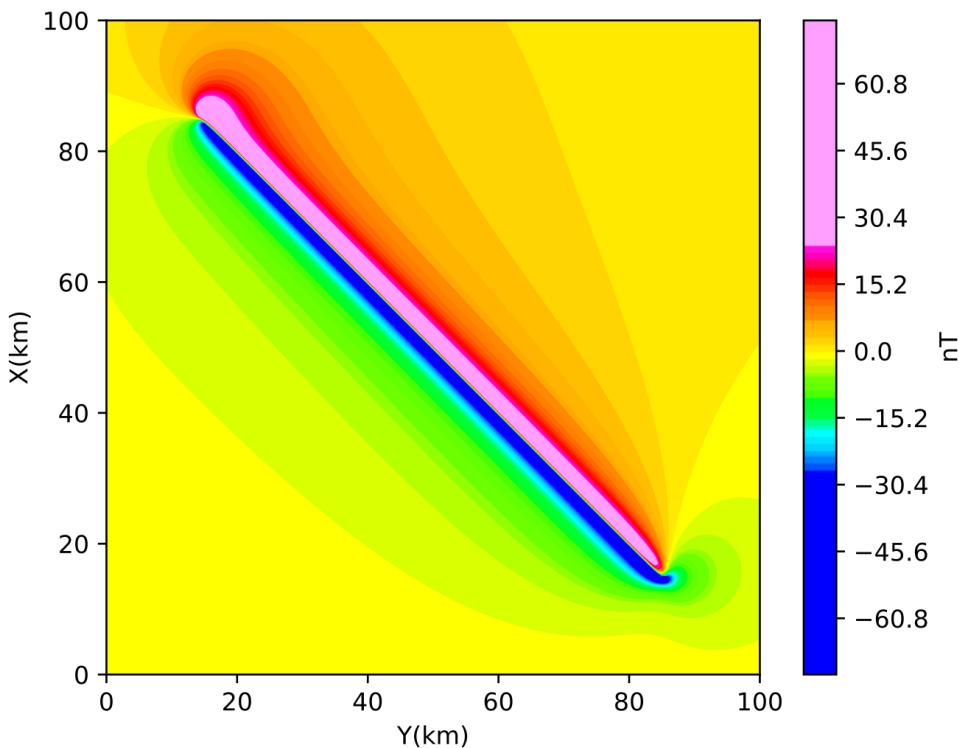
A suposição da magnetização homogênea é uma aproximação válida para corpos ígneos do tipo dique, considerando que um dique gerado por um pulsos de magma com uma mesma composição e com histórico similar de resfriamento. A combinação desses dois fatores é necessária para justificar uma equiparação das magnetizações induzida e remanente para diques distintos. A preponderância de um tipo de magnetização sobre outro pode ser avaliada pela razão de Königsberger ( $Q_n$ ) (Königsberger, 1938)

$$Q_n = \frac{\mathbf{M}_r}{\mathbf{M}_i}. \quad (2.14)$$

### 2.1.2 Magnetização total e anomalia resultante

A figura 2.2 mostra a TFA para um prisma 3D com formato tabular, calculada utilizando a formulação desenvolvida por Plouff (1976). Nessa formulação, os parâmetros do prisma são definidos pela posição do centro do corpo, profundidade do topo e da base, comprimento, espessura, intensidade e direção de magnetização. Visando ilustrar o efeito das técnicas e processamentos apresentados nesse Capítulo, um modelo de prisma tabular – Modelo 1 - foi construído como uma fonte posicionada no hemisfério sul, considerando o campo local com inclinação de  $-30^\circ$  e declinação nula, valores idênticos foram aplicados para a inclinação e declinação da magnetização da fonte, representando uma fonte com magnetização induzida. Nessas condições, a TFA apresenta valores positivos ao norte e negativos ao sul do prisma, decaindo a zero à medida que se afasta da fonte. O formato tabular da

fonte gera uma anomalia que genericamente seria denominada “lineamento magnético” tal como observada em diques isolados ou em enxame de diques. Para casos extremos em a razão da largura do prisma pela profundidade do topo for muito baixa (<<1 por exemplo) a fonte tabular pode ser representada por uma lâmina, modelo muito utilizado no estudo de diques tal como discutido na seção 3.1. Para o modelo na figura 2.2, a razão largura pela profundidade é de 0.1.



*Figura 2.2:* Anomalia de campo total (TFA) associada ao modelo 1 contendo um prisma utilizando a parametrização de Plouff (1976). Posição xy do centro em (50,50), profundidade do topo 500 m, base 100 km, comprimento 100 km, espessura 50 m, azimute 135°, intensidade de magnetização 10 A/m, inclinação da magnetização -30°, declinação da magnetização 0°, altura de voo 100 m, células da malha de 500×500 m interpoladas com algoritmo de mínima curvatura.

## 2.2 Processamento de dados magnéticos no domínio de Fourier

O processamento de dados magnéticos no domínio Fourier (ou do número de onda) é muito difundido na comunidade geofísica, visto que operações matemáticas complexas que transformam a anomalia medida podem ser computacionalmente implementadas de forma mais eficiente. A transformada direta de Fourier ( $\mathcal{F}$ ) leva uma função do domínio do espaço para o domínio do número de onda, a transformada inversa de Fourier ( $\mathcal{F}^{-1}$ ), implementando o caminho inverso (do domínio do número de onda para o domínio do espaço). Para o caso da TFA, a transformada direta de Fourier,  $\mathcal{F}\{T_f(x, y, z)\}$ , é dada por

$$\mathcal{F}\{T_f(x, y, z)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} T_f(x, y, z) e^{-i2\pi(k_x \cdot x + k_y \cdot y)} dx dy, \quad (2.15)$$

sendo  $i = \sqrt{-1}$  o número imaginário puro. A transformada inversa de Fourier, por sua vez, é dada por

$$\mathcal{F}^{-1}\{\tilde{T}_f(k_x, k_y)\} = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{T}_f(k_x, k_y) e^{i2\pi(k_x \cdot x + k_y \cdot y)} dk_x dk_y. \quad (2.16)$$

Conforme terminologia apresentada em Blakely (1996) pg. 261, uma função harmônica ( $\nabla^2 T(x, y, z) \equiv 0$ ), é descrita no domínio de Fourier por números de onda  $k_x$  e  $k_y$ , o termo correspondente à derivada na direção  $z$  tornando-se dependente do fator

$$|k| \equiv (k_x^2 + k_y^2)^{1/2}. \quad (2.17)$$

Utilizando a equação 2.15, a equação 2.11 pode ser reescrita como

$$\tilde{T}_f(k_x, k_y) = \frac{C_m}{4\pi^2} (ik_x L + ik_y S + |k| U) (ik_x l + ik_y s + |k| u) \mathcal{F} \left\{ \int_v |\mathbf{M}(\mathbf{r}')| \left( \frac{1}{r} \right) dv \right\}, \quad (2.18)$$

sendo a expressão básica para o desenvolvimento de transformações aplicadas à anomalia magnética no domínio de Fourier.

### 2.2.1 Cálculo de derivadas

Utilizando a transformada de Fourier, as derivadas da TFA de ordem enésima em direções ortogonais (Blakely, 1996, pg. 324), podem ser obtidas por

$$\mathcal{F} \left\{ \frac{\partial^n T_f(x, y, z)}{\partial x^n} \right\} = (ik_x)^n \mathcal{F}\{T_f(x, y, z)\}, \quad (2.19)$$

$$\mathcal{F} \left\{ \frac{\partial^n T_f(x, y, z)}{\partial y^n} \right\} = (ik_y)^n \mathcal{F}\{T_f(x, y, z)\} \quad (2.20)$$

e

$$\mathcal{F} \left\{ \frac{\partial^n T_f(x, y, z)}{\partial z^n} \right\} = |k|^n \mathcal{F}\{T_f(x, y, z)\}. \quad (2.21)$$

Isso mostra que as derivadas x, y e z da TFA, podem ser calculadas no domínio do número de onda através de operações de multiplicação por um fator relacionado ao número de onda elevado à ordem da derivada.

A figura 2.3 apresenta as derivadas x, y e z de ordem 1 para o modelo 1. Nesse caso nota-se como a derivação pode ser um processo instável, uma vez que mesmo um modelo sem ruídos apresenta artefatos. Ainda assim, a derivada em z apresenta delimitação satisfatória da fonte, sendo por essa razão, frequentemente utilizada como técnica de realce.

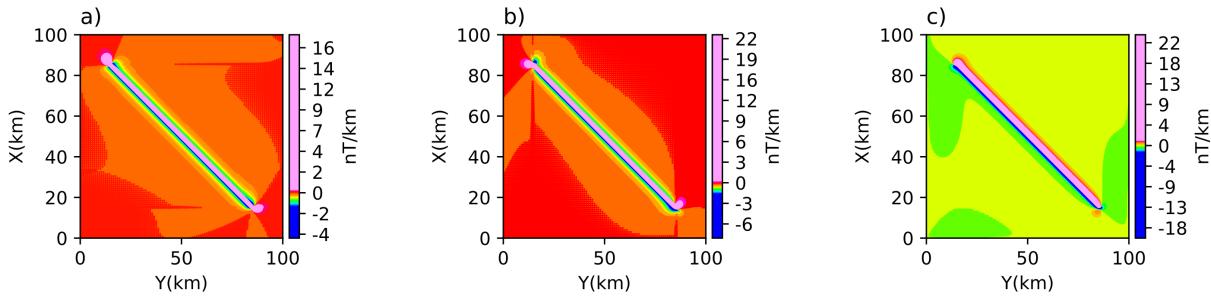


Figura 2.3: Derivadas de ordem 1 para a anomalia associada ao modelo 1. a) Derivada  $\partial T_f(x, y, z)/\partial x$ , direção x. b) Derivada  $\partial T_f(x, y, z)/\partial y$ , direção y. c) Derivada  $\partial T_f(x, y, z)/\partial z$ , direção z.

## 2.2.2 Mudança de componentes

A anomalia de campo total, por ser uma função harmônica, pode ser utilizada para calcular outros componentes do campo, mais comumente os componentes x, y e z do campo. De forma genérica, a transformação de mudança de componente também é implementada no domínio do número de onda (Blakely, 1996, pg. 328). Para se obter o componente do campo anômalo na direção x a partir da TFA medida, basta na equação 2.18, considerar  $S = U = 0$  e  $L = 1$  obtendo

$$\mathcal{F}\{T_x(r)\} = \frac{C_m}{4\pi^2} (ik_x) (ik_x l + ik_y s + |k| u) \mathcal{F} \left\{ \int_v |\mathbf{M}(r')| \left( \frac{1}{r} \right) dv \right\}, \quad (2.22)$$

com o subscrito x indicando o componente x do campo vetorial anômalo. Dividindo-se a equação 2.22 pela equação 2.18 se tem

$$\mathcal{F}\{T_x(r)\} = \frac{ik_x}{ik_xL + ik_yS + |k|U} \mathcal{F}\{T_f(r)\}, \quad (2.23)$$

indicando que a mudança de componente da direção  $\hat{\mathbf{f}}$  na qual a TFA foi medida, para direção x envolve a multiplicação do espectro da TFA pelo operador  $\theta_x$ ,

$$\theta_x = \frac{ik_x}{ik_xL + ik_yS + |k|U}, \quad (2.24)$$

que implicitamente considera as derivadas de primeira ordem descritas na seção 2.2.1 e os cossenos diretores para a direção  $\hat{\mathbf{f}}$ . A equação 2.24 mostra que a mudança de componente pode ser feita sem a necessidade de se conhecer a direção da magnetização do corpo.

De forma análoga à obtenção do operador  $\theta_x$ , o operador para obter o componente y,  $\theta_y$ ,

$$\theta_y = \frac{ik_y}{ik_xL + ik_yS + |k|U}, \quad (2.25)$$

é obtido tomando-se  $L = U = 0$  e  $S = 1$ . O operador para obtenção do componente z,  $\theta_z$ ,

$$\theta_z = \frac{|k|}{ik_xL + ik_yS + |k|U} \quad (2.26)$$

tomando-se  $L = S = 0$  e  $U = 1$ . De forma resumida os componentes x, y e z são obtidos segundo

$$\begin{cases} T_x(x, y, z) = \mathcal{F}^{-1}\{\theta_x \mathcal{F}\{T_f(x, y, z)\}\} \\ T_y(x, y, z) = \mathcal{F}^{-1}\{\theta_y \mathcal{F}\{T_f(x, y, z)\}\} \\ T_z(x, y, z) = \mathcal{F}^{-1}\{\theta_z \mathcal{F}\{T_f(x, y, z)\}\}. \end{cases} \quad (2.27)$$

A figura 2.4 mostra os componentes ortogonais  $T_x(x, y, z)$ ,  $T_y(x, y, z)$  e  $T_z(x, y, z)$  obtidos a partir do modelo 1.

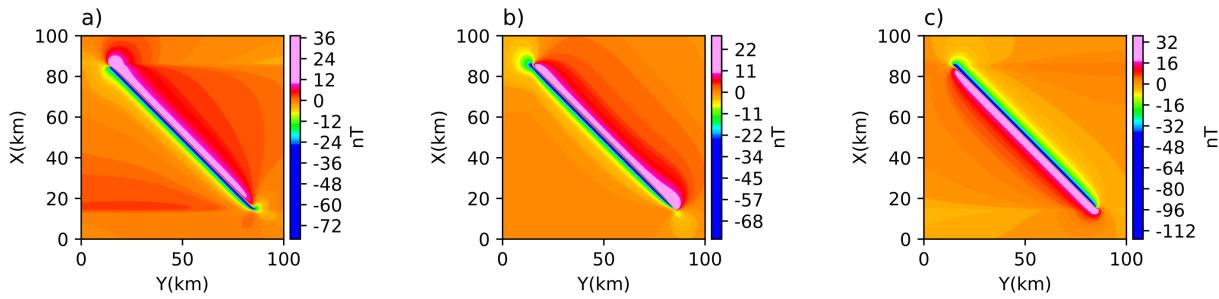


Figura 2.4: Componentes ortogonais para a anomalia associada ao modelo 1. a) Componente  $T_x(x, y, z)$ . b) Componente  $T_y(x, y, z)$ . c) Componente  $T_z(x, y, z)$ .

### 2.2.3 Amplitude da anomalia magnética

Uma grandeza muito útil na interpretação de dados reais é a amplitude da anomalia magnética (AMA), obtida a partir dos componentes x, y e z,

$$|\mathbf{T}(x, y, z)| = \sqrt{(T_x(x, y, z))^2 + (T_y(x, y, z))^2 + (T_z(x, y, z))^2}. \quad (2.28)$$

A AMA apresenta a propriedade de centrar o campo sobre as fontes, sem geração de feições espúrias decorrentes da amplificação do nível de ruídos nos dados. A AMA pode ser considerada como sendo a intensidade de um campo  $\mathbf{T}(x, y, z)$  tal que

$$\mathbf{T}(x, y, z) = T_x \hat{\mathbf{e}}_x + T_y \hat{\mathbf{e}}_y + T_z \hat{\mathbf{e}}_z \quad (2.29)$$

sendo  $\hat{\mathbf{e}}_x$ ,  $\hat{\mathbf{e}}_y$  e  $\hat{\mathbf{e}}_z$  vetores unitários referentes às direções x, y e z. A partir de  $\mathbf{T}$  um componente específico, por exemplo  $T_x$  para a direção  $\hat{\mathbf{e}}_x$ , pode ser obtido a partir do produto interno  $T_x = \hat{\mathbf{e}}_x \cdot \mathbf{T}$ .

Na interpretação de dados reais o cálculo prévio da AMA tem sido frequentemente incorporado. Tuma e Mendonça (2007), por exemplo, considera a razão entre o gradiente da TFA e a AMA em uma das etapas de inversão; Cavalcante et al. (2020) utiliza como etapa inicial para inversão de perfis magnéticos e Liu et al. (2015) em formulação para modelos com secção transversal irregular. A figura 2.5 apresenta a AMA para o modelo 1 de forma a ilustrar suas capacidade de centralização para uma fonte alongada.

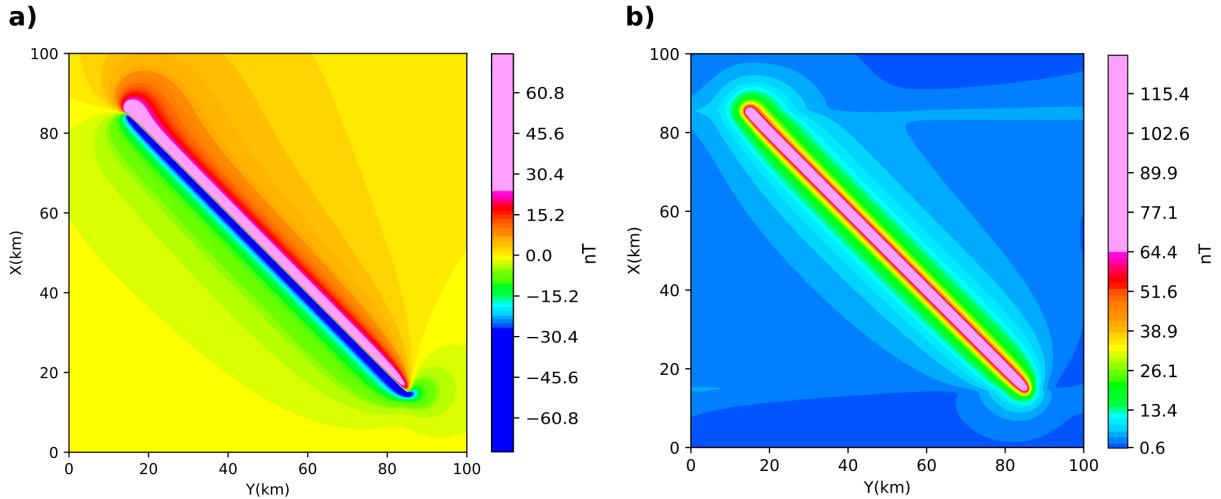


Figura 2.5: a) Anomalia de campo total (TFA) associada ao modelo 1. b) Amplitude da anomalia magnética (AMA) para a anomalia associada ao modelo 1.

#### 2.2.4 Amplitude do sinal analítico

O conceito de sinal analítico (ASA) para anomalias magnéticas 2D foi introduzido por Nabighian (1972). Com base nesse trabalho, o sinal analítico de uma função harmônica  $T_f(t, z)$  é expresso em termos da transformada de Hilbert ( $\mathcal{H}$ ) (Grafakos, 2008),  $t$  nesse caso, indica amostragens ao longo de uma transecta perpendicular à fonte 2D. A transformada de Hilbert relaciona-se com a transformada de Fourier por

$$\mathcal{H}\{T_f(t, z)\} = i \cdot \text{sgn}(k_t) \mathcal{F}\{T_f(t, z)\}, \quad (2.30)$$

sendo  $i \cdot \text{sgn}(k_t)$  o operador de transformada de Hilbert. A equação 2.30 pode ser reescrita em função das derivadas da anomalia e da transformada de Fourier

$$\mathcal{F}\left\{\frac{\partial T_f(t, z)}{\partial z}\right\} = -i \cdot \text{sgn}(k_t) \mathcal{F}\left\{\frac{\partial T_f(t, z)}{\partial t}\right\} \quad (2.31)$$

levando a

$$\mathcal{A}(t, z) = \frac{\partial T_f(t, z)}{\partial t} + i \frac{\partial T_f(t, z)}{\partial z}, \quad (2.32)$$

a parte real contendo a derivada horizontal da anomalia e a parte imaginária a sua derivada vertical. A amplitude do sinal analítico (ASA) correspondente à equação 2.31 é obtida por

$$|\mathcal{A}(t, z)| = \sqrt{\left(\frac{\partial T_f(t, z)}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial T_f(t, z)}{\partial z}\right)^2}. \quad (2.33)$$

A se destacar a correspondência entre a ASA formulada pela equação 2.33 e a intensidade do gradiente da TFA,  $|\nabla T_f|$  tal que

$$\nabla T_f = \frac{T_f}{\partial t} \hat{\mathbf{e}}_t + \frac{T_f}{\partial z} \hat{\mathbf{e}}_z, \quad (2.34)$$

sendo  $\hat{\mathbf{e}}_t$  o vetor unitário relativo à direção da transecta. Essa correspondência com a intensidade do gradiente da TFA serviu como base para estender a formulação da ASA para dados em malha regular, como tal envolvendo campos gerados por fontes 3D. Esse processo foi iniciado por Roest et al. (1992) propondo a ASA para dados em malha segundo

$$|\mathcal{A}(x, y, z)| = \sqrt{\left(\frac{\partial T_f(x, y, z)}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial T_f(x, y, z)}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial T_f(x, y, z)}{\partial z}\right)^2}. \quad (2.35)$$

Por sua capacidade de centralização do campo sobre as fontes magnéticas, a utilização da ASA tornou-se uma etapa recorrente na maioria dos estudos que utilizam dados aeromagnéticos. Entretanto, o trabalho de Li (2006) alerta que, diferentemente do caso 2D, para o caso 3D a ASA não é invariante com a direção de magnetização ou qualquer outro parâmetro. Considerando especificamente o estudo de enxame de diques, a ASA foi utilizada para determinar a profundidade das fontes (Hsu et al., 1998), localização dos diques ao longo de perfis perpendiculares às fontes (Cooper, 2015). Dentre outras técnicas de processamento, a ASA também foi utilizada para caracterizar diques e estudar evidências de reativação do lineamento Guapiara no Arco de Ponta Grossa durante o Cenozoico (dos Santos et al., 2023).

A figura 2.6 mostra o resultado da aplicação de ASA à anomalia associada ao modelo 1. É possível observar que os valores tendem a zero a medida que se afasta da fonte, enquanto os valores positivos crescem sobre a fonte, o que no caso deste modelo ilustrativo, é eficiente para inferir o posicionamento do prisma com formato tabular. Entretanto, essa técnica se comparada com a AMA, apresenta maior susceptibilidade à amplificação de ruídos uma vez que faz uso de derivações do campo.

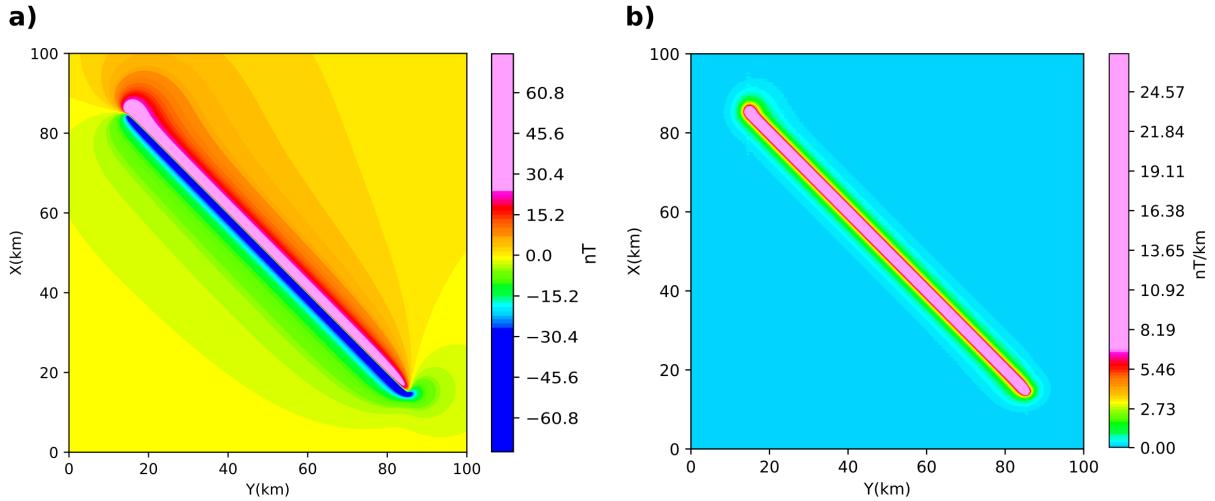


Figura 2.6: a) Anomalia de campo total (TFA) associada ao modelo 1. b) Amplitude do sinal analítico (ASA) para a anomalia associada ao modelo 1.

### 2.2.5 Continuação para cima

A continuação para cima é um processamento que transforma um campo potencial medido em uma superfície, para um campo que poderia ter sido medido em outra superfície mais distante das fontes. Essa transformação atenua os componentes de comprimento de onda mais curtos da anomalia associados às fontes rasas, preservando os comprimentos de ondas mais longos associados às fontes mais profundas (Blakely, 1996, pg. 313). Trata-se de uma abordagem útil na fusão de aerolevantamentos adquiridos em diferentes altitudes ou visando atenuar o sinal produzido por estruturas mais rasas para ressaltar a contribuição de fontes mais profundas.

A operação de continuação para cima também pode ser obtida a partir da equação 2.18

$$\mathcal{F} \left\{ \int_v |\mathbf{M}(\mathbf{r}')| \left( \frac{1}{r} \right) dv \right\} = \mathcal{F} \{ |\mathbf{M}(\mathbf{r}')| \} \mathcal{F} \left\{ \left( \frac{1}{r} \right) \right\}, \quad (2.36)$$

definindo o operador de continuação

$$\mathcal{F} \left\{ \left( \frac{1}{r} \right) \right\} = \frac{e^{-|k|z}}{|k|}, \quad (2.37)$$

$z$  definido conforme a figura 2.1. Dessa forma a equação 2.18 pode ser reescrita como

$$\mathcal{F} \{ T_f(x, y, z) \} = -\frac{C_m}{4\pi^2} (ik_x L + ik_y S + |k| U) (ik_x l + ik_y s + |k| u) \frac{e^{-|k|z}}{|k|} \mathcal{F} \{ |\mathbf{M}(x', y', z')| \}, \quad (2.38)$$

de forma que a anomalia calculada para um nível  $H$  acima de  $z$ , no domínio do número de onda, é obtida calculando a equação 2.38 para  $\mathcal{F}\{T_f(x, y, z + H)\}$ . Dividindo-se a equação resultante pela equação 2.38, chega-se a

$$\mathcal{F}\{T_f(x, y, z + H)\} = e^{-|k|H} \mathcal{F}\{T_f(x, y, z)\}, \quad (2.39)$$

a partir da qual o operador de continuação para cima  $\theta_H$  pode ser definido como

$$\theta_H = e^{-|k|H}. \quad (2.40)$$

A continuação para cima no domínio do espaço é obtida por

$$T_f(x, y, z + H) = \mathcal{F}^{-1}\{\theta_H \mathcal{F}\{T_f(x, y, z)\}\}. \quad (2.41)$$

Um exemplo de aplicação no estudo de diques foi apresentado por Murthy (1985), que calculou o ponto médio entre os ápices da anomalia gerada sobre um dique para um nível inicial e, em seguida, com a continuação para cima dos dados, calculou novamente o ponto médio entre os ápices. A variação de posicionamento dos pontos médios, foi então utilizada para se obter a profundidade do topo, a espessura da lâmina e seu ângulo efetivo (diferença entre ângulo de mergulho e inclinação da magnetização). O trabalho de Florio e Fedi (2013), aplica a deconvolução de Euler em multiescala, para dados continuados para diferentes níveis de altitude.

A figura 2.7 mostra o efeito da continuação para cima aplicada à anomalia associada ao modelo 1, considerando uma continuação de 6 vezes o espaçamento das células da malha (3 km) de forma a enfatizar o efeito na figura. É possível observar uma atenuação da amplitude sobre a fonte, em decorrência do efeito da redução dos componentes de alta frequência.

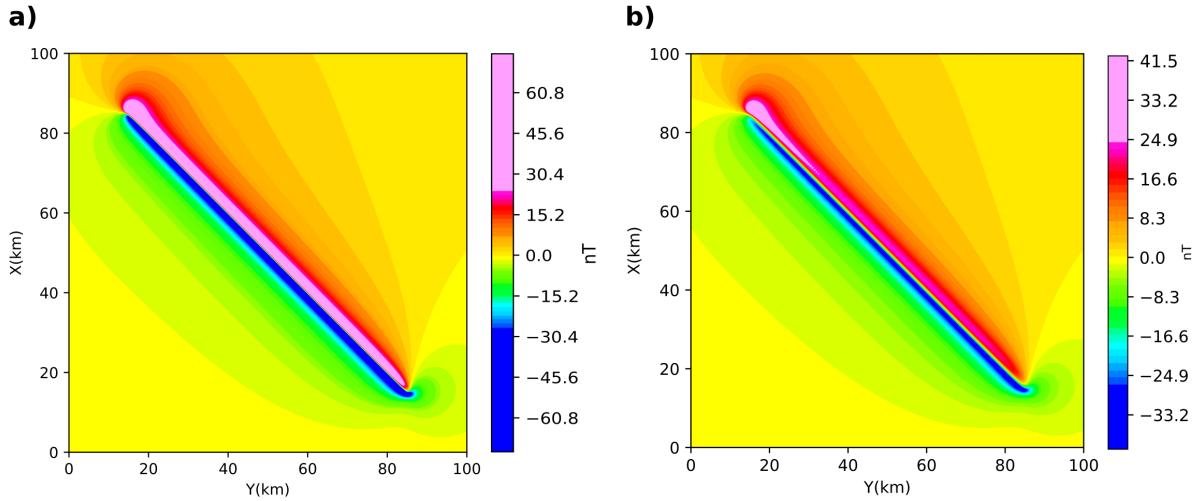


Figura 2.7: a) Anomalia de campo total (TFA) associada ao modelo 1. b) Continuação para cima aplicada à anomalia associada ao modelo 1.

### 2.2.6 Redução ao polo

A redução ao polo executa uma transformação no campo, de forma a centralizar as anomalias sobre as fontes. Isso é necessário visto que, exceto nos polos e para fontes com magnetização induzida, quando a magnetização ( $\mathbf{M}$ ) e campo regional ( $\mathbf{F}$ ) são alinhados com a vertical, as anomalias magnéticas tendem a apresentarem formas distorcidas, deslocadas lateralmente em relação às fontes. Para se calcular a anomalia reduzida ao polo segue-se o mesmo princípio da subseção 2.2.2, entretanto, assumindo-se magnetização induzida do corpo ( $l = s = 0$  e  $u = 1$ ) e campo na direção vertical ( $L = S = 0$  e  $U = 1$ ) de modo a se obter o operador de redução ao polo

$$\theta_p = \frac{k_x^2 + k_y^2}{(ik_x L + ik_y S + |k|U)(ik_x l + ik_y s + |k|u)}. \quad (2.42)$$

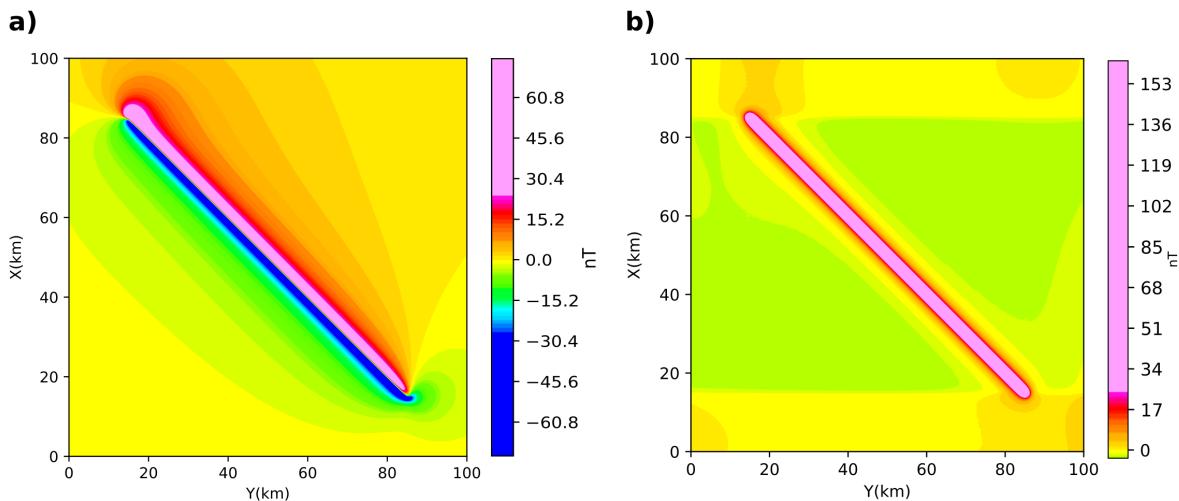
Dessa a anomalia reduzida ao polo ( $T_p$ ) é dada por

$$T_p(x, y, z) = \mathcal{F}^{-1} \{ \theta_p \mathcal{F} \{ T_f(x, y, z) \} \}. \quad (2.43)$$

O trabalho de Baranov (1957) foi pioneiro em utilizar a redução ao polo na interpretação de anomalias magnéticas, eliminando a assimetria e dependência com a latitude. O resultado obtido apresenta as características de uma anomalia gravimétrica que é centrada sobre o alvo. Embora muito eficiente em altas e médias latitudes magnéticas, quando aplicada a baixas latitudes ( $< \sim 15^\circ$ , na prática) a redução ao polo produz artefatos lineares que

podem obscurecer as anomalias reais, uma vez que nesses casos os ruídos são fortemente amplificados. O trabalho de Hassen e Pawlowski (1989) é um exemplo de abordagem utilizada para estabilizar a redução ao polo em baixas latitudes utilizando filtragem por técnica de Wiener. No estudo de diques, um exemplo é o uso da derivada vertical e da anomalia reduzida ao polo, para obter a direção de magnetização de um dique kimberlítico para exploração de diamantes (Dannemiller e Li, 2006).

A figura 2.8 aplica a redução ao polo na anomalia associada ao modelo 1. Nota-se que a anomalia fica centrada sobre o corpo, definindo adequadamente os limites da fonte. Há de se notar a formação de artefatos de menor amplitude, que neste caso simples não impactam na interpretação, mas que podem se tornar relevantes em modelos mais complexos ou caso os limites aceitáveis para latitudes baixas sejam extrapolados.



*Figura 2.8: a) Anomalia de campo total (TFA) associada ao modelo 1. b) Redução ao polo aplicada à anomalia associada ao modelo 1.*

### 2.3 Interpretação automática de dados

Métodos de interpretação automática são utilizados na obtenção de soluções preliminares sobre a localização de contatos e profundidades de unidades geológicas com contraste de magnetização utilizando algoritmos relativamente simples e de baixa demanda computacional mesmo quando aplicada a base de dados com milhares ou milhões de dados. Como pontos em comum, os métodos de interpretação automáticos buscam obter estimativas de parâmetros que descrevem as propriedades das fontes magnéticas (magnetização

ou mergulho, por exemplo) ou, mais frequentemente seu posicionamento ao longo de perfis ou mapas e respectiva determinação de profundidade, gerando produtos que auxiliam a interpretação preliminar dos dados. No estudo de lineamentos magnéticos três técnicas em particular a deconvolução de Euler, razão de amplitudes e deconvolução de Wenner tem encontrado maior campo de aplicação.

### 2.3.1 Deconvolução de Euler

A deconvolução de Euler é uma técnica de interpretação automática baseada na equação homogênea de Euler, introduzida na interpretação de dados magnéticos por Thompson (1982), em formulação atualmente conhecida como “versão clássica” dessa técnica. Para anomalias bidimensionais, para dados obtidos ao longo de uma transecta, a equação homogênea de Euler pode ser formulada como

$$(t - t_0) \frac{\partial T_f(t, z)}{\partial t} + (z - z_0) \frac{\partial T_f(t, z)}{\partial z} = \eta T_f(t, z) + \eta |\mathbf{F}|, \quad (2.44)$$

sendo  $t_0$  a posição da fonte magnética,  $z_0$  sua profundidade,  $|\mathbf{F}|$  a intensidade do campo magnético local e  $\eta$  o índice estrutural associado à geometria da fonte. Na versão clássica do método, o índice estrutural entra como informação à priori podendo assumir os valores 0, 1, 2 ou 3, respectivamente para modelos de contato, dique vertical ou contato de soleira, cilindros e esferas.

A técnica da deconvolução de Euler consiste em determinar a posição da fonte magnética utilizando um procedimento de janelas móveis (Reid et al., 1990), no qual a base de dados é subdividida em grupos menores gerando um sistema de equações lineares que é resolvido pelo método dos quadrados mínimos. A escolha do tamanho das janelas mantém um compromisso entre o grau de resolução desejado no mapeamento das fontes e a condição de estabilidade dos sistemas lineares a serem resolvidos. Reid et al. (2014) propõe a adoção de uma janela móvel no mínimo duas vezes maior que o intervalo de amostragem, mas maior que metade da profundidade de investigação. O esquema de janela móveis permite

escrever a equação homogênea de Euler (2.44) em uma forma matricial,

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial T_f(t_1, z_1)}{\partial t} & \frac{\partial T_f(t_1, z_1)}{\partial z} & \eta \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial T_f(t_j, z_j)}{\partial t} & \frac{\partial T_f(t_j, z_j)}{\partial z} & \eta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_0 \\ z_0 \\ |\mathbf{F}| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_1 \frac{\partial T_f(t_1, z_1)}{\partial t} + z_1 \frac{\partial T_f(t_1, z_1)}{\partial z} + \eta T_f(t_1, z_1) \\ \vdots \\ t_j \frac{\partial T_f(t_j, z_j)}{\partial t} + z_j \frac{\partial T_f(t_j, z_j)}{\partial z} + \eta T_f(t_j, z_j) \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

considerando os  $j$  pontos de medida no interior de uma janela. De forma compacta, o sistema linear assim definido pode ser representado em forma matricial segundo

$$\mathbf{G}\mathbf{b} = \mathbf{d}. \quad (2.46)$$

Por se tratar de um problema sobredeterminado, a solução por quadrados mínimos é obtida por

$$\mathbf{b} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{d}. \quad (2.47)$$

Quando aplicada a um conjunto de janelas adjacentes, as soluções inferidas em cada janela podem levar a um espalhamento das fontes inferidas ("nuvem de soluções"). Para lidar com esse problema, Thompson (1982) propôs um critério para a escolha de soluções, mantendo aquelas que satisfazem a condição (equação 9 do trabalho original):

$$C_0 < \frac{z_0}{\eta \sigma_z}, \quad (2.48)$$

sendo  $\sigma_z$  o desvio padrão das soluções para estimativa de profundidade  $z_0$  e  $C_0$  um valor limite previamente estabelecido como fator de corte. Outros critérios para a seleção de soluções foram propostos por diferentes trabalhos (Barbosa et al., 1999; Mushayandebvu et al., 2001; Gerovska e Araúzo-Bravo, 2003; Melo e Barbosa, 2020).

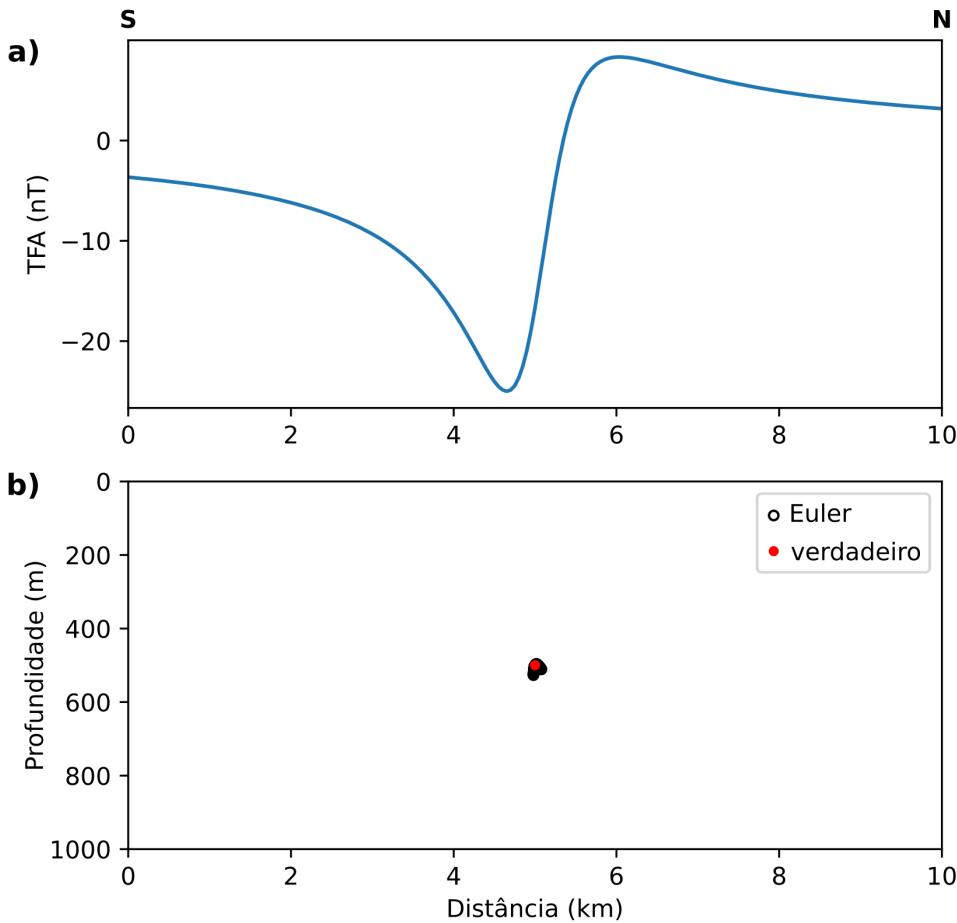
Para dados em malha, como tal considerando fontes magnéticas geradas por corpos 3D (ou quando do estudo de lineamentos magnéticos utilizando dados em malha), a equação da deconvolução de Euler é dada por

$$\begin{aligned} x_0 \frac{\partial T_f(x, y, z)}{\partial x} + y_0 \frac{\partial T_f(x, y, z)}{\partial y} + z_0 \frac{\partial T_f(x, y, z)}{\partial z} + \eta F = x \frac{\partial T_f(x, y, z)}{\partial x} + \\ y \frac{\partial T_f(x, y, z)}{\partial y} + z \frac{\partial T_f(x, y, z)}{\partial z} + \eta T_f(x, y, z) \end{aligned} \quad (2.49)$$

sendo  $x_0$ ,  $y_0$  e  $z_0$  a posição estimada da fonte. A solução para o caso 3D é obtida de forma análoga ao caso 2D.

Alguns exemplos de trabalhos que aplicam a deconvolução de Euler são o estudo de Florião e Fedi (2013) envolvendo análises em multiescala utilizando a técnica de continuação para cima e os trabalhos de Gerovska e Araúzo-Bravo (2003) e Mushayandebvu et al. (2004) para fontes magnéticas mais complexas, sabidamente com formas tridimensionais. No estudo de lineamentos magnéticos mais especificamente, pode-se destacar (entre outros) o trabalho de Portela Filho e Ferreira (2003) que combina o gradiente horizontal da TFA com ASA e a deconvolução de Euler para fornecer uma visualização do arcabouço magnético-estrutural para uma janela de estudos na Bacia do Paraná, o trabalho de Keating e Pilkington (2004) que obtém o posicionamento e índice estrutural para contatos e diques finos e o trabalho de Castro et al. (2020) que utiliza as derivadas horizontal e vertical do *tilt* para gerar uma máscara para guiar as janelas móveis da deconvolução de Euler, aplicando essa técnica no enxame de diques do Arco de Ponta Grossa.

A figura 2.9 ilustra o resultado da aplicação da deconvolução de Euler 2D na anomalia associada a um modelo de lâminas (modelo 2) contendo apenas uma lâmina, ou seja, similar ao modelo 1 porém 2D, com azimute  $90^\circ$  e perfil S-N. Foi utilizado o índice estrutural  $\eta = 1$ , valor adequado para diques, assim como uma janela de 500 m de largura e  $C_0 = 20$ . As soluções obtidas (113 estimativas) formaram um agrupamento bastante preciso em torno do valor verdadeiro, uma vez que se trata de um modelo simples e sem ruído. Entretanto, as estimativas de profundidade em geral formam uma nuvem de soluções que demandam abordagens especiais para selecionar as soluções mais adequadas.



*Figura 2.9:* Deconvolução de Euler 2D aplicada à anomalia associada ao modelo 2 utilizando índice estrutural 1. a) Perfil de TFA associado ao modelo 2 composto por 1 lâmina com produto entre magnetização e espessura de 100 A, posição ao longo do perfil em 5 km, profundidade do topo em 500 m, inclinação da magnetização de  $-30^\circ$ , azimute da fonte  $90^\circ$  (perfil S-N), com inclinação e declinação do campo magnético respectivamente de  $-30^\circ$  e  $0^\circ$  e altitude de voo de 100 m. b) Soluções de Euler para janela de 500 m de largura,  $\eta = 1$  e  $C_0 = 20$  (circunferências pretas), totalizando 113 soluções, valor verdadeiro (círculo vermelho).

Um exemplo dessas tentativas é mostrado na figura 2.10, cujo resultado foi obtido rodando o algoritmo fornecido por Melo e Barbosa (2020) com a anomalia associada ao modelo 1. Essa abordagem calcula o desvio padrão das derivadas verticais da TFA e seleciona as janelas de dados com os maiores desvios padrão para obter estimativas mais confiáveis. Para cada janela esse critério pode ser escrito como

$$C_0 = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n [(\partial T_f(x, y, z)/\partial z) - \mu]^2}{n - 1}}, \quad (2.50)$$

sendo que  $\mu$  representa a média das derivadas verticais de TFA para a janela analisada.

Conforme visto na figura 2.10, a maior parte das estimativas obtidas com essa metodologia apresenta erro  $\leq 5\%$  para o modelo 1, cuja situação ilustrativa não inclui ruído ou fontes interferentes.

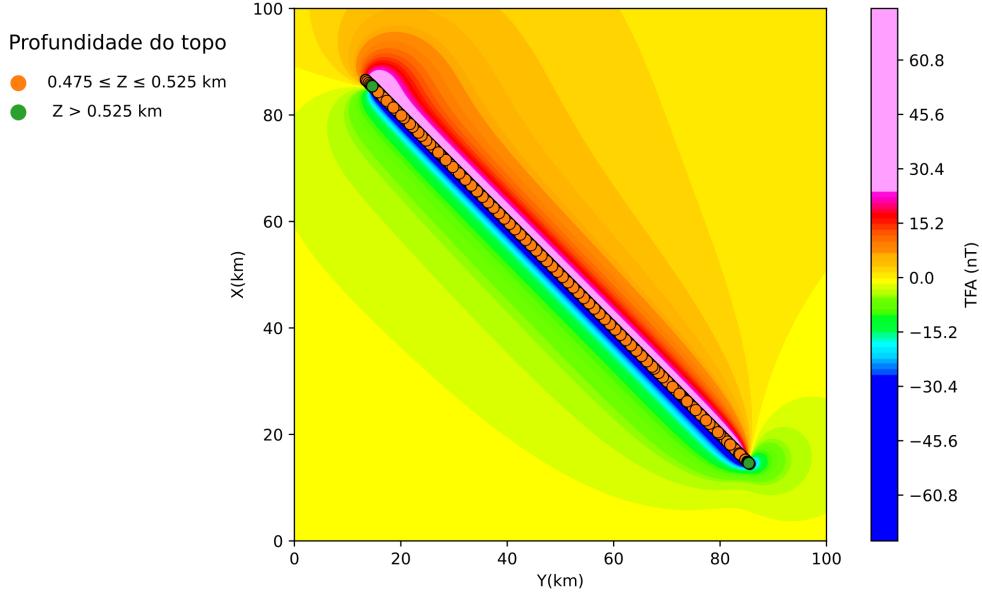


Figura 2.10: Deconvolução de Euler 3D aplicada à anomalia associada ao modelo 1 utilizando índice estrutural 1. Estimativas com erro de até 5% (círculos laranjas), estimativas que superestimam a profundidade em mais de 5% (círculos verdes)

### 2.3.2 Razão entre amplitudes ( $R_{AS}$ )

A técnica baseada na razão de amplitudes será particularmente abordada neste trabalho por sua especialização no estudo de lineamentos magnéticos utilizando o modelo de lâmina que será explorado em profundidade no Capítulo 3. A profundidade do topo de uma fonte 2D pode ser avaliada usando o modelo de lâminas tal qual implementado por Cooper (2015). Esse método define a função  $R_{AS}(t, z)$  para medidas ao longo de um perfil, como a razão das derivadas primeira pela segunda da ASA, na terminologia aqui usada  $R$  significando razão e o subscrito *as* relativo a ASA. Tal como utilizado por Cooper (2015), a ASA de primeira ordem é dada por

$$|\nabla T_f(t, z)| = \sqrt{\left[ \frac{\partial T_f(t, z)}{\partial t} \right]^2 + \left[ \frac{\partial T_f(t, z)}{\partial z} \right]^2}, \quad (2.51)$$

a função  $R_{AS}(t, z)$  sendo definida por

$$R_{AS}(t, z) = \frac{|\mathbf{T}(t, z)|}{|\nabla T_f(t, z)|}. \quad (2.52)$$

Para um modelo de lâmina vertical (representação para um dique muito fino em relação à altitude de medida), a expressão para a  $R_{AS}(t, z)$  assume

$$R_{AS}(t, z) = \sqrt{(t - t_0)^2 + z_0^2}. \quad (2.53)$$

A equação 2.53 resulta em uma hipérbole com pico em  $t = t_0$ , coincidente com a posição da lâmina ao longo de um perfil, na qual  $R_{AS}(t_0) = z_0$  fornece a profundidade do topo da lâmina.

A figura 2.11 mostra o resultado obtido por  $R_{AS}$  aplicado na anomalia associada ao modelo 2, aonde a hipérbole formada por  $R_{AS}$  se aproxima da profundidade verdadeira em seu ápice. Sendo assim, estimativas automáticas de posicionamento das fontes podem ser obtidas determinando os valores de máximos das hipérboles resultantes da análise de um perfil com  $R_{AS}$ .

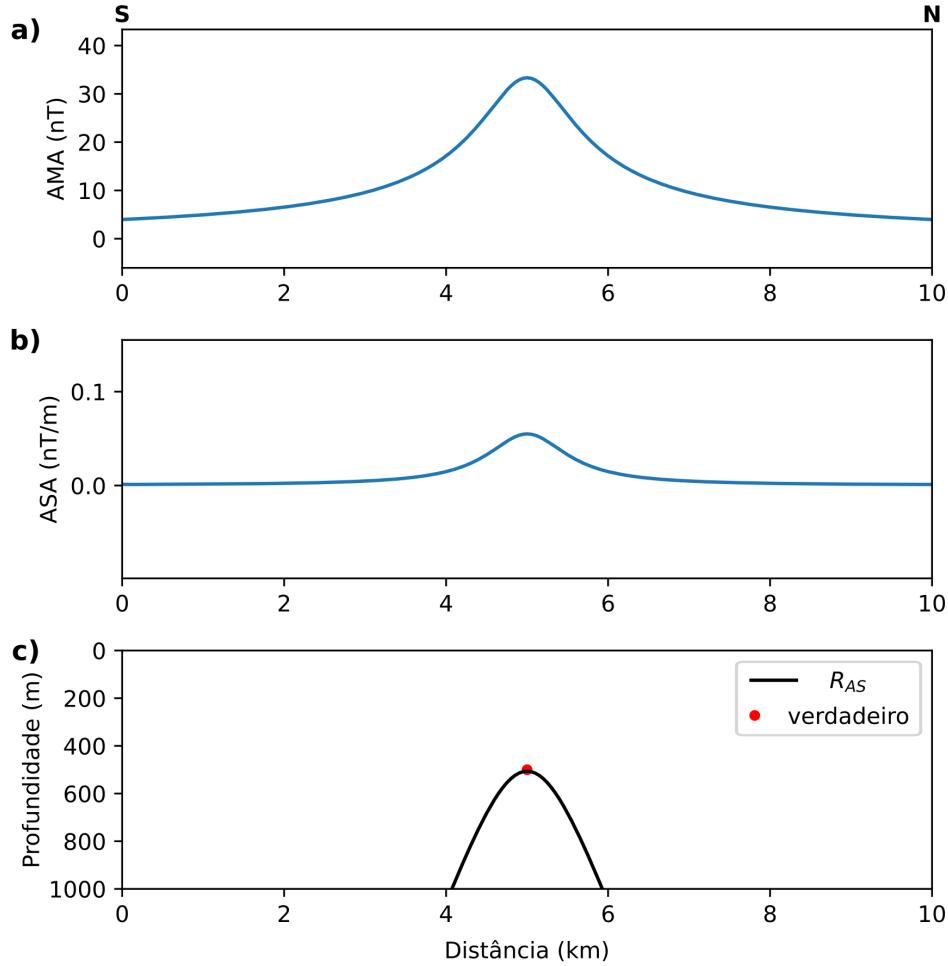


Figura 2.11: Aplicação do  $R_{AS}$  na anomalia associada ao modelo 2. a) AMA calculada para o modelo 2. b) ASA calculada para o modelo 2. c)  $R_{AS}$  (hipérbole preta), posição verdadeira (círculo vermelho)

### 2.3.3 Deconvolução de Wenner

A deconvolução de Werner foi originalmente publicada no trabalho Werner (1953) para lidar com problemas relacionados às lâminas e mais tarde, estendida para lidar com outras geometrias (Hartman et al., 1971). A partir do modelo de lâminas (explorado com mais detalhes na seção 3.1) a TFA para um perfil de dados pode ser escrita como

$$g_0 + t g_1 + h_0 T_f(t, z) + t h_1 T_f(t, z) = t^2 T_f(t, z), \quad (2.54)$$

sendo  $g_0, g_1, h_0$  e  $h_1$  coeficientes desconhecidos. Utilizando o operador de quatro pontos de Werner, considerando 4 pontos arbitrários consecutivos, a equação 2.54 pode ser escrita na forma matricial

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & T_f(t_j, z_j) & -T_f(t_j, z_j) \\ 1 & 0 & T_f(t_{j+1}, z_{j+1}) & 0 \\ 1 & 1 & T_f(t_{j+2}, z_{j+2}) & T_f(t_{j+2}, z_{j+2}) \\ 1 & 2 & T_f(t_{j+3}, z_{j+3}) & 2T_f(t_{j+3}, z_{j+3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_0 \\ g_1 \\ h_0 \\ h_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_f(t_j, z_j) \\ 0 \\ T_f(t_{j+2}, z_{j+2}) \\ 4T_f(t_{j+3}, z_{j+3}) \end{bmatrix}. \quad (2.55)$$

Esse problema pode ser resolvido de forma análoga à deconvolução de Euler, utilizando quadrados mínimos. A partir da solução desse sistema linear, a localização de uma lâmina  $(t_{0,j}, z_{0,j})$  pode ser obtida por

$$t_{0,j} = 0.5\delta h_1 + t_j \quad (2.56)$$

e

$$z_{0,j} = \delta \sqrt{-h_0 - 0.25h_1^2}, \quad (2.57)$$

sendo  $\delta$  a taxa de amostragem dos dados. Faz-se necessário uma avaliação dos resultados dessa técnica, de forma a se descartar soluções com  $z_0 < 0$ . Os coeficientes  $g_0$  e  $g_1$  são utilizados para inferir valores para a susceptibilidade magnética e mergulho da fonte.

A deconvolução de Werner é aparentemente menos utilizada do que a deconvolução de Euler, a maioria dos trabalhos procurando aperfeiçoar a metodologia, com poucas aplicações em casos reais. Entre os trabalhos que aplicam a deconvolução de Werner podem se destacar o trabalho de Ku e Sharp (1983) que desenvolve o conceito básico com operador de sete pontos e utilização da solução de Wenner como entrada na inversão não linear para dados em perfil e o trabalho de Hansen e Simmonds (1993) que reformula a metodologia utilizando o sinal analítico da anomalia magnética.

A figura 2.12 ilustra o resultado da aplicação da deconvolução de Werner, sendo que nesse caso também se utilizou a anomalia associada ao modelo 2. É possível observar que a deconvolução de Werner também gera uma nuvem de soluções em torno da solução verdadeira, entretanto com um espalhamento mais acentuado se comparado com a deconvolução de Euler. Uma vez que o modelo utilizado não apresenta ruído, não parece ser um resultado muito promissor para a aplicação considerada no escopo desta tese.

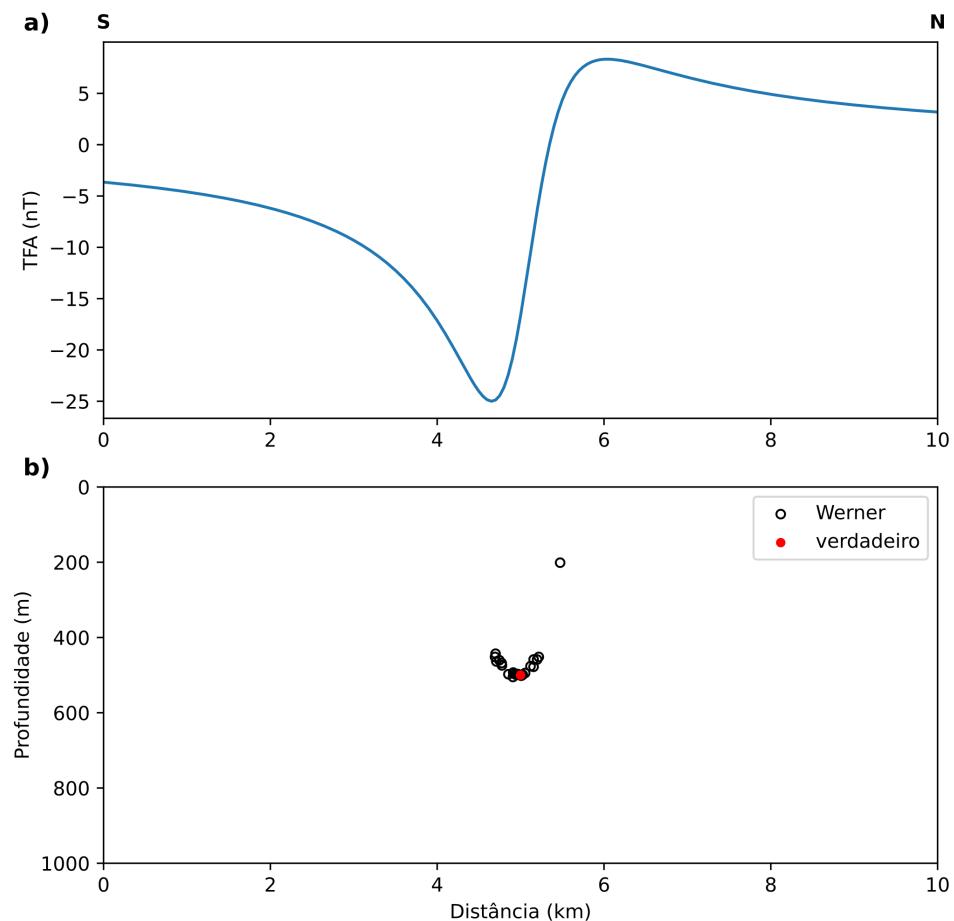


Figura 2.12: Aplicação da deconvolução de Werner na anomalia associada ao modelo 2. a) Anomalia de campo total (TFA). b) Soluções da deconvolução de Werner (círculos pretos) e modelo verdadeiro (círculo vermelho).



## Capítulo 3

---

### Diques aflorantes e subaflorantes

Diques em áreas sem cobertura basáltica, quer formando intrusões em rochas cristalinas ou bacias sedimentares, são associados a um conjunto de anomalias magnéticas com forte interferência, nem sempre com uma clara correspondência com os afloramentos observados em campo. Normalmente um número muito maior de unidades (diques) é inferido a partir da análise do campo magnético medido, indicando a existência de fontes subaflorantes em diversos níveis de profundidade. Em virtude disso, nem sempre é trivial determinar um número mínimo de diques que permita o ajuste aos dados magnéticos observados bem como determinar a localização de cada dique ao longo do perfil e respectivas estimativas de profundidade. Na maioria dos levantamentos, um perfil transversal aos lineamentos é extraído da base de dados (normalmente interpolada em uma malha regular) já que raramente as linhas de voo do levantamento cortam transversalmente o sistema de diques. Neste Capítulo apresentamos a metodologia desenvolvida para investigar perfis magnéticos transversais a enxames de diques aflorantes e subaflorantes, desenvolvendo os seguintes tópicos: i) equivalência entre diferentes modelos - lâmina, linha de corrente e modelo probabilístico- que podem ser utilizados na interpretação de anomalias geradas por diques; ii) procedimento para identificação de um número mínimo de diques ao longo de um perfil magnético transversal a um enxame de diques; iii) procedimento automático para a localização de diques e determinação da profundidade do topo; iv) atribuição de probabilidades utilizando modelos de lâmina; v) procedimento de inversão sequencial AMA-TFA utilizando como solução inicial o modelo inferido pelos modelos equivalentes. Os tópicos acima mencionados são articulados de forma a produzir um modelo geofísico para a distribuição de diques com estimativas de probabilidade para cada unidade inferida. Testes de simulação numérica são apresentados para ilustrar cada etapa do procedimento proposto, finalizando com a

aplicação em dados reais do projeto Tellus, para o estudo dos enxames de diques de St. John's Point-Lisburn e Ardglass-Ballycastle da província magmática do Atlântico Norte. Parte deste estudo foi desenvolvida durante visita à Queen's University Belfast e pesquisadores da British Geological Society, como parte do projeto Newton-Fund *Supporting Sustainable Groundwater Supply Management in Brazil*.

Parte do conteúdo deste Capítulo foi utilizado na preparação do manuscrito “*Deterministic and probability models to interpret magnetic anomalies from dike swarms*” em revisão na revista GEOPHYSICS. A versão do manuscrito aparece no Apêndice A.

### 3.1 Equivalência de modelos

#### 3.1.1 Modelo de lâmina

O modelo de lâminas é bem conhecido e tem sido utilizado para representar diques e interpretar dados magnéticos em diferentes cenários (Reford, 1964; Ku e Sharp, 1983; Thurston et al., 2002; Cooper, 2015). Apesar de sua simplicidade, a utilização desse modelo é bastante acurada considerando a disposição vertical ou subvertical de grande parte dos diques quando observados em afloramentos e a altura de voo da ordem de centenas de metros dos aerolevantamentos que diminui a sensibilidade do campo medido com a espessura de corpos finos. Somado a isso, o modelo de lâmina é menos custoso computacionalmente, se comparado com modelos de prisma 3D, sendo ideal para a aplicação em dados que recobrem grandes áreas, com anomalias geradas por múltiplas fontes.

A parametrização por lâminas considera que cada lâmina é caracterizada por quatro parâmetros: posição ao longo do perfil ( $t_0$ ), profundidade do topo ( $z_0$ ), o fator de amplitude  $a$ , composto pelo produto entre intensidade de magnetização total ( $M$ ) e a meia-espessura ( $w$ ) e por fim, a inclinação da magnetização total projetada ( $I_m$ ) no plano vertical que contém o perfil. O ângulo da magnetização projetada neste plano obedece a relação

$$\tan(I_m) = \frac{\tan(i_m)}{\cos(D - \gamma)} \quad (3.1)$$

sendo  $i_m$  a inclinação da magnetização da lâmina,  $D$  a declinação do campo local e  $\gamma$  o azimute do perfil.

A anomalia de campo total (TFA) observada para uma lâmina, considerando uma transecta (perfil perpendicular ao *strike* do dique), é denominada como  $T_f(t, z)$ . Dessa

forma, a TFA em função de seus componentes ortogonais pode ser escrita como

$$T_f(t, z) = \cos(I_t)T_t(t, z) + \sin(I_t)T_z(t, z) \quad (3.2)$$

sendo  $\tan(I_t) = \tan(I)/\cos(D - \gamma)$  e  $I$  a inclinação do campo local.

Conforme desenvolvido por Ostrowski et al. (1993), o componente horizontal  $t$  ao longo do perfil e respectivo componente vertical  $z$  para um modelo de lâmina são

$$\begin{cases} T_t(t, z) = -2Jw \frac{\cos(I_m)z_0 + \sin(I_m)(t - t_0)}{(t - t_0)^2 + (z_0)^2} \\ T_z(t, z) = 2Jw \frac{\sin(I_m)z_0 + \cos(I_m)(t - t_0)}{(t - t_0)^2 + z_0^2}, \end{cases} \quad (3.3)$$

sendo  $J = M\mu_0$ , ou seja, o produto da intensidade de magnetização pela permeabilidade no vácuo. Pelo modelo de lâmina, a TFA pode então ser calculada substituindo na equação 3.2 os componentes  $t$  e  $z$  dados pela equação 3.3. Nos programas desenvolvidos essa operação será realizada em operações distintas, explicitamente avaliando os termos na equação 3.3 para então avaliar a equação 3.2.

### 3.1.2 Modelo de linha de corrente

Para o modelo de lâmina, a AMA tal como definida pela equação 2.28, se reduz a

$$|\mathbf{T}(t, z)| = \sqrt{T_t(t, z)^2 + T_z(t, z)^2}. \quad (3.4)$$

Substituindo os componentes da anomalia magnética da equação 3.3 na equação 3.4, e reparametrizando o modelo considerando  $A_0 = 4\pi wM$ , a expressão  $|\mathbf{T}(t, z)|$  torna-se

$$|\mathbf{T}(t, z)| = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{A_0}{\sqrt{(t - t_0)^2 + z_0^2}}. \quad (3.5)$$

A definição da variável  $A_0$ , a partir da magnetização  $M = J/\mu_0$  da lâmina, fornece uma expressão para a AMA que é equivalente ao campo gerado por uma linha de corrente infinita (Halliday et al., 1984) situada em  $(t_0, z_0)$ , sendo  $A_0$  a intensidade de corrente que passa por essa linha. Essa correspondência de modelos suprime uma das variáveis do modelo, a direção de magnetização, reduzindo a três - parâmetros  $t_0$ ,  $z_0$  e  $A_0$  - o número de parâmetros desconhecidos do modelo. Essa redução no número de parâmetros desconhecidos mais à frente será utilizada para justificar a abordagem por inversão sequencial AMA-TFA, inicialmente identificando os parâmetros que caracterizam o modelo de linha

de corrente para, em seguida, baseando-se na equivalência com o modelo de lâmina, utilizar tais parâmetros para determinar a direção de magnetização que foi suprimida na expressão da AMA.

### 3.1.3 Modelo de probabilidade

Além da representação determinística na forma de uma linha de corrente, a AMA para uma lâmina também pode ser associada a uma função de densidade de probabilidade (PDF) de Cauchy (Feller, 1991). Para tanto, vamos definir um fator de normalização,  $N(A_0, z_0)$ , tal qual

$$N(A_0, z_0) = \int_{-\infty}^{\infty} |\mathbf{T}(t, z)|^2 dt, \quad (3.6)$$

que, resolvendo a integral para  $|\mathbf{T}(t, z)|$  tal como na equação 3.5, fornece

$$N(A_0, z_0) = \frac{(A_0\mu_0)^2}{4\pi} \frac{1}{z_0}. \quad (3.7)$$

Normalizando a AMA para a lâmina tal como obtida na equação 3.5 pelo fator na equação 3.7 obtemos

$$C(t, t_0, z_0) \equiv \frac{|\mathbf{T}(t, z)|^2}{N(A_0, z_0)}, \quad (3.8)$$

que fornece uma PDF de Cauchy

$$C(t, t_0, z_0) = \frac{1}{\pi} \frac{z_0}{(t - t_0)^2 + z_0^2}. \quad (3.9)$$

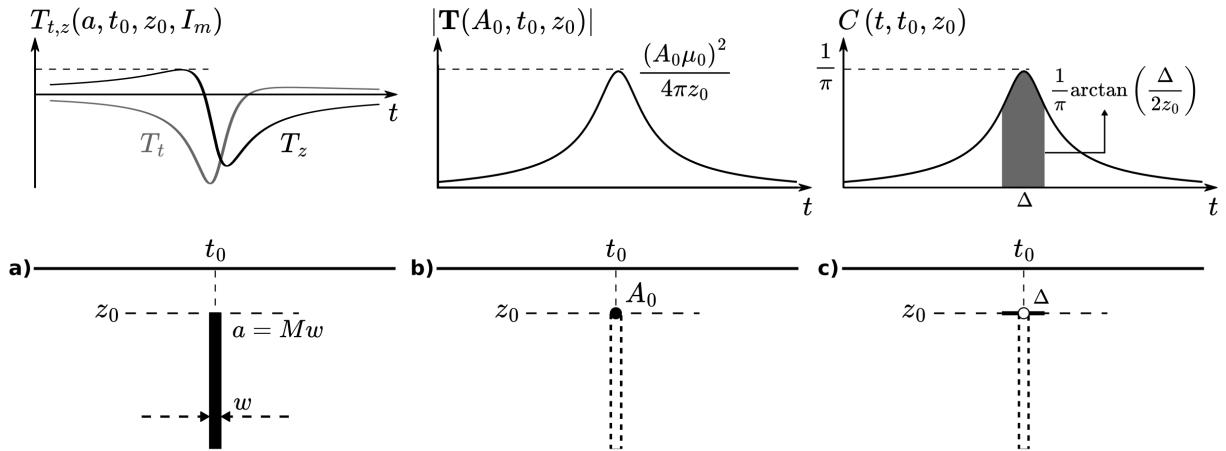
A PDF na equação 3.9 pode ser entendida como expressando a probabilidade associada a uma linha de corrente situada na posição  $(t_0, z_0)$ , a partir da qual uma probabilidade para um intervalo genérico  $|t - t_0| \leq \Delta/2$  pode ser avaliada. A probabilidade para o intervalo  $t_0 \pm \Delta/2$  é obtida integrando a equação 3.9 no intervalo em questão resultando em

$$P\left(t_0 \pm \frac{\Delta}{2}\right) = \frac{2}{\pi} \tan^{-1}\left(\frac{\Delta}{2z_0}\right). \quad (3.10)$$

Para uma linha de corrente na profundidade  $z_0$ , por exemplo, a probabilidade para um intervalo  $t_0 \pm \Delta/2$ , considerando  $\Delta = 2z_0$ , é igual a 0.5 (50%). Essa probabilidade cai a  $\sim 0.3$  para  $\Delta = z_0$ . Um dique aflorante,  $z_0 = 0$ , é associado a uma probabilidade igual a 1 (100%), o que pode ser considerado como um teste de consistência para a formulação proposta. Para modelos com múltiplas lâminas, a estimativa de probabilidade utilizando a equação

3.10 implicitamente assume que a distribuição de linhas de corrente resulta de eventos independentes (não-correlacionados). Como a distribuição de Cauchy tem esperança e variância indefinidas (Feller, 1991) o critério de aceitação para uma lâmina mais provável deve se basear na probabilidade associada, tal como avaliada pela equação 3.10, o que, entretanto, exige que um intervalo  $\Delta$  seja previamente estabelecido.

A figura 3.1 ilustra graficamente os diferentes aspectos e parâmetros associados à correspondência entre os modelos considerados, mostrando a corrente equivalente tal como na equação 3.4 e uma representação gráfica da probabilidade associada a uma linha de corrente tal como obtida na equação 3.10.



*Figura 3.1: Probabilidade de existência de um prisma em um intervalo  $\Delta$ . a) Representação das componentes  $t$  e  $z$  do campo para um modelo de prismas verticais. b) AMA para uma linha de corrente. c) Probabilidade associada à posição  $x_0, z_0$ .*

## 3.2 Modelos equivalentes: solução automática e inversão

### 3.2.1 Número mínimo de diques

Tal como comentado já na abertura deste Capítulo, um problema de primeira ordem no estudo de enxame de diques a partir de dados aeromagnéticos consiste em determinar um número mínimo de lâminas que seria necessário para garantir o ajuste aos dados. Baseado nas propriedade da AMA para uma lâmina, a abordagem que desenvolvemos a seguir considera que intervalos  $\Delta$  para posicionar uma distribuição de diques ao longo de um perfil, podem ser objetivamente determinados se valendo da propriedade de concavidade para cima da derivada segunda horizontal da AMA, possuir o mínimo em  $t_0$ . Essa propriedade faz com que sua derivada segunda (em relação à variável  $t$  da posição) defina intervalos nos quais a derivada segunda assume valores negativos, os pontos de mínimos locais da derivada segunda assinalando os pontos de máximo no perfil da AMA. Para anomalias interferentes, os mínimos da derivada segunda assinalam inflexões nos flancos de anomalias com maior amplitude. Com base na equação 3.5, a derivada segunda

$$\frac{d^2 |\mathbf{T}(t, z)|}{dt^2} \equiv |\mathbf{T}(t, z)|'' \quad (3.11)$$

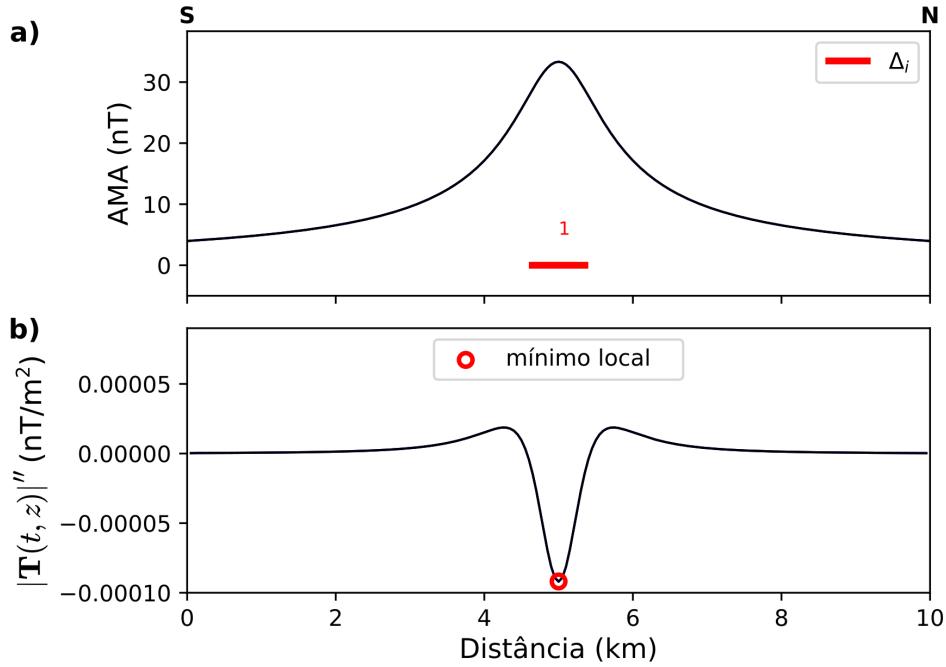
para a AMA do modelo de lâmina é dada por

$$|\mathbf{T}(t, z)|'' = \frac{\mu_0 A_0}{2\pi} \frac{2(t - t_0)^2 - z_0^2}{[(t - t_0)^2 + z_0^2]^{5/2}}. \quad (3.12)$$

O intervalo  $|t - t_0| < z_0/\sqrt{2}$ , no qual a derivada segunda é negativa, assinala o intervalo em que a AMA possui concavidade para cima. Visando o cálculo da probabilidade associada ao modelo de linha de corrente, o intervalo  $\Delta$  pode então ser objetivamente estabelecido como  $\pm z_0/\sqrt{2}$  no qual a AMA tem derivada segunda negativa. Para modelos com múltiplas lâminas, os intervalos podem ser definidos simplesmente selecionando os trechos em que a derivada segunda é negativa, não necessariamente avaliando a profundidade  $z_0$  para, em seguida, obter o intervalo  $\pm z_0/\sqrt{2}$ .

A figura 3.2 ilustra o procedimento de se determinar o intervalo  $\Delta$  tendo como critério a determinação do intervalo ao longo do perfil no qual a derivada segunda da AMA assume valores negativos. O perfil AMA foi gerado a partir de uma lâmina posicionada em  $t_0 = 5$  km e  $z_0 = 500$  m, mesmo modelo ilustrativo utilizado na deconvolução de Euler 2D,

deconvolução de Wenner e razão de amplitudes. O intervalo onde  $|\mathbf{T}(t, z)|'' < 0$  é assinalado na figura 3.2.a e o mínimo local assinalado na figura 3.2.b.



*Figura 3.2:* Definição do número mínimo de fontes para o modelo 2. a) Amplitude da anomalia magnética (AMA) (linha azul) e definição do intervalo  $\Delta$  (segmento vermelho). b) Em azul a derivada segunda de AMA,  $|\mathbf{T}(t, z)|''$ , com mínimo local (círculo vermelho) marcado.

### 3.2.1.1 Obtenção de derivadas numéricas

A obtenção de derivadas do perfil de dados de AMA pode ser realizada numericamente por diferenças finitas (Logan, 2014, p. 259). Por amplificar ruídos existentes nos dados, a obtenção de derivadas pode comprometer a localização dos mínimos locais associados aos picos de AMA ou mesmo o reconhecimento dos intervalos nos quais a derivada segunda é negativa. Para que seja bem-sucedida, a operação de derivada numérica deve ser estabilizada, normalmente introduzindo uma etapa de suavização dos dados antes do cálculo das derivadas. De forma mais rigorosa, um procedimento de estabilização com tais características foi implementado com base na teoria da regularização de Tikhonov (Cullum, 1971; Stickel, 2010), fornecendo avaliações estáveis (não oscilantes) para a derivada segunda conforme apresentado por Mendonça et al. (2023) (vide Apêndice B). A obtenção de derivadas regularizadas permite que os intervalos  $|\mathbf{T}(t, z)|'' < 0$ , sejam mais clara-

mente identificados, minimizando oscilações locais decorrentes da instabilidade numérica. Nas aplicações apresentadas nesta Tese optamos pela obtenção de derivadas numéricas da AMA, não explicitamente utilizando o procedimento utilizado por Mendonca et al. (2023), mas uma formulação aproximada que produz resultados semelhantes (testes realizados não apresentados neste trabalho). Na formulação implementada, o perfil AMA é inicialmente submetido a uma filtragem passa-baixa visando a remoção de ruídos, antes da obtenção das derivadas numéricas por diferenças finitas. A filtragem passa-baixa foi implementada por filtro Butterworth (Butterworth et al., 1930)

$$B(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\omega}{\omega_n}\right)^{2\varphi}}}, \quad (3.13)$$

sendo  $\omega$  a frequência de corte em ciclos/m,  $\omega_n$  a frequência de Nyquist em ciclos/m e  $\varphi$  a ordem do filtro. Uma análise do uso desse filtro para suavizar a  $|\mathbf{T}(t, z)|''$  é apresentada nas simulações numéricas, mais especificamente na subseção 3.3.1.1. A derivada segunda da AMA pode ser calculada por diferenças finitas centrais tal qual

$$|\mathbf{T}(t_j, z_j)|'' = \frac{|\mathbf{T}(t_{j+1}, z_{j+1})| - 2 * |\mathbf{T}(t_j, z_j)| + |\mathbf{T}(t_{j-1}, z_{j-1})|}{\delta^2}, \quad (3.14)$$

com  $j = 2 : j_f - 1$  amostras ( $j_f$  última amostra) e  $\delta$  o intervalo de amostragem.

### 3.2.2 Soluções automáticas utilizando lâminas

Para o modelo de lâminas, um procedimento automático implica em se obter os parâmetros  $t_0$ ,  $z_0$  e  $A_0$  do modelo a partir de operações algébricas aplicadas aos perfis observados (TFA e AMA) e/ou pontos característicos desses campos ou derivadas associadas. Considerando que a definição dos intervalos  $\Delta_j$  nos quais a derivada segunda da AMA é negativa indiretamente identifica um número de lâminas para o modelo, podemos utilizar os pontos de mínimos locais dessa derivada para a determinação dos parâmetros de localização  $t_0$ . A busca por mínimos locais da derivada  $|\mathbf{T}(t, z)|''$ , pode ser realizada por algoritmos tal como o *find\_peaks*<sup>1</sup>. A obtenção do mínimo local é ilustrada pela figura 3.2b mostrada anteriormente.

Determinado as posições  $\hat{t}_0$  a partir dos mínimos locais de  $|\mathbf{T}(t, z)|''$ , a estimativa de profundidade pode ser implementada a partir da definição de uma função de “profundida-

---

<sup>1</sup> pacote Scipy (Virtanen et al., 2020)

des aparentes”,  $z_a(\hat{t}_0)$ ,

$$z_a(\hat{t}_0) \equiv \sqrt{-\frac{|\mathbf{T}(\hat{t}_0, z)|}{|\mathbf{T}(\hat{t}_0, z)|''}} \quad (3.15)$$

definida nos intervalos em que  $|\mathbf{T}(t, z)|'' < 0$ . O subscrito “ $a$ ” em  $z_a(t, z)$  significa que a função fornece estimativas de profundidade “aparente” nos intervalos onde  $|\mathbf{T}(t, z)|'' < 0$  mas, como veremos a seguir, a profundidade verdadeira correspondente ao modelo de lâmina. Introduzindo as equações 3.5 e 3.12 em 3.15 obtemos a função de profundidade aparente para o modelo de lâminas segundo

$$z_a(t, z) = \frac{(t - t_0)^2 + z_0^2}{\sqrt{z_0^2 - 2(t - t_0)}}. \quad (3.16)$$

Assumindo os valores  $\hat{t}_0$  previamente determinados, podemos estimar a profundidade,  $\hat{z}_0$ , calculando  $z_a(\hat{t}_0, z) = \hat{z}_0$ .

Utilizando as estimativas  $\hat{t}_0$  e  $\hat{z}_0$ , podemos calcular a intensidade de corrente  $\hat{A}_0$ , correspondente ao modelo de linha de corrente a partir da equação 3.12 como

$$\hat{A}_0 = -\frac{2\pi}{\mu_0} \hat{z}_0^3 |\mathbf{T}(\hat{t}_0, z)|''. \quad (3.17)$$

A utilização da equivalência da AMA para os modelos de lâmina e linha de corrente fornece assim, estimativas automáticas para os parâmetros  $\hat{t}_0$ ,  $\hat{z}_0$  e  $\hat{A}_0$  valendo-se para tanto de pontos característicos identificados na derivada segunda da AMA e valores dos campos AMA e TFA nesses pontos. Tal como veremos na seção seguinte, esses valores serão utilizados como solução inicial na inversão sequencial dos perfis de AMA e TFA, a direção de magnetização das lâminas ficando como variável de largo espectro de variação (0 a 360°) quando do ajuste aos dados do perfil TFA.

### 3.2.3 Inversão sequencial AMA-TFA

Conforme definido na subseção 3.1.1, uma lâmina é composta pelos parâmetros  $t_0$ ,  $z_0$ ,  $A_0$  e  $I_m$ . Considerando  $T_f(t, z)$ , para o caso de dados aeromagnéticos  $z = z_v$  sendo  $z_v$  a altitude de voo assumida como constante e atribuída com valor negativo para que  $z_0$  esteja referenciado em relação à superfície. A figura 3.3 mostra como os quatro parâmetros que caracterizam uma lâmina do modelo, e que serão considerados como desconhecidos na interpretação da anomalia magnética, são organizados em  $n$  vetores  $\mathbf{q}$ , e todo o modelo é armazenado em um vetor  $\mathbf{p}$  N-dimensional ( $N = 4n$ ).

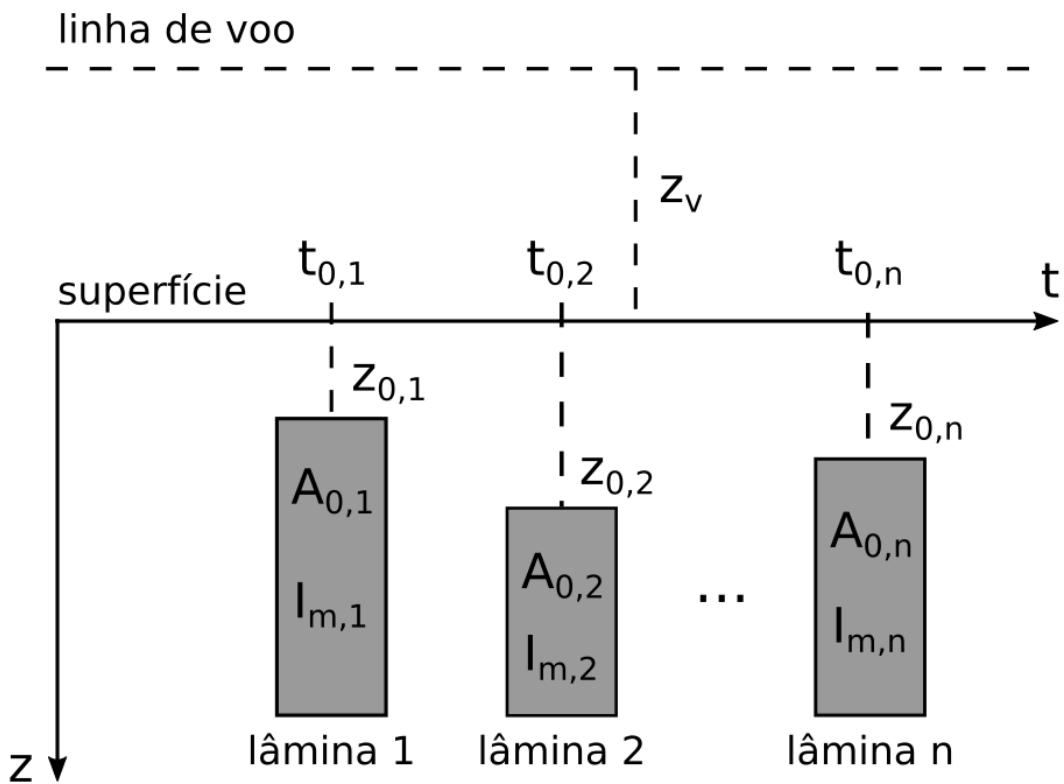


Figura 3.3: Modelo de lâminas verticais como aproximação para diques. Cada lâmina possui quatro parâmetros armazenados e n vetores  $\mathbf{q}$ . O modelo completo é armazenado em um vetor N-dimensional ( $N = 4n$ )  $\mathbf{p}$ . Cada lâmina possui os parâmetros para posição ao longo de um perfil  $t_0$  (m), a profundidade do topo do dique  $z_0$  (m), a inclinação da magnetização total  $I_m$  (graus) e o fator de amplitude  $A_0$  (A), sendo  $z_v$  a altura de voo (m).

A inversão com múltiplos diques é uma abordagem utilizada em Cavalcante (2019); Cavalcante et al. (2020), cujo trabalho atual reformula o problema inverso considerando a seção 3.1 e subseções 3.2.1 e 3.2.2. Essa abordagem usa o tradicional modelo de lâminas, porém de forma inédita, conseguindo ajustar dados magnéticos com múltiplas lâminas ao empregar uma inversão por etapas Tuma (2006); Liu et al. (2015). Nesse caso, a inversão por etapas assume formato de inversão em sequencial inicialmente ajustando o perfil AMA e em sequência ajustando o perfil TFA. Essa lógica permite explorar o fato da AMA ser invariante com a direção de magnetização, permitindo desconsiderar essa variável, reduzindo o número de variáveis a serem consideradas na etapa de inversão da AMA.

No estágio de inversão da AMA são determinadas a posição do topo das fontes e seu fator de amplitude (intensidade de corrente no modelo de linha equivalente). Para tanto,

a solução automática obtida segundo a subseção 3.2.2 e os intervalos obtidos segundo a subseção 3.2.1 são utilizados para determinar os limites inferiores e superiores de busca dos  $n$  parâmetros ( $t_{0,n}$ ,  $z_{0,n}$ ,  $A_{0,n}$ ). Sendo assim, os 3 limites de busca são respectivamente configurados como

$$\begin{cases} t_0 \rightarrow \Delta_n \quad | \quad |\mathbf{T}(t, z)|'' < 0 \\ z_0 \rightarrow 0.5\hat{z}_{0,n} \leq z_{0,n} \leq 1.5\hat{z}_{0,n} \\ A_0 \rightarrow 0.5\hat{A}_{0,n} \leq A_{0,n} \leq 1.5\hat{A}_{0,n}. \end{cases} \quad (3.18)$$

Para ser possível avaliar a não-unicidade das soluções, a solução inicial que alimenta a rotina de inversão da AMA é sorteada de forma aleatória dentro dos intervalos definidos por 3.18.

Na etapa da inversão da AMA, se determina um conjunto de parâmetros  $\hat{\mathbf{p}}$  que descreve o modelo composto por lâminas, minimizando a norma euclidiana dos resíduos entre os dados medidos e os calculados a partir do modelo. O funcional dos resíduos na etapa da minimização da AMA é dado por

$$Q(\mathbf{p}) = \sum_{t=t_i}^{t_f} \| |\mathbf{T}^o(t, z)| - |\mathbf{T}^c(t, z, \mathbf{p})| \|^2, \quad (3.19)$$

sendo  $|\mathbf{T}^o(t, z)|$  a AMA observada,  $|\mathbf{T}^c(t, z, \mathbf{p})|$  a AMA calculada a partir dos parâmetros  $\mathbf{p}$  que descrevem um modelo em particular e  $t_i$  e  $t_f$  as posições inicial e final do perfil. Ao minimizar esse funcional determina-se modelo ( $\hat{\mathbf{p}}$ ), que no esquema de inversão sequencial, é utilizado como solução inicial para a minimização da TFA e utilizado para construir os limites para a segunda etapa da inversão.

Na etapa de inversão da TFA é incorporada a inclinação da magnetização, permitindo que ela varie livremente. A inversão da TFA é utilizada para refinar as estimativas de localização e do fator de amplitude, mas principalmente para determinar a direção de magnetização para a sequência de lâminas que compõem o modelo. Dessa forma, os demais parâmetros ficam restritos à solução obtida na etapa de inversão da AMA acrescida de uma pequena perturbação aleatória de 0,001% dos valores de  $\hat{\mathbf{p}}$ , impedindo um completo desajuste da AMA

$$\begin{cases} 0,999\hat{\mathbf{p}} < t_{0,j}, z_{0,j}, A_{0,j} < 1,001\hat{\mathbf{p}} \\ I_m \rightarrow -180 \leq I_{m,j} \leq 180. \end{cases} \quad (3.20)$$

O funcional dos resíduos para esta etapa é dado por

$$U(\hat{\mathbf{p}}) = \sum_{t=t_i}^{t_f} \| T_f^o(t, z) - T_f^c(t, z, \hat{\mathbf{p}} + \Delta\mathbf{p}) \|^2 \quad (3.21)$$

sendo  $T_f^o(t, z)$  a TFA observada e  $T_f^c(t, z, \hat{\mathbf{p}} + \Delta\mathbf{p})$  a TFA calculada para o modelo inicial  $\hat{\mathbf{p}} + \Delta\mathbf{p}$  o termo  $\Delta\mathbf{p}$  representando uma perturbação dos valores dos parâmetros, aplicada à solução obtida na etapa anterior. A minimização do funcional 3.21 determina o modelo  $\tilde{\mathbf{p}}$ , que é aceita como solução da inversão sequencial AMA-TFA por simultaneamente ajustar os dois perfis de dados, meta não alcançada tanto pela solução automática obtido com o modelo de linhas equivalentes ou pelo modelo que ajusta apenas o perfil AMA na primeira etapa da inversão sequencial. Sendo assim, a implementação das rotinas propostas nas subseções 3.2.1 e 3.2.2, tornam a rotina de Cavalcante (2019) menos dependente da interação humana para escolha de intervalos aceitáveis para os parâmetros do modelo de lâminas.

As minimizações do funcional 3.19 sujeito às inequações 3.18 e do funcional 3.21 sujeito às inequações 3.20, podem ser realizadas por diferentes métodos capazes de lidar com problemas não-lineares. Em nossas pesquisas avaliamos tanto o método da evolução diferencial (Storn e Price, 1997), quanto o método quase-Newton de memória limitada (Byrd et al., 1995). O método da evolução diferencial é uma abordagem heurística que busca obter o mínimo global da função objetivo, função responsável por minimizar os funcionais 3.19 e 3.21 em nosso caso. Ele faz uso de uma população de vetores contendo parâmetros do problema que são definidos aleatoriamente dentro dos limites fornecidos, configurando uma geração populacional inicial. Durante sua execução, novas gerações são criadas a partir de processos de mutação e *crossovers* (simulando uma variabilidade genética). Cada geração é avaliada, de forma que muitas avaliações da função objetivo são realizadas para se obter uma solução, o que resulta em grande tempo computacional a se depender do número de variáveis envolvidas. O método quase-Newton de memória limitada por sua vez, utiliza projeção de gradiente para mapear a função objetivo e fornecer seu mínimo, que a depender da forma da função objetivo pode ser um mínimo local, não representando a solução ótima do problema. O termo memória limitada diz respeito a aproximações feitas para a matriz Hessiana da função objetivo utilizada nos cálculos, reduzindo o esforço computacional. Ambos os métodos estão bem implementados em bibliotecas da linguagem Python de programação e uma vez que possuímos uma forma de obter uma solução au-

tomática segundo a subseção 3.2.2 utilizada para definir os vínculos do problema segundo as inequações 3.18 e 3.20, optamos por utilizar o método quase-Newton segundo a rotina presente na biblioteca *SciPy*<sup>2</sup>.

### 3.3 Simulação numérica: enxame de diques (sem cobertura basáltica)

O objetivo de uma simulação numérica é avaliar a potencialidade e as limitações da metodologia proposta. Tendo isso em mente, as simulações numéricas ilustram as etapas da inversão sequencial AMA-TFA, analisar a sensibilidade ao ruído da metodologia proposta e simular uma aplicação em condições próximas às observadas em um enxame de diques. Para tanto, as simulações numéricas apresentam uma disposição crescente de complexidade.

#### 3.3.1 Caso 1: Modelo com dois diques

Esta simulação com dados sintéticos, visa ilustrar os procedimentos básicos da abordagem proposta e explorar as capacidades e limitações da inversão sequencial AMA-TFA. Para tanto é utilizado um modelo com dois diques separados, resultando uma baixa interferência entre as anomalias geradas, com testes repetidos para diferentes níveis de ruído para avaliar a estabilidade da determinação da derivada segunda horizontal da AMA e determinação dos intervalos  $\Delta_j$  necessários para avaliar as probabilidades dos modelos. O modelo de dois diques é composto pela posição de lâminas com posições  $(t_0, z_0)$  em  $(2500, 50)$  e  $(7500, 150)$ , considerando um perfil de 10 km de extensão, as duas lâminas equivalentes a linhas de corrente com intensidade de  $A_0 = 100$  A. Para simular um modelo com duas direções de magnetização, a lâmina mais rasa apresenta direção normal de magnetização ( $+68^\circ$ ), a mais profunda um direção reversa ( $-68^\circ$ ), para tanto considerando um campo magnético local com inclinação de  $I=68^\circ$ . O conjunto de dados sintéticos foi gerado simulando uma altura de voo de 100 m a uma taxa de amostragem de 50 m.

##### 3.3.1.1 Análise de sensibilidade ao ruído

Para testar a sensibilidade ao ruído do método proposto, a anomalia magnética calculada a partir do modelo foi corrompida com ruído gaussiano aleatório de média zero, mas

---

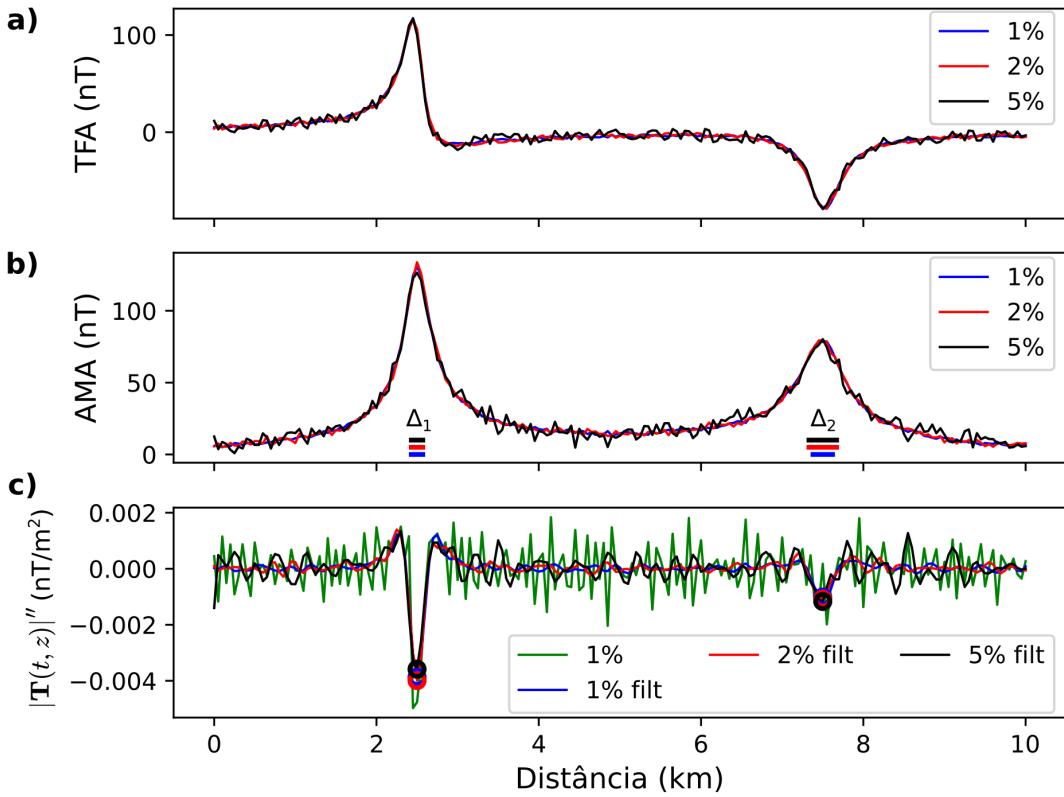
<sup>2</sup> função de minimização: `scipy.optimize.fmin_l_bfgs_b`

documentação: [https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.optimize.fmin\\_l\\_bfgs\\_b.html](https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.optimize.fmin_l_bfgs_b.html)

com três níveis de ruído diferentes, 1%, 2% e 5% com respeito a amplitude máxima dos dados. A TFA para os três níveis de ruído foi processada segundo o conjunto de equações 2.27, para se obter os componentes  $t$  e  $z$  e calcular a AMA. A derivada segunda da AMA foi obtida através do cálculo por diferenças finitas utilizando o esquema de diferenças centrais. Os dados foram filtrados com um filtro Butterworth passa-baixa (Herrmann, 1971) de ordem 2 e corte de 0.00155 ciclos/m ( $\sim 645$  m de comprimento de onda). O filtro com essas especificações foi aplicado aos três conjuntos de dados, mesmo considerando o nível crescente de ruído em que os dados sintéticos foram gerados. Baseado nas derivadas da AMA, o número de intervalos em que  $|\mathbf{T}(t, z)|'' < 0$  foi determinado como os intervalos  $\Delta_j$  correspondentes, nesse caso os intervalos  $\Delta_1$  e  $\Delta_2$  para as lâminas 1 e 2.

As derivadas de segunda ordem da AMA para os diferentes níveis de ruído são mostradas na figura 3.4. A derivada da AMA sem suavização prévia da filtragem passa-baixa é altamente oscilatória (figura 3.4c) mesmo quando aplicada ao conjunto de dados com o nível de ruído mais baixo (1%). A derivada AMA não filtrada mostra mínimos locais espúrios não associados às fontes magnéticas reais, ao contrário do que é observado para os resultados obtidos após a filtragem passa-baixa dos dados de entrada, para todos os níveis de ruído testados. Como visto na figura 3.4c, os pontos mínimos são coincidentes em todos os casos, bem como os intervalos  $\Delta_1$  e  $\Delta_2$ , mostrando a importância da estabilização das derivadas nessa etapa do procedimento. Conforme mostra as figuras 3.4b e 3.4c, o intervalo  $\Delta_1$  para a lâmina mais rasa são os mesmos para todos os níveis de ruído nos dados, o intervalo  $\Delta_2$  para a lâmina mais profunda, apenas mantendo-se mais estreito para o conjunto de dados de entrada com menor nível de ruído. Intervalos mais estreitos para lâminas mais rasas que, com base na equação 3.10, podem levar a probabilidade mais altas. Os níveis de ruído mais elevados de 2% e 5% devem ser considerados mais como um teste de sensibilidade para o procedimento proposto uma vez que a tecnologia moderna para levantamentos aeromagnéticos dificilmente resultaria levantamentos com ruídos maiores que 1% ( $\sim 1.5$  nT) considerando a anomalia na figura 3.4b).

Os resultados apresentados na figura 3.4 mostram com clareza que a aplicação de filtragem passa-baixa antes do cálculo das derivadas por diferenças finitas é eficaz (e necessária) para identificar a posições das lâminas a partir da localização dos pontos de mínimo da derivada segunda da AMA e, mais importante, para a determinação dos intervalos  $\Delta_j$  que são necessários para avaliar as probabilidades do modelo.



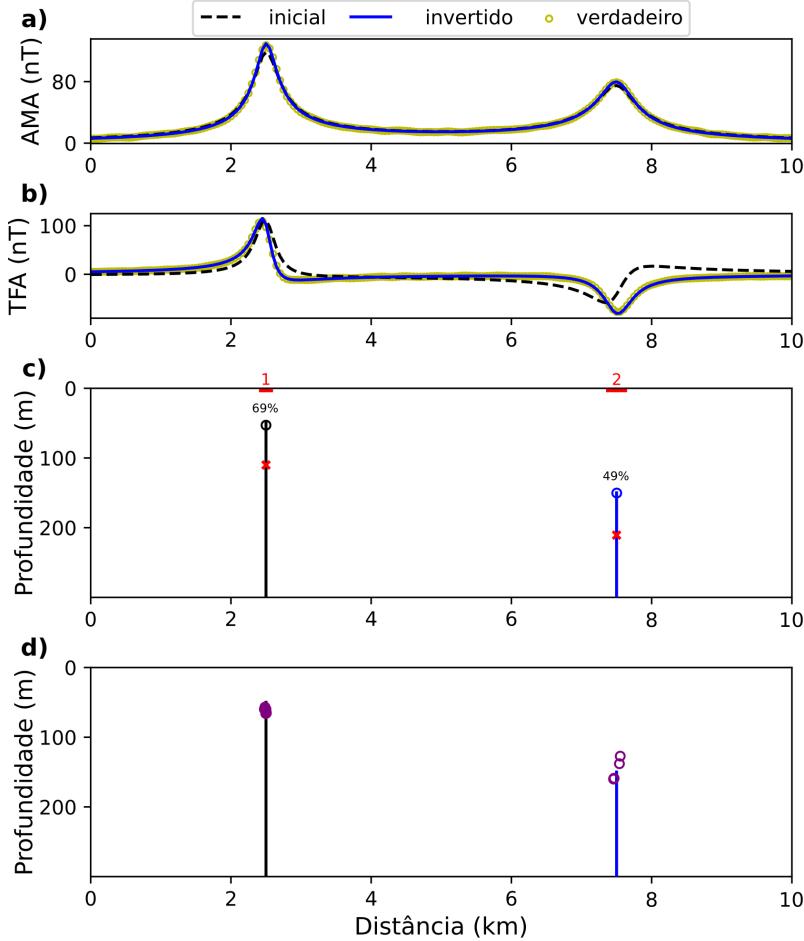
*Figura 3.4:* Teste de nível de ruído para o caso 1, modelo com duas lâminas. Níveis de ruído aleatório gaussiano de média zero de 1%, 2% e 5% com respeito à amplitude máxima da AMA. a) TFA corrompida com ruído de 1% (linha azul), com ruído de 2% (linha vermelha) e com ruído de 5% (linha preta). b) AMA correspondente às anomalias da TFA e intervalos  $\Delta$  para diferentes níveis de ruído. c) Derivada horizontal de segunda ordem da AMA para diferentes níveis de ruído após filtragem passa-baixa e para a entrada de dados não filtrados (linha verde) com nível de ruído de 1%. Mínimos locais para derivada segunda da AMA (círculos) para cada entrada de dados com ruído (mesma cor das curvas).

### 3.3.1.2 Inversão sequencial AMA-TFA e deconvolução de Euler

Os resultados da inversão sequencial AMA-TFA e deconvolução de Euler aplicadas à anomalia associada gerada pelo caso 1 (modelo com dois diques) são apresentados a seguir. Definindo o limite do ajuste de dados de tal forma que  $\sqrt{Q(\mathbf{p})} < 30$  nT, sendo que a convergência para esse modelo foi obtida em menos de 3 segundos de tempo computacional. A fim de comparar os resultados com um método bem conhecido, as estimativas correspondentes de  $(t_0, z_0)$  foram avaliadas aplicando-se a implementação clássica da deconvolução de Euler apresentada em 2.3.1, sendo que para manter um maior número de soluções (especialmente para a lâmina mais profunda), utilizou-se o parâmetro  $C_0 = 5$ , em vez do valor empírico de 20 proposto por Thompson (1982). O comprimento da janela

móvel para a deconvolução de Euler foi de 300 m, em concordância com as recomendações de (Reid et al., 2014).

A figura 3.5 mostra os resultados obtidos pela inversão AMA-TFA para dados de entrada com nível de ruído de 1%. A figura 3.5a mostra o ajuste para a AMA. Nela é possível observar que a AMA calculada pela primeira etapa da inversão sequencial AMA-TFA recupera as principais tendências e amplitudes observadas nos dados, o mesmo ocorrendo com a AMA calculada a partir da solução inicial. A figura 3.5b por sua vez, mostra o ajuste obtido para a TFA. Nesse caso, é possível observar que a TFA calculada (tracejado) a partir da solução inicial apresenta tendências similares aos dados, mas necessita de refinamento. Já a TFA obtida pela segunda etapa da inversão sequencial AMA-TFA, reproduz de forma mais eficaz as nuances observadas nos dados. A figura 3.5c mostra o comparativo entre o modelo verdadeiro, a solução automática e obtida pela inversão sequencial AMA-TFA. Nesse caso, a solução automática recupera adequadamente o posicionamento das lâminas ao longo do perfil, mas posiciona as fontes em maior profundidade do que o modelo verdadeiro. O modelo inverso por sua vez, recupera adequadamente a posição verdadeira das lâminas ( $t_0, z_0$ ). As polaridades normal e reversa também foram recuperadas corretamente, sendo que a direção de magnetização  $I_m$  apresentou erros menores que 1 grau. Para o fator de amplitude  $A_0$  os erros foram inferiores a 1 A com respeito ao valor verdadeiro de 100 A. As soluções da deconvolução de Euler são mostradas na figura 3.5d de forma que os resultados da metodologia proposta possam ser comparados com uma técnica bem conhecida. Nesse caso se observa que o espalhamento das soluções da deconvolução de Euler é mais severo para a lâmina mais profunda, sendo necessário uma análise posterior para se inferir o posicionamento dessa fonte.



*Figura 3.5:* Resultados da inversão para o caso 1, modelo com duas lâminas; dados sintéticos corrompidos com 1% da máxima amplitude da AMA. a) AMA associada ao modelo verdadeiro (círculos amarelos), AMA calculada a partir do modelo inicial (linha tracejada preta) e AMA ajustada pela inversão sequencial AMA-TFA (linha azul). b) TFA associada ao modelo verdadeiro (círculos amarelos), calculada a partir da solução inicial de testes (linha tracejada preta) e ajustada pela inversão sequencial AMA-TFA (linha azul). c) Modelo verdadeiro (linhas verticais) com magnetização normal (preta) e reversa (azul). Solução obtida com a inversão sequencial AMA-TFA com magnetização normal (círculos pretos) e reversa (círculos azuis). d) Soluções da deconvolução de Euler (círculos roxos)

Os resultados nos permitem concluir que a solução inicial obtida pelo uso do modelo de linha de corrente é eficaz em realizar um mapeamento inicial das fontes em um perfil, assim como para restringir os valores limites para as etapas da inversão sequencial AMA-TFA. Também é possível concluir que o uso da inversão sequencial AMA-TFA permitiu obter um refinamento dos resultados prévios da solução inicial, melhor posicionando as fontes e melhor ajustando os dados observados, assim como inferindo valores adequados para a polaridade da inclinação da magnetização e para o fator de amplitude. Sendo

assim, a metodologia proposta se mostrou robusta, mesmo quando lidando com altos níveis de ruídos. Em contrapartida, a deconvolução de Euler implementada se mostrou mais suscetível ao ruído, sendo necessário uma maior intervenção do usuário através do ajuste do parâmetro  $C_0$  para mapear a lâmina mais profunda e através de cálculos posteriores para obter melhores estimativas de posicionamento.

### *3.3.1.3 Análise detalhada dos resultados*

A tabela 3.1 apresenta os resultados da inversão sequencial AMA-TFA para dados com diferentes níveis de ruído, incluindo os parâmetros determinados com a formulação automática resultante do modelo de linha de corrente. Para efeito de comparação, a tabela apresenta também as estimativas de profundidade obtidas pela deconvolução de Euler. Para cada lâmina do modelo, os resultados por cada técnica são comparados, considerando os diferentes níveis de ruído nos dados de entrada. Como várias soluções de Euler podem satisfazer o critério de aceitação (veja o número de soluções de Euler para níveis de 1% e 2%), apenas o valor médio para o conjunto de posições de Euler são mostrados na tabela.

Tal como mostra a tabela 3.1 o intervalo  $\Delta_1$  igual a 200 m, fornece uma determinação precisa dos parâmetros de localização ( $t_0$ ,  $z_0$ ) para os diferentes níveis de ruído. Para a lâmina mais profunda, o intervalo  $\Delta_2$  é maior para os níveis de ruído mais altos (2% e 5%), apesar de manter estimativas acuradas para a localização da lâmina. Para todos os níveis de ruído, os erros na determinação automática foram insignificantes para o parâmetro  $t_0$ , porém maior para o parâmetro  $z_0$  para as profundidades de topo. A determinação automática da profundidade do topo aplicando a equação 3.16 para as lâminas em 50 m e 150 m foram inferidas em níveis mais profundos, 83 m a 95 m e 161 a 182 m, respectivamente, mas ainda significativas para uso como solução inicial na inversão de dados e para qualitativamente discriminar lâminas em diferentes profundidades. Esses erros na determinação de profundidade podem ser atribuídos a uma perda incipiente de amplitude decorrente da filtragem passa-baixa, que para o modelo considerado parece ser proporcionalmente mais severa para anomalia associada à lâmina mais rasa, como tal com maior conteúdo espectral nas frequências altas.

As probabilidades inferidas a partir do modelo de linha de corrente forneceram inferências não triviais (do tipo: "fontes mais prováveis em níveis mais rasos"), atribuindo probabilidades semelhantes (55% a 57% e 46% a 56%) tanto para a lâminas mais rasa

quanto para a mais profunda. Além disso, as inferências sobre a probabilidade de cada lâmina no modelo não são degradadas por níveis mais altos de ruído. Notar que as variações nas estimativas dos intervalos  $\Delta_1$  e  $\Delta_2$  são da ordem de 3x o intervalo de amostragem (50 m).

As estimativas de profundidade pela deconvolução de Euler, para as diversas condições de ruído, forneceram estimativas mais precisas que as fornecidas pelo modelo automático de linha de corrente, mas com maior incerteza sobre a localização da fonte ao longo do perfil. Como veremos para o modelo com maior número de diques, essa menor capacidade da deconvolução de Euler de posicionamento de diques adjacentes, tende a se agravar para modelos mais complexos dificultando a identificação do número de lâminas que compõe o modelo. Exceto pela estimativa do parâmetro  $z_0$  para a fonte mais profunda sob nível de ruído de 1%, a inversão sequencial AMA-TFA utilizando as soluções automáticas do modelo de linha de corrente mostrou maior precisão em determinar a posição das fontes se comparada com a deconvolução de Euler.

*Tabela 3.1* - Resultados do caso 1 para localização das lâminas finas ( $t_0$ ,  $z_0$ ) posicionadas em (2500, 50) e (7500, 150) em metros, em relação à entrada de dados com diferentes níveis de ruído de 1%, 2% e 5% da amplitude máxima da AMA. Parâmetros  $\Delta$ ,  $\hat{t}_0$ , e  $\hat{z}_0$  do modelo automático de linha de corrente; parâmetros  $t_0$ ,  $z_0$ , e  $P$  (probabilidade de Cauchy) referente à inversão de todos os dados do perfil ; parâmetros  $t_{0,E}$ ,  $z_{0,E}$  são as saídas da deconvolução de Euler (valores médios das soluções  $\eta_E$  aceitas). Erros no formato xx(yy) assumindo os valores estimados xx em metros e o erro yy com respeito ao valor verdadeiro, também em metros.

lâmina	parâmetro	1%	2%	5%
1	$\Delta$ (m)	200	200	200
	$\hat{t}_0$ (m)	2500 (0)	2500 (0)	2500 (0)
	$\hat{z}_0$ (m)	81 (31)	85 (35)	80 (30)
	$t_0$ (m)	2499 (1)	2497 (3)	2505 (5)
	$z_0$ (m)	53 (3)	53 (3)	57 (7)
	$P$ (%)	56	61	57
	$t_{0,E}$ (m)	2493 (7)	2491 (9)	2525 (25)
	$z_{0,E}$ (m)	66 (16)	63 (13)	81 (31)
	$\eta_E$	9	9	4
	$\Delta$ (m)	350	300	300
2	$\hat{t}_0$ (m)	7500 (0)	7500 (0)	7500 (0)
	$\hat{z}_0$ (m)	170 (20)	153 (3)	142 (8)
	$t_0$ (m)	7496 (4)	7503 (0)	7490 (10)
	$z_0$ (m)	155 (5)	149 (1)	146 (4)
	$P$ (%)	50	49	51
	$t_{0,E}$ (m)	7502 (2)	7528 (28)	7675 (175)
	$z_{0,E}$ (m)	150 (0)	163 (13)	132 (18)
	$\eta_E$	5	4	5

### 3.3.2 Caso 2: Modelo de enxame de diques

O objetivo desse teste de simulação com um modelo bem mais complexo que o do caso anterior é ilustrar a capacidade da inversão sequencial AMA-TFA em recuperar a distribuição de múltiplos diques tal como observados em um enxame de diques. Para tanto, foi gerado um modelo composto por 22 lâminas com parâmetros aleatoriamente definidos com respeito a dois valores de referência, de forma a simular duas gerações de diques, respectivamente com profundidades médias de 50 m e 150 m. Ambas as gerações utilizaram o valor de 100 A para o parâmetro  $A_0$  de equivalência com o modelo de linha de

corrente. As direções de magnetização foram aleatoriamente escolhidas entre configurações normal ou reversa, considerando os valores médios de  $68^\circ$  e  $-68^\circ$  respectivamente para as gerações rasa e profunda. O valor de  $68^\circ$  foi escolhido por ser o valor observado para a inclinação do campo local da aplicação em caso real na Irlanda do Norte, a ser tratado na seção 3.4. A altitude de voo simulada foi de 100 m e a taxa de amostragem simulada de 1 ponto de medida a cada 50 m. O parâmetro  $t_0$  foi definido aleatoriamente, levando em conta a extensão do perfil (30 km), evitando, porém, a sobreposição de fontes.

Para simular um nível de ruído nos dados, a TFA obtida via modelagem direta foi corrompida com ruído Gaussiano aleatório de média zero e desvio padrão de 1 nT. O procedimento de mudança de componentes apresentado na subseção 2.2.2 foi utilizado para calcular os componentes  $T_t$  e  $T_z$  necessários para a obtenção da AMA segundo a equação 3.4.

### 3.3.2.1 Aplicação da razão de amplitudes $R_{AS}$

Uma vez que esse caso se assemelha mais a um enxame de diques, a técnica do  $R_{AS}$  também é aplicada ao caso 2, tal qual desenvolvido na subseção 2.3.2, de forma a avaliar a capacidade dessa técnica em lidar com múltiplas fontes interferentes e com ruído. Além disso, buscamos avaliar a capacidade dessa técnica em fornecer uma solução inicial utilizável pela inversão sequencial AMA-TFA, uma vez que se trata de uma técnica rápida e simples de se utilizar. Para prevenir a amplificação de ruídos, foi utilizado o filtro Butterworth de ordem 2 e corte de 0.002 ciclos/m (comprimento de onda de  $\sim 500$  m) para atenuar o efeito do ruído.

A figura 3.6 mostra os resultados do  $R_{AS}$  aplicado ao caso 2. A figura 3.6a e 3.6b mostram a AMA e ASA calculadas a partir dos dados filtrados. A figura 3.6c mostra que cerca de 13 das 22 lâminas são demarcadas de forma relativamente precisa pelas hipérboles, entretanto, com alguns problemas. O primeiro deles é que a interferência das anomalias dificulta a delimitação das fontes, conforme observado para as fontes de número 5, 21 e 22 do modelo. Nesses casos o ápice das hipérboles não é bem definido, não permitindo individualizar as fontes. Um segundo problema diz respeito às oscilações observadas nas bordas dos dados e também próximo das posições 10 e 20 km, causadas pela amplificação do ruído no cálculo da ASA principalmente. Essas oscilações geram hipérboles espúrias erroneamente indicando a presença de fontes. Por fim, existem casos em que se observa um

erro considerável na definição da profundidade. Isso ocorre para as fontes 2, 3, 6 e 7 por exemplo, para as quais o ápice das hipérboles se encontra muito abaixo do valor verdadeiro gerando um erro maior que 100 m.

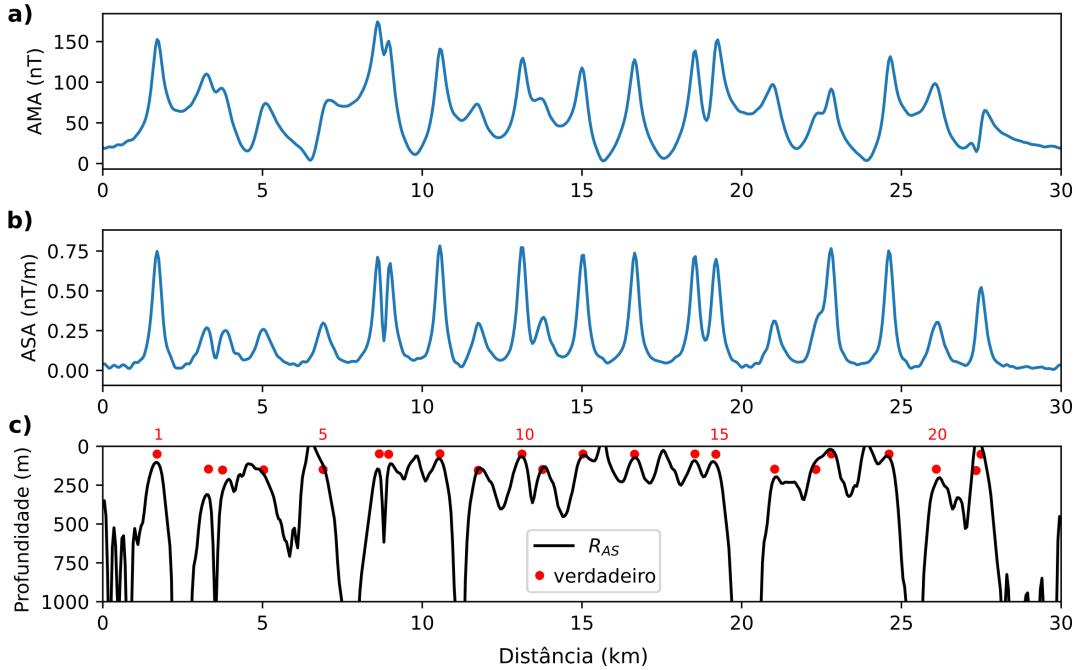


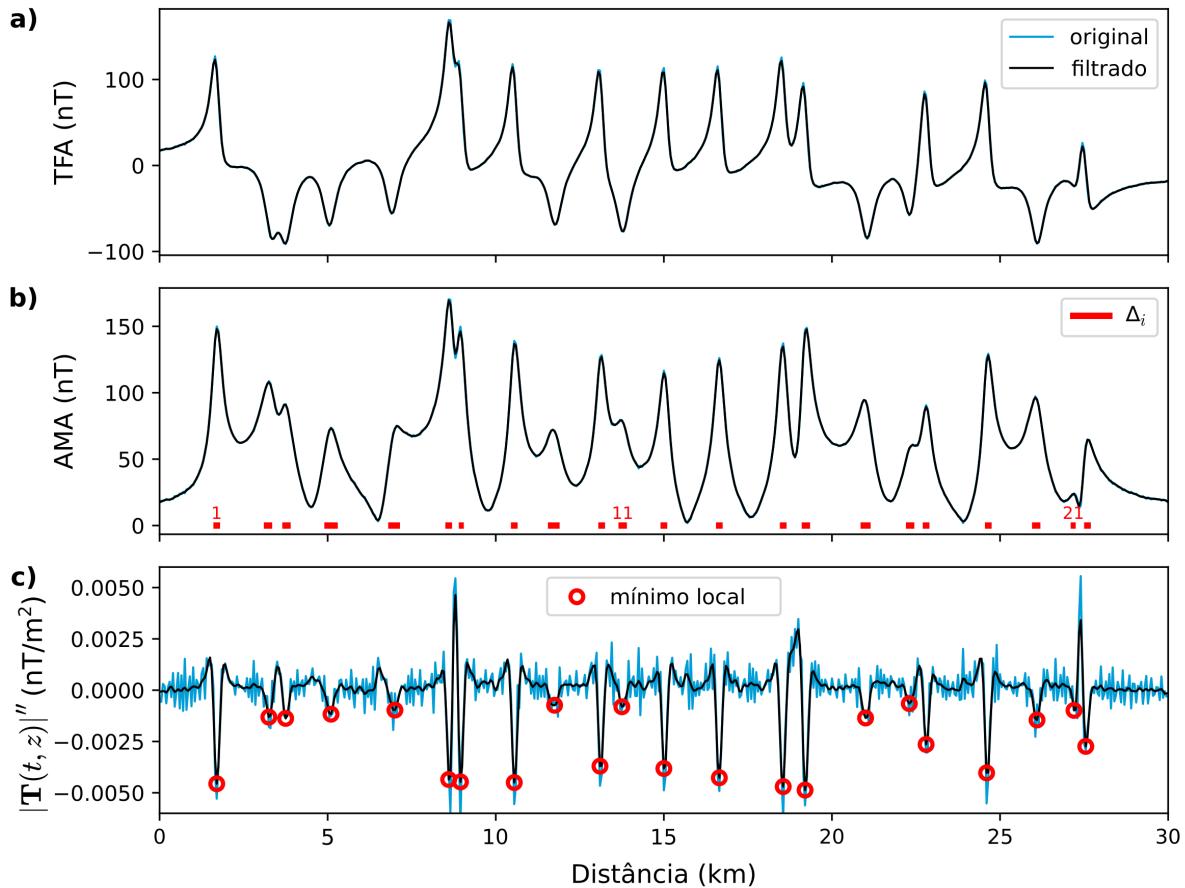
Figura 3.6: Resultados da aplicação do  $R_{AS}$  aos dados sintéticos do caso 2. a) AMA para o conjunto de dados sintéticos após filtragem com passa-baixa. b) ASA para os dados sintéticos após filtragem com passa-baixa. c) Hipérboles geradas por  $R_{AS}$  (linha preta), posição verdadeira (círculos vermelhos) e numeração das posições verdadeiras (números vermelhos).

Sendo assim, se faz necessário o uso de etapas de pós-processamento para delimitar um número mínimo de fontes com o  $R_{AS}$ , o que demandaria uma maior interferência do usuário para atingir o objetivo proposto. Por esse motivo, optamos por declinar do uso do  $R_{AS}$  na sequência dos testes e aplicações com dados reais.

### 3.3.2.2 Filtragem de dados e número mínimo de diques

Com foco na identificação do número mínimo de diques, um filtro passa-baixa foi inicialmente aplicado para atenuar o nível de ruídos nos dados, permitindo assim a aplicação dos procedimentos descritos nas seções 3.2.1 e 3.1.3. Nesse caso foi utilizado o filtro Butterworth de ordem 2 e corte de 0.002 ciclos/m (comprimento de onda de  $\sim 500$  m). A figura 3.7 mostra que foram identificados 22 intervalos  $\Delta_j$  nos quais a derivada segunda da AMA é negativa. Os intervalos identificados variam entre 150 e 400 m com a mediana em 200

m, enquanto os mínimos locais se concentram em duas faixas, uma acima e outra abaixo de  $-0,0025 \text{ nT/m}^2$ . Além disso, na figura 3.7b fica evidente a necessidade da filtragem para uma determinação eficiente do número de fontes, uma vez que essa operação reduz significativamente o número de mínimos locais que poderiam levar a soluções espúrias.



*Figura 3.7:* Procedimento automático de identificação de intervalos com derivada segunda de AMA negativa para o caso 2. a) TFA não filtrada (azul) e filtrada (preto) para dados sintéticos corrompidos com ruído Gaussiano aleatório de média zero. b) AMA não filtrada (azul) e filtrada (preto) calculada a partir de a). Intervalos com a derivada segunda de AMA negativa marcados em vermelho e numerados da esquerda para a direita. c) Derivada segunda da AMA não filtrada (azul) e filtrada (preto), com pontos de mínimo local marcados (círculos vermelhos). A alta oscilação da derivada segunda da AMA não filtrada, impede uma definição estável dos intervalos com derivada negativa ou de pontos com mínimo local.

### 3.3.2.3 Inversão sequencial AMA-TFA e deconvolução de Euler

O resultado da inversão sequencial AMA-TFA aplicada ao caso 2 foi obtido definindo-se inicialmente o limite  $\sqrt{Q(\mathbf{p})} < 25 \text{ nT}$  para o estágio de minimização da TFA. Nessa

condição, a convergência foi obtida em aproximadamente 18 minutos de tempo computacional. O mesmo algoritmo falhou em convergir após 1.5 horas (interrompido após 10000 interações) quando utilizada a rotina sem a solução inicial fornecida pela equivalência com linha de corrente, ou seja, fazendo uso de uma semente aleatória, para valores limites plausíveis para intensidade e inclinação da magnetização, espessura e profundidade. O tempo computacional aqui mencionado se refere a uma plataforma com processamento paralelo<sup>3</sup>, implementada usando uma biblioteca de multiprocessamento da linguagem Python<sup>4</sup>. Esse teste computacional ilustra a importância de se escolher soluções de teste automaticamente determinadas de acordo com as propriedades da AMA para inverter um perfil de dados por completo com menor esforço computacional.

A figura 3.8 mostra os resultados da inversão para a anomalia gerada pelo caso 2 inicialmente ajustando a AMA (figura 3.8.a) e, em seguida, a TFA (figura 3.8.b). O ajuste proporcionado pela solução automática (figura 3.8.a) recupera satisfatoriamente as principais tendências na curva dos dados, embora deixa sem ajuste alguns pontos da curva. Ainda assim, a solução automática corretamente posiciona as lâminas ao longo do perfil conforme mostra a figura 3.8.c. O ajuste satisfatório aos dados no perfil da AMA é obtido após a inversão da AMA (figura 3.8.a). Os parâmetros obtidos na inversão da AMA são utilizados como vínculos na inversão da TFA, exceto pelo parâmetro de inclinação da magnetização, que pode variar entre os valores máximos e mínimos estabelecidos. O modelo obtido com a inversão da AMA propicia um bom ajuste à curva de TFA (figura 3.8.b) e é representado na figura 3.8.c. Esse modelo, por simultaneamente ajustar as curvas de AMA e TFA é considerado como solução do problema não linear de ajuste aos dados. Conforme mostra a figura 3.8.c, a localização das lâminas é acuradamente determinada pela solução equivalente da linha de corrente, apesar de superestimar suas profundidades. Os estágios da inversão AMA-TFA refinam essas profundidades permitindo um melhor ajuste aos dados observados ao longo do perfil. Os parâmetros de profundidade obtidos na inversão sequencial (representados pelas posições das lâminas) em muitos casos coincidem com os valores verdadeiros de profundidade (círculos vermelhos na figura 3.8.c).

---

<sup>3</sup> Recursos: 1 nó do cluster Águia 4 com 20 cores e 512 GB de RAM, processador Intel(R) Xeon(R) CPU E7- 2870 @ 2.40GHz. <http://hpc.usp.br/recursos/cluster-aguia/>

<sup>4</sup> Pacote multiprocessing disponível em: <https://docs.python.org/3/library/multiprocessing.html>

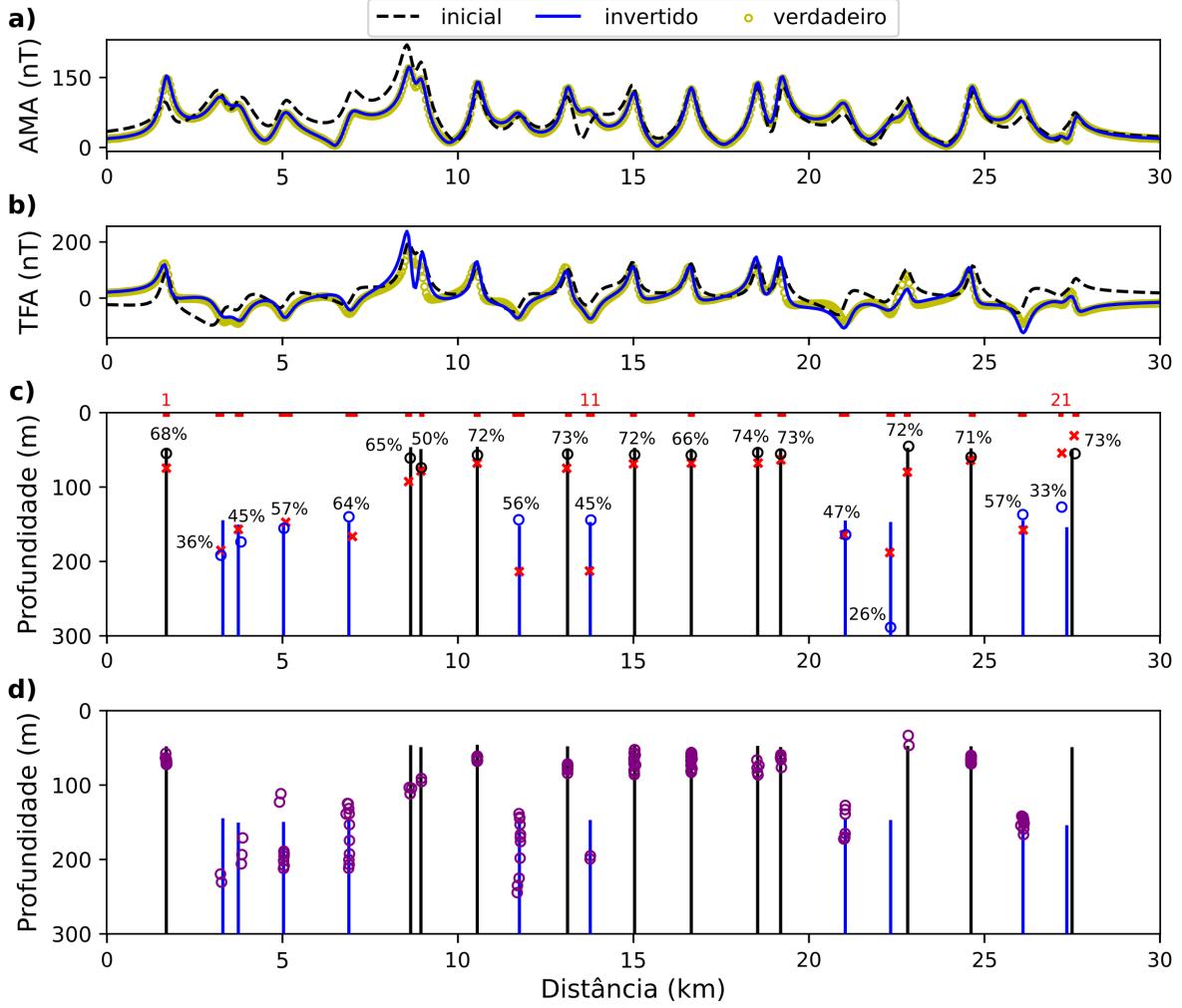


Figura 3.8: Inversão de dados sintéticos referente ao caso 2: a) AMA para o conjunto de dados sintéticos filtrados (círculos amarelos), avaliados a partir do modelo de linha de corrente (tracejado preto) e do modelo obtido pela inversão sequencial AMA-TFA (linha azul); b) TFA para os dados sintéticos filtrados (círculos amarelos), avaliados a partir da solução que se ajusta ao perfil AMA (tracejado preto) e avaliados a partir do modelo obtido pela inversão sequencial AMA-TFA (linha azul); c) Modelo verdadeiro com magnetização normal (linhas pretas) e reversa (linhas azuis), solução de testes do modelo de linha de corrente (x vermelhos) e solução obtida pela inversão sequencial AMA-TFA (círculos) atribuindo magnetização normal (preto) e reversa (azul). Os 22 intervalos em que a AMA tem a derivada segunda horizontal negativa são marcados (segmentos vermelhos). Probabilidades para o modelo obtido com a inversão sequencial AMA-TFA expressa em %. d) Soluções da deconvolução de Euler (círculos roxos) determinadas com índice estrutural 1 e janela móvel de 500 m de comprimento, totalizando 142 soluções; o modelo verdadeiro é plotado como referência.

Para comparar os resultados com um método bem estabelecido, a figura 3.8.d apresenta a solução obtida com o método da deconvolução de Euler 2.3.1, com janelas correspondentes de 500 m, índice estrutural 1 e  $C_0 = 20$ . É possível notar que as soluções do Euler apresentam considerável dispersão na profundidade, efeito já observado no caso 1

da simulação numérica. Porém, aqui esse efeito é agravado em função da complexidade do modelo, atingindo uma centena de metros para as lâminas número 5 e 9, por exemplo. Adicionalmente, nota-se que as soluções de Euler não recuperaram as lâminas 17, 21 e 22, enquanto o procedimento proposto recuperou a lâmina 22 e, ao menos, indicou a existência das outras duas. Assim como ocorrido no caso 1, no caso 2 o procedimento de inversão sequencial mostra maior acurácia em identificar a posição das fontes, além de obter estimativas para o parâmetro  $A_0$  e para direção de magnetização  $I_m$ .

### 3.3.2.4 Análise detalhada dos resultados

Para comparar as soluções obtidas com a inversão sequencial AMA-TFA para o caso 2, as soluções foram organizadas de forma ascendente na tabela 3.2 com relação às posições  $t_0$  ao longo do perfil, representando a sequência de lâminas da esquerda para a direita, tal como aparecem na figura 3.8.c. Além dos parâmetros obtidos por inversão, também são mostrados os intervalos  $\Delta_j$  e parâmetros obtidos de forma automática utilizando o modelo de linha de corrente.

Conforme mostrado na tabela 3.2, existe uma boa concordância entre os parâmetros verdadeiros e estimados, com as probabilidades assumindo valores mais altos após a inversão AMA-TFA. Isso ocorre, pois, a solução automática tende a inferir fontes mais profundas como tais associadas a uma menor probabilidade considerando um mesmo intervalo  $\Delta_j$ . Em média os intervalos  $\Delta_j$  variam entre 3 a 8 intervalos de medida (150 a 400 m). Para posições  $t_0$ , cerca de 82% das soluções possuem erros menores que 50 m. Para  $A_0$ , aproximadamente 77% das soluções possuem erro inferior a 50 A; para  $z_0$  95% dos erros são menores que 50 m. Considerando as estimativas para inclinação da magnetização  $I_m$ , 68% das estimativas possuem erro inferior a 30 graus. Vale notar que nenhuma das soluções errou a polaridade do modelo verdadeiro, parâmetro chave para identificação de diques com diferentes registros paleomagnéticos. Um erro maior na profundidade  $z_0$  é observado para a lâmina 17, próxima a uma lâmina mais rasa dificultando sua determinação. A baixa probabilidade calculada para a lâmina 17 resulta da estimativa incorreta de profundidade, uma vez que o intervalo  $\Delta_{17}$  se mantém inalterado após sua determinação com base no intervalo negativo da derivada segunda da AMA.

*Tabela 3.2 - Teste de inversão de dados sintéticos com parâmetros automáticos inferidos a partir do modelo de linha automática de corrente e após a inversão sequencial AMA-TFA para o caso 2. Probabilidades  $\hat{P}$  (modelo de teste de linha de corrente) e  $P$  (modelo obtido pela inversão sequencial AMA-TFA) avaliado com a equação 3.10 para os intervalos  $t_0^j \pm \Delta_j/2$ ,  $i = 1 : 22$  lâminas finas. Modelo verdadeiro  $A_0 = 100$  A;  $i_m = 68^\circ$  e  $i_m = -68^\circ$ ; posição  $t_0$  definida aleatoriamente e  $z_0$  e definida por distribuições gaussianas centradas em 50 e 150 m. Erros representados em parêntesis considerando a não-unicidade das soluções.*

lâmina	$\Delta$ (m)	$\hat{P}$ (%)	$\hat{A}_0$ (A)	$\hat{t}_0$ (m)	$\hat{z}_0$ (m)	$P$ (%)	$A_0$ (A)	$t_0$ (m)	$z_0$ (m)	$i_m$ (deg)
1	200	68	121	1700	75	55	97(2)	1700(1)	55(5)	61(8)
2	250	37	152	3250	185	33	97(2)	3253(56)	192(45)	-45(22)
3	250	45	116	3750	157	38	95(6)	3825(75)	174(21)	-79(10)
4	400	58	89	5100	147	56	106(5)	5049(13)	155(4)	-58(11)
5	350	65	92	7000	166	62	86(13)	6899(2)	140(10)	-51(17)
6	200	65	155	8600	93	48	256(156)	8643(14)	61(13)	40(27)
7	150	50	127	8950	78	40	220(121)	8961(13)	74(23)	116(48)
8	200	73	106	10550	68	65	123(21)	10560(6)	57(9)	85(17)
9	350	56	113	11750	214	48	89(10)	11735(19)	144(10)	-90(23)
10	200	73	99	13100	75	59	91(10)	13126(2)	56(6)	74(6)
11	250	45	124	13750	213	29	97(3)	13788(17)	144(5)	-78(10)
12	200	73	92	15000	69	63	101(2)	15034(1)	57(7)	70(2)
13	200	67	101	16650	68	58	104(3)	16648(0)	57(7)	70(2)
14	200	74	111	18550	68	66	130(30)	18541(4)	54(4)	65(5)
15	250	73	106	19200	63	66	151(53)	19193(2)	56(5)	87(18)
16	300	47	125	21000	164	49	129(29)	21045(12)	164(17)	-98(30)
17	250	26	78	22300	188	36	107(6)	22323(1)	289(139)	-83(16)
18	200	73	77	22800	80	52	45(56)	22837(28)	45(4)	60(8)
19	200	72	89	24600	64	63	110(10)	24615(2)	60(10)	67(1)
20	250	58	124	26100	158	50	142(41)	26088(5)	137(10)	-69(2)
21	150	34	18	27200	54	55	24(76)	27197(144)	127(29)	-44(25)
22	200	74	31	27550	31	78	50(48)	27575(84)	55(4)	25(43)

### 3.4 Enxames de Diques de St. John's Point-Lisburn e Ardglass-Ballycastle

A metodologia proposta nesse Capítulo foi aplicada para interpretar uma transecta de dados aeromagnéticos sobre o enxame de diques do Paleogeno da Província Magmática do Atlântico Norte em County Down na Irlanda do Norte. Esse local foi escolhido em função

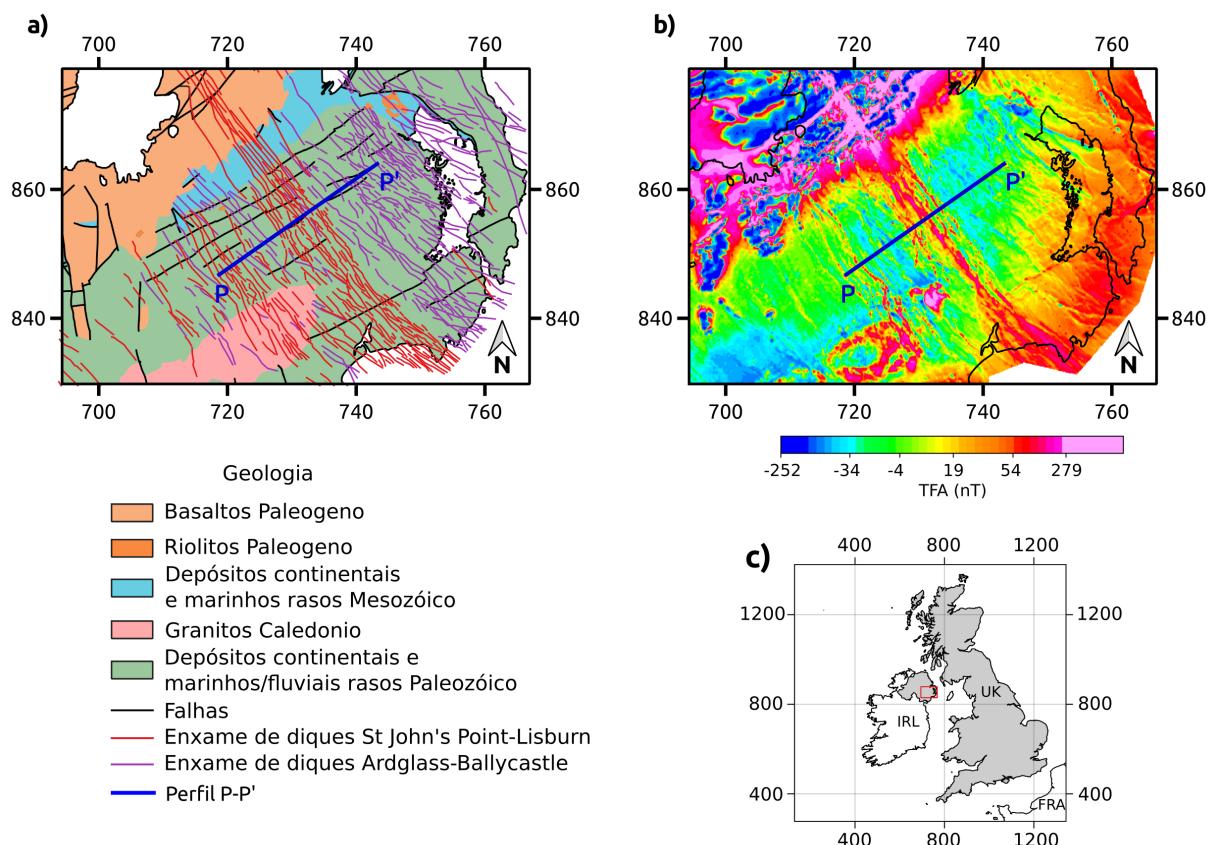
da qualidade dos dados aeromagnéticos oriundos do Projeto Tellus (Geological Survey, 2022) e estudos prévios sobre os diques da região (Anderson et al., 2018) configurando uma condição favorável para explorar as potencialidades do procedimento desenvolvido.

### 3.4.1 Base de dados e geologia local

A figura 3.9 mostra a geologia da área de estudo (figura 3.9a), a janela de dados aeromagnéticos extraída do Projeto Tellus (Geological Survey, 2022) e a posição do perfil P-P' a ser interpretado (figura 3.9b). A projeção TM65/Irish Grid EPSG: 29902 (unidades em quilômetros) foi utilizada para evitar distorções de posicionamento em virtude da alta latitude do local. Na janela considerada, a altitude média de voo por radar foi de 67 m. Considerando o espaçamento entre linhas de voo de 200 m, foi gerado uma malha com células de tamanho 50×50 m utilizando o algoritmo de interpolação da mínima curvatura (Taylor e Mason, 1971). Após o cálculo da AMA em malha regular, foi extraído o perfil P-P' com intervalo de amostragem de 50 m e interpretado de acordo com o procedimento proposto.

A geologia da Irlanda do Norte é bastante diversa (Mitchell, 2004), a área de estudo está inserida no Grupo Gala do Siluriano (GSNI, 1997; Anderson, 2004). O Grupo Gala é composto por arenitos e grauvacas de natureza turbidítica, intercalados por camadas finas de siltito e argilito. A composição siliciclástica dessas unidades sedimentares contrasta com enxames de diques basáltico-dolerítico que intrudiram o pacote sedimentar durante o Paleogeno (Cooper e Johnston, 2004). A figura 3.9a mostra a extensão e orientação do enxame de diques interpretados a partir do Projeto Tellus (Cooper et al., 2012; Anderson et al., 2016, 2018). Na parte oeste da área de estudo os lineamentos (segmentos vermelhos) referem-se aos diques do enxame St. John's Point-Lisburn que apresentam polaridade normal para a inclinação da magnetização. Principalmente na parte leste da área, os lineamentos magnéticos (segmentos roxos) fazem parte do enxame Ardglass-Ballycastle com diques compatíveis com magnetização reversa. As expressões desses enxames são vistas na forma de lineamentos magnéticos na figura 3.9b que apresenta os dados do Projeto Tellus para essa região. Os diques em sua maioria são orientados NW-SE a NNW-SSE, aproximadamente perpendicular ao mergulho das encaixantes do Grupo Gala. Observações de campo em afloramentos na área litorânea de Belfast Lough acusam uma espessura média para os diques do enxame Ardglass-Ballycastle de ~2 m, com espessura máxima de 8 m conside-

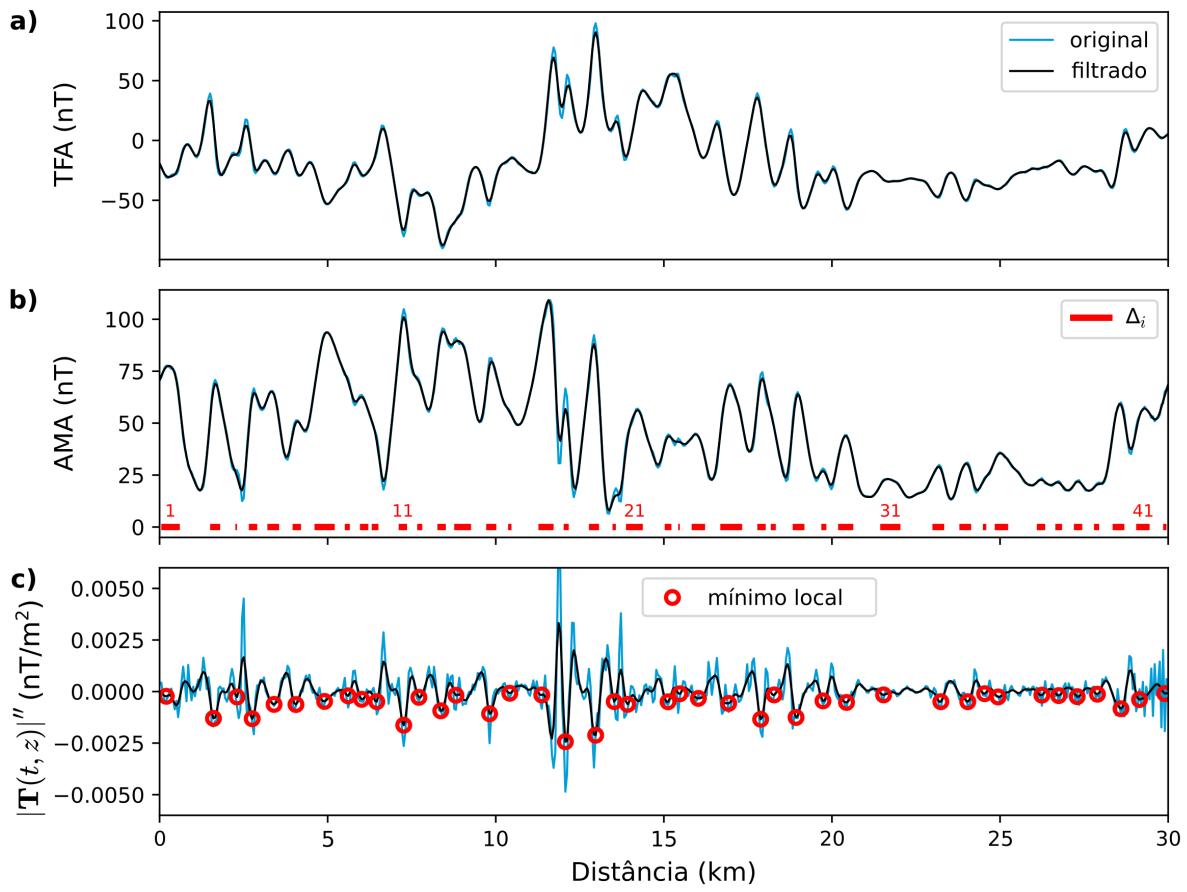
rando 79 unidades descritas. A espessura média dos diques do enxame Ardglass-Ballycastle é similar àquelas reportadas para o exame St. John's Point-Lisburn. Em afloramentos, fica evidente que a maior parte dos diques ocupam falhas pré-existentes que se comportaram como falhas transcorrentes destrais durante o Paleogeno. Como consequência, os diques variam de corpos tabulares contínuos à segmentos lenticulares, algumas falhas com múltiplos segmentos paralelos de um mesmo dique (Dickson et al., 2014).



*Figura 3.9:* Localização do estudo de caso real na Irlanda do Norte (UTM em quilômetros); a) Localização do perfil com respeito ao enxame de diques regional do Paleogeno (linhas vermelhas e roxas) juntamente com o Grupo Gala Siluriano e o Grupo de Lavas Antrim (laranja) e demais geologias presentes na área; b) Mapa de TFA interpolado com algoritmo de mínima curvatura utilizando células de tamanho 50 m e o perfil P-P' (linha azul) assinalado; c) Mapa de localização da área de estudo (polígono vermelho).

### 3.4.2 Número mínimo de diques

Conforme apresentado na figura 3.10, o perfil de AMA mostra uma grande variação de amplitudes e gradientes, indicativos de diques situados em diferentes profundidades, com intensidade de magnetização provavelmente também variável. Maiores amplitudes são observadas na porção sul (lado esquerdo) do perfil. A figura 3.10 apresenta os perfis de TFA e AMA originais e suavizados por aplicação de filtro Butterworth (ordem 2 e corte de 0.00125 ciclos/m,  $\sim 800$  m de comprimento de onda). As curvas de derivada segunda da AMA obtidas a partir dos dados originais e após a filtragem são apresentadas e respectivos pontos de mínimos locais assinalados. Notar como os pontos de mínimo fornecem uma posição acurada para os picos locais da AMA, mesmo para anomalias com amplitudes mais baixas na porção norte do perfil. Os intervalos com derivada segunda negativa são destacados, totalizando 42 intervalos identificados. Alguns intervalos são bastante estreitos, o que de acordo com a equação 3.10 pode incorrer em baixas probabilidades para as linhas de corrente assim inferidas. O intervalo marcado como 34 ilustra a situação que não sugere explicitamente a ocorrência de um dique, uma vez que está associado com uma suave inflexão que poderia ser atribuída a interferências superficiais. Intervalos muito estreitos com baixa probabilidade, possivelmente são expressões de fontes rasas (“ruído geológico”) não necessariamente expressando a ocorrência de diques. O intervalo de número 31, com uma pronunciada resposta no perfil da AMA, apresenta uma expressão sutil na derivada segunda, sem destaque na escala gráfica do perfil.



*Figura 3.10:* Procedimento automático para definir intervalos com a derivada segunda horizontal da AMA aplicado ao perfil P-P'. a) TFA não filtrada (azul) e filtrada (preto) para o dado real. b) AMA não filtrada (azul) e filtrada (preto) para o dado real. Intervalos derivada segunda horizontal da AMA negativa são marcados em vermelho e numerados da esquerda para direita. c) Derivada segunda horizontal da AMA não filtrada (azul) e filtrada (preto), com pontos de mínimo local marcados (círculos vermelhos). Dado filtrado com filtro passabanda Butterworth utilizando ordem 2 e corte de 0.00125 ciclos/m ( $\sim 800$  m de comprimento de onda).

### 3.4.3 Resultados: Inversão sequencial AMA-TFA e deconvolução de Euler

A figura 3.11 mostra os resultados do procedimento de inversão sequencial AMA-TFA para o perfil P-P', utilizando como solução inicial a solução automática com 42 lâminas-finas e intervalos  $\Delta_j$ ,  $j = 1 : 42$ , inferida com o modelo de linhas de corrente. Conforme mostra a figura 3.11c, a solução automática posiciona satisfatoriamente a distribuição das lâminas em conformidade com o modelo fornecido pela inversão de dados (figura 3.11c). Mesmo assim, o ajuste aos dados fornecido pela solução automática (figura 3.11a) não captura as principais tendências nos dados, o que se explica pelas estimativas distintas para

as intensidades de corrente  $A_0$  (se comparados com o modelo obtido na inversão sequencial) e, mais importante, pelo fato da direção de magnetização ser considerada como sendo do tipo induzido ao se calcular a resposta do modelo fornecido pela abordagem automática. O modelo obtido com a inversão da AMA é utilizado como solução inicial na inversão da TFA que fornece a solução na figura 3.11b. Essa solução melhora o ajuste aos dados da AMA (figura 3.11a) embora falhe localmente em ajustar algumas variações observadas no perfil da TFA (figura 3.11b). Essa menor capacidade em propiciar um melhor ajuste ao perfil TFA pode ser consequência de um padrão mais complexo na alternância das direções de magnetização, considerando a maior sensibilidade da TFA com esse parâmetro e marcante alternância da polaridade inferida pelo modelo de lâminas.

A probabilidade avaliada com o modelo de linhas de corrente (equação 3.10), utilizou os intervalos  $\Delta_j$ ,  $j = 1 : 42$ , previamente determinados a partir da derivada segunda da AMA. Mesmo mantendo tais intervalos, a probabilidade de cada lâmina pode se modificar a depender das estimativas de profundidade obtidas com a abordagem automática ou resultantes da inversão sequencial AMA-TFA. Tal como observado nos testes de simulação, não se observa relações triviais estabelecendo probabilidades mais baixas para lâminas mais profundas. Para algumas lâminas observa-se justamente o contrário, com atribuições de probabilidades altas para diques em níveis mais profundos (figura 3.11c).

Para facilitar a interpretação dos resultados, a representação da direção de magnetização é marcada como normal (preto) e reversa (azul), tendo como base inclinação local do campo geomagnético de  $68,7^\circ$ . Conforme assinala a figura 3.11c, a maioria das lâminas na porção central do perfil mostram magnetização normal que pode ser associada ao enxame de St John's Point-Lisburn que data entre 56 a 58 Ma e apresenta unidades que intrudem as formações inferior e superior dos basaltos do Grupo de Lavas Antrim. Já os diques nas porções terminais do perfil, em sua maioria com magnetização reversa, podem ser associados ao enxame de Ardglass-Ballycastle, datando entre 59 e 60.5 Ma e intrudindo em geral apenas a formação inferior desses basaltos (Cooper et al., 2012). Considerando apenas as fontes com  $P > 10\%$ , cuja expressão na AMA é mais pronunciada e por sua vez mais associável a diques do que a “ruído geológico”, as lâminas com polaridade normal apresentam profundidade média de 213 m enquanto as que apresentam polaridade reversa possuem profundidade média de 276 m. Essas profundidades médias corroboram com a informação de que as unidades do enxame de St John's Point-Lisburn tendem a atingir

níveis de profundidade mais rasos do que as unidades do enxame de Ardglass-Ballycastle.

Similar ao estudo com dados sintéticos, o código implementando o procedimento de inversão sequencial foi repetido 1000 vezes partindo de perturbações aplicadas à solução automática fornecida pelo modelo de linhas de corrente, estabelecendo como critério de parada o ajuste aos dados satisfazendo  $Q(\mathbf{p}) < 100$  nT. Nessas condições, a convergência do procedimento de ajuste aos dados levou 0.8 h em média, mas falhando em produzir um ajuste equivalente aos dados se iniciados com soluções aleatórias (não obtidas a partir do modelo de linhas de corrente). Além do número de iterações, os testes de convergência estabeleceram como teto um tempo de computação de 2.6 h, utilizando os mesmos recursos computacionais e abordagem em paralelo que na simulação numérica<sup>5</sup>.

---

<sup>5</sup> Recursos: 1 nó do cluster Águia 4 com 20 cores e 512 GB de RAM, processador Intel(R) Xeon(R) CPU E7- 2870 @ 2.40GHz. <http://hpc.usp.br/recursos/cluster-aguia/>

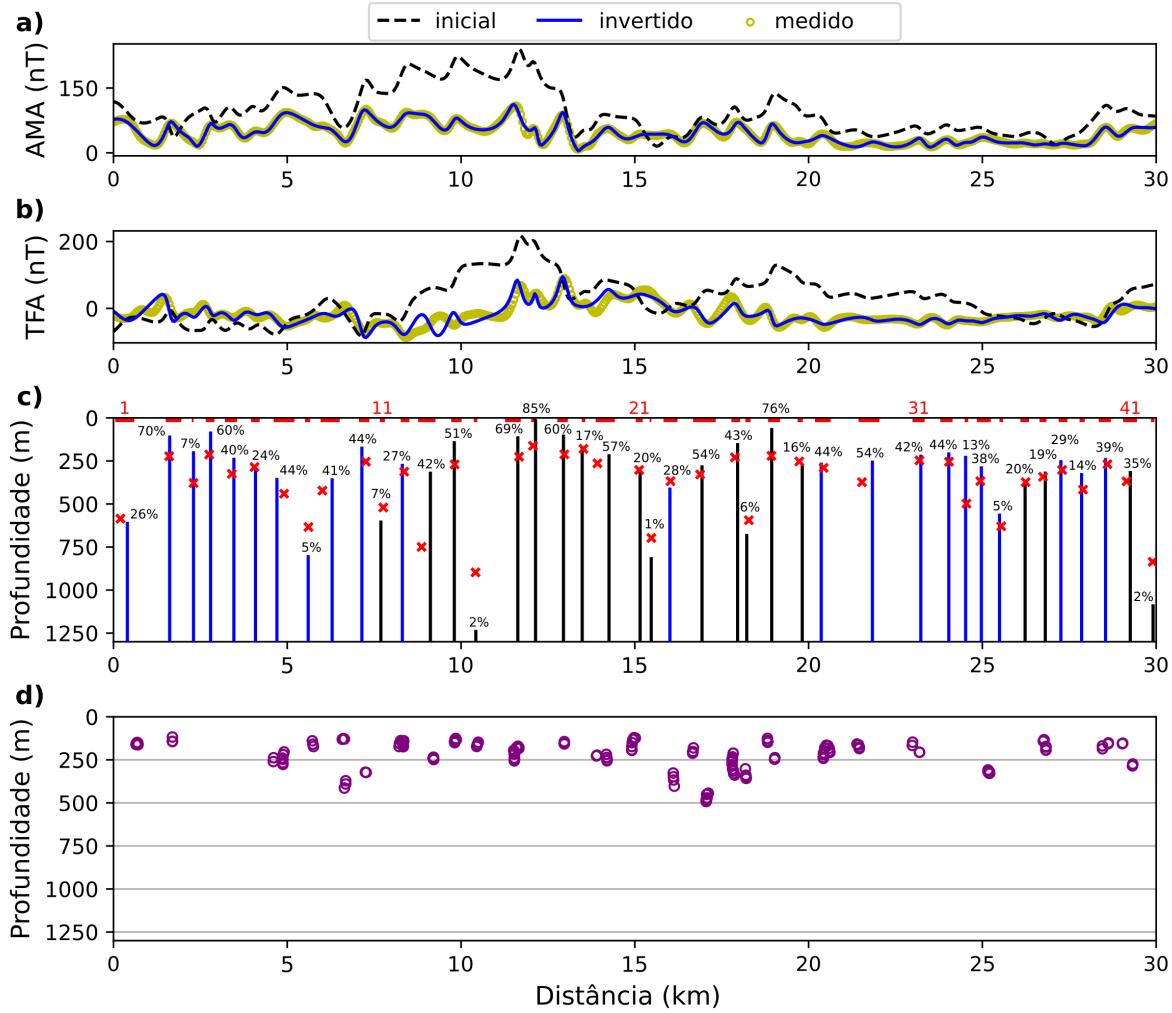


Figura 3.11: Resultados da inversão para o perfil P-P' do projeto Tellus: a) AMA para o conjunto de dados reais (círculos amarelos), avaliado a partir do modelo de testes de linha de corrente (tracejado preto) e a partir do modelo obtido com a inversão sequencial AMA-TFA (linha azul); b) TFA para os dados reais (círculos amarelos), avaliados a partir da solução de testes (tracejado preto) e avaliado a partir do modelo obtido com a inversão sequencial AMA-TFA (linha azul); c) posição do topo do modelo de lâminas (linhas) a partir da inversão da AMA e TFA limitada aos 42 intervalos (segmentos vermelhos) onde a derivada segunda horizontal da AMA é negativa. Solução com magnetização normal (preto) e reversa (azul) e soluções de teste da linha de corrente (x vermelho) para as coordenadas  $t_0$  e  $z_0$  do topo das lâminas. Probabilidades para o modelo obtido com a inversão sequencial AMA-TFA em %. d) Soluções de Euler fornecidas para comparar os resultados com uma metodologia bem conhecida (círculos roxos). O algoritmo de Thompson (1982) foi utilizado, utilizando janelas de tamanho 500 m e índice estrutural 1 totalizando 142 soluções que passaram no critério de Thompson.

#### 3.4.4 Comparação com a deconvolução de Euler

Semelhante às simulações com dados sintéticos, o perfil P-P' foi submetido ao método de deconvolução de Euler usando uma janela móvel com comprimento de 500 m, índice

estrutural igual a 1, compatível com corpos tabulares, resultando 150 soluções (figura 3.11d) satisfazendo o critério prescrito pela equação 2.48 considerando  $C_0 = 20$ . Cerca de 50% das soluções de Euler assinalam fontes próximas às posições inferidas pela inversão AMA-TFA, falhando em reconhecer as demais. Mesmo para as fontes reconhecidas, as estimativas de profundidade pela deconvolução de Euler mostram sistematicamente níveis mais rasos para a profundidade do topo, se comparadas com a distribuição fornecida pela inversão sequencial. Para os diques 4, 5 e 6 em particular, com bom ajuste aos dados pela inversão AMA-TFA, nenhuma solução por Euler é assinalada.

Em nosso entendimento, mesmo fornecendo resultados ligeiramente diferentes em algumas partes do perfil, a deconvolução de Euler como uma técnica de referência na interpretação automática serve como validação do procedimento automático proposto a partir da equivalência por linhas de corrente. Para os dois métodos observa-se um posicionamento similar de fontes pendendo a favor da abordagem por linhas de corrente, a identificação de diques não inferidos por Euler e posicionamento compatível com a solução que ajusta os dados observados ao longo do perfil. O modelo equivalente de lâmina e linhas de corrente adicionalmente fornece estimativas da direção de magnetização, fator de amplitude e probabilidade para cada unidade do modelo. Um diferencial, já que essas informações não são fornecidas pela deconvolução de Euler. A dispersão de soluções obtidas com a deconvolução de Euler impede um reconhecimento claro de um número mínimo de diques existentes ao longo do perfil, o que definitivamente parece ser melhor resolvido com a formulação automática por linhas de corrente. Conforme mostra a figura 3.11c, a dispersão das soluções dificulta também uma clara individualização de diques adjacentes na parte do perfil com amplitudes menores.

#### 3.4.5 Propriedades dos diques e interpretação

A tabela 3.3 organiza a solução do modelo fornecido pela inversão AMA-TFA de acordo com a ordem ascendente da posição do dique ao longo perfil. Em geral, os resultados da inversão de dados para o perfil P-P' sugerem a predominância de diques mais profundos, poucos deles próximos à superfície (diques 4, 17 e 27, todos com profundidade menor que 100 m), consistente com a geologia local que não mapeia diques aflorantes. De fato, muitos diques associados à Província Ígnea do Atlântico Norte na Irlanda do Norte foram inferidos após os levantamentos aeromagnéticos do projeto Tellus. A determinação de 42

unidades ao longo do perfil P-P' é comparável com a estimativa de 30 a 36 diques inferidos no Projeto Tellus a partir da contagem de picos mais expressivos na anomalia observada (Anderson et al., 2018). A densidade de diques ao longo do perfil P-P' foi estimada em um dique a cada 750 m, próximo do que foi observado em estudos de campo para o enxame Ardglass-Ballycastle na costa norte do condado de Down (GSNI, 1968). O número de lâminas com magnetização normal e reversa inferido pela inversão AMA-TFA é 20 e 22 respectivamente, comparável aos intervalos de 13 a 15 e de 15 a 21 inferidos pelo Projeto Tellus. Os intervalos  $\Delta_j$  têm valor médio de 286 m (mediana de 250 m) definindo assim um comprimento médio para perfis de levantamento terrestre para verificar a existência de tais diques em subsuperfície em trabalhos de detalhamento.

*Tabela 3.3 - Parâmetros automáticos do modelo de linha de corrente ( $\hat{A}_0$ ,  $\hat{t}_0$ ,  $\hat{z}_0$ ) e após a inversão sequencial AMA-TFA ( $A_0$ ,  $t_0$ ,  $z_0$ ,  $I_m$ ) do perfil P-P' com erros em parêntesis avaliados pela não-unicidade das soluções. Probabilidades para os intervalos  $t_0^j \pm \Delta_j/2$ ,  $j = 1 : 42$  (conforme a Figura 3.11) para os respectivos pares ( $t_0$ ,  $z_0$ ) avaliados de acordo com a equação 3.10 para o modelo automático de linha de corrente ( $\hat{P}$ ) e para o modelo obtido pela inversão sequencial AMA-TFA ( $P$ ).*

dique	$\Delta$ (m)	$\hat{P}$ (%)	$\hat{A}_0$ (A)	$\hat{t}_0$ (m)	$\hat{z}_0$ (m)	$P$ (%)	$A_0$ (m)	$t_0$ (m)	$z_0$ (m)	$I_m$ (deg)
1	550	28	225	200	585	31	335 (23)	399 (0)	612 (13)	-62 (2)
2	300	50	70	1603	223	50	87 (15)	1616 (4)	111 (0)	-6 (8)
3	50	4	52	2304	378	6	71 (23)	2302 (6)	202 (8)	-52 (26)
4	250	33	61	2755	213	46	35 (0)	2794 (7)	88 (2)	-7 (27)
5	350	31	107	3406	325	38	99 (24)	3464 (6)	240 (22)	-65 (4)
6	250	26	71	4057	286	34	104 (1)	4085 (0)	308 (10)	-47 (8)
7	601	38	201	4908	440	43	177 (5)	4702 (34)	357 (2)	-11 (6)
8	150	7	230	5609	634	9	243 (11)	5602 (7)	805 (7)	-61 (11)
9	250	36	134	6010	422	22	120 (20)	6291 (9)	359 (4)	-11 (15)
10	200	34	128	7262	254	25	146 (25)	7146 (2)	176 (5)	-25 (0)
11	250	9	184	7763	520	38	170 (38)	7693 (6)	605 (4)	2 (5)
12	150	24	138	8364	312	10	149 (18)	8310 (15)	275 (13)	-39 (6)
13	250	20	341	8865	749	30	256 (48)	9117 (14)	321 (13)	9 (8)
14	500	32	101	9816	270	23	78 (16)	9805 (3)	143 (0)	77 (9)
15	300	3	256	10417	897	42	143 (11)	10425 (4)	1240 (3)	86 (54)
16	100	49	123	11669	226	4	100 (32)	11632 (64)	116 (23)	90 (0)
17	450	27	47	12070	162	20	23 (9)	12144 (15)	17 (2)	90 (0)
18	150	39	98	12972	212	47	94 (2)	12947 (2)	106 (8)	90 (0)
19	300	17	12	13523	180	52	6 (8)	13485 (4)	174 (4)	14 (6)
20	100	51	53	13923	264	32	79 (0)	14257 (26)	220 (1)	90 (0)
21	500	20	66	15125	302	60	36 (3)	15152 (14)	303 (9)	90 (0)

22	200	2	149	15476	697	26	77 (1)	15471 (2)	818 (1)	90 (0)
23	50	31	82	16027	367	2	123 (14)	16010 (5)	413 (2)	-21 (1)
24	400	49	102	16878	329	37	133 (0)	16933 (22)	284 (41)	7 (1)
25	651	31	77	17880	229	55	60 (9)	17957 (13)	155 (10)	48 (0)
26	250	8	156	18280	594	43	77 (0)	18221 (3)	682 (4)	65 (8)
27	150	42	65	18932	220	9	34 (9)	18939 (20)	67 (20)	20 (3)
28	350	18	34	19733	253	55	17 (0)	19816 (0)	279 (4)	56 (23)
29	150	42	64	20434	290	25	36 (5)	20364 (13)	268 (17)	-30 (5)
30	450	43	41	21536	373	50	28 (10)	21835 (13)	257 (1)	-15 (3)
31	601	39	36	23189	247	50	44 (6)	23228 (5)	222 (74)	-90 (2)
32	350	38	39	24040	254	49	47 (6)	24034 (1)	209 (11)	-79 (10)
33	350	6	56	24541	498	48	29 (8)	24517 (0)	229 (4)	-66 (13)
34	100	31	62	24942	367	8	64 (12)	24971 (1)	290 (4)	-63 (27)
35	400	5	86	25543	629	38	96 (25)	25493 (0)	565 (6)	-11 (59)
36	250	20	43	26244	373	25	48 (8)	26229 (2)	368 (4)	14 (51)
37	200	18	37	26745	342	23	42 (3)	26810 (2)	321 (3)	90 (59)
38	250	24	33	27295	302	32	48 (11)	27259 (2)	254 (4)	-90 (127)
39	150	11	42	27896	416	14	39 (8)	27855 (2)	329 (13)	-3 (60)
40	350	36	80	28598	269	45	80 (3)	28543 (7)	243 (17)	-90 (0)
41	400	31	95	29149	369	38	56 (13)	29255 (2)	317 (7)	0 (0)
42	100	3	249	29900	836	4	373 (43)	29911 (10)	1092 (0)	58 (5)

### 3.5 Análise e discussão

Tal qual desenvolvido até aqui, através da aplicação de propriedades da AMA para um modelo de lâmina e sua correspondência com um modelo de linha de corrente infinita posicionado no topo das lâminas, obtivemos um estimador automático de parâmetros que provou sua eficácia na identificação de diques justapostos. Dessa forma obtivemos uma representação confiável da distribuição de diques em subsuperfície, associando estimativas de probabilidade. Essa representação é útil para uma análise preliminar da profundidade e posição de múltiplas unidades de dique, ou pode ser empregada como entrada em abordagens mais avançadas e dispendiosas tal qual uma inversão não linear envolvendo muitos parâmetros desconhecidos. O uso desta solução experimental melhora substancialmente a convergência desse tipo de inversão em busca de um modelo que permita o ajuste aos dados observados.

A interpretação baseada no modelo de linha de corrente com inversão sequencial AMA-TFA foi eficiente em diferenciar o enxame de St John's Point-Lisburn do enxame de

Ardglass-Ballycastle. Porém, existem trabalhos de campo nas margens de Belfast Lough, onde diques semelhantes de Ardglass-Ballycastle cortam arenitos e argilitos do Triássico, indicam um espaçamento entre diques menor de 80 m. Essa diferença no espaçamento pode refletir como falhamento e a subsequente intrusão de magma variaram verticalmente dentro da sequência geológica. Desse modo, haveria menos diques mais espaçados em rochas mais duras do embasamento, mas submetidas a falhamento do Grupo Gala e Supergrupo Leadhills do Ordoviciano-Siluriano. Enquanto haveria diques mais próximos em rochas de cobertura porosas do Grupo Mercia e arenitos falhados do Grupo Sherwood do Triássico. Um estudo posterior poderia comparar perfis localizados nas sequências de rochas do embasamento e da cobertura, para ver se os dados aeromagnéticos do Projeto Tellus podem ser usados para resolver essas diferenças de espaçamento.

## Capítulo 4

---

### Diques sob coberturas basálticas

Apesar de amplamente reconhecida como uma ferramenta geofísica madura em muitos cenários exploratórios, aerolevantamentos magnéticos ainda são considerados ineficientes para investigar estruturas subjacentes a derrames basálticos devido à complexidade das camadas observadas. A complexidade das anomalias magnéticas em coberturas basálticas guarda semelhança com campos gerados por uma distribuição aleatória de fontes magnéticas, o que é particularmente intrigante considerando que a maior parte dos terrenos basálticos exibem camadas horizontais ou sub-horizontais, quando expostas ao longo de vales e paisagens dissecados por processos erosivos. Se tais camadas fossem magnetizadas uniformemente, a anomalia magnética correspondente deveria ser nula, uma resposta magnetométrica bem conhecida para placas uniformemente magnetizadas Blakely (1996) (pg. 97). De acordo com essa formulação, uma placa com magnetização variável  $M$  produz o mesmo campo magnético que uma camada com magnetização  $M + M_0$ , sendo  $M_0$  uma magnetização uniforme de fundo, como tal, com resposta nula. A existência de anomalias complexas sobre derrames sub-horizontais de basaltos sugere, assim, a existência de múltiplas estruturas internas às camadas e/ou situadas em níveis subjacentes, na forma de soleiras, lacólitos entre outras.

Esse cenário magnético complexo dificulta a identificação de estruturas subjacentes à cobertura basáltica e, como tal, a distribuição do sistema de diques que outrora alimentou o vulcanismo extrusivo. Certamente pela dificuldade em se identificar a contribuição gerada pelo sistema de diques, poucos estudos utilizando dados aeromagnéticos têm sido realizados em coberturas basálticas. A se destacar estão os estudos em trapas basálticas do Columbia River Group (Prieto et al., 1985; Blakely et al., 1995), derrames do Deccan (*Deccan Traps* (Negi et al., 1986; Anand e Rajaram, 2004; Rajaram et al., 2017; Sridhar

et al., 2018; Arora et al., 2018), e Antrim Lava Group (Cooper et al., 2012; Anderson et al., 2018), de um modo geral focados na identificação de estruturas regionais ou continuidade de lineamentos mapeados fora da cobertura basáltica. Não é do nosso conhecimento a existência de estudos prévios voltados especificamente a caracterização de diques utilizando dados aeromagnéticos como principal ferramenta de investigação, tópico coberto neste Capítulo. Para tanto, inicialmente abordaremos problemas inerentes à identificação de diques considerando suas propriedades magnéticas e dimensões características, em seguida desenvolveremos um critério objetivo para se identificar lineamentos em áreas com coberturas basálticas e, por fim, com a utilização da abordagem do Capítulo anterior, relacionaremos os diques inferidos com marcos estratigráficos disponíveis para a bacia sedimentar. Parte do conteúdo apresentado neste capítulo aparece no manuscrito “*Dyke positioning according to sedimentary basins markers by processing airborne magnetic data at basalt covered areas*”, submetido à revista Geophysical Journal International e apresentado no Apêndice C.

#### 4.1 Aspectos geológicos para a detecção de diques

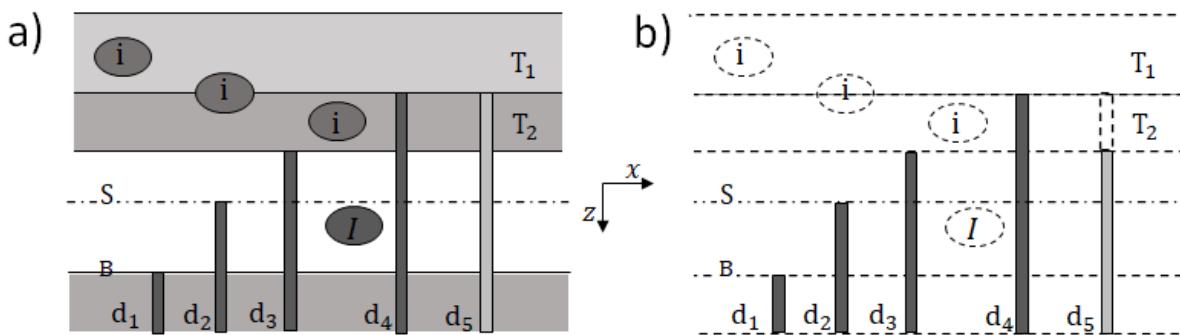
Alguns aspectos precisam ser considerados antes de se analisar estimativas de profundidades de diques em áreas capeadas por basaltos. A razão principal para isso é que, embora diques sejam altamente eficientes em transportar grandes quantidades de magma, é possível que muitos diques em níveis mais profundos e/ou relativamente finos possam passar indetectáveis a um levantamento aeromagnético por gerarem anomalias de baixa amplitude. Por exemplo, é amplamente aceito que espessuras críticas entre 2 e 20 m (Petford et al., 1994; Cruden e Weinberg, 2018) são necessárias para evitar que um dique em ascensão se solidifique. Em condições representativas do modelo de magma em ascensão canalizada de Cruden e Weinberg (2018), um dique com apenas 2 m de espessura pode propiciar fluxo da ordem de  $\sim 10$  mm/s, suficiente para transportar uma parcela de magma por um trajeto de 40 km (profundidade média até o manto superior) em aproximadamente 46 dias. Sob as mesmas condições, um dique com espessura de 10 m seria capaz de transportar a mesma quantidade de magma em apenas 2 dias. Assumindo razões entre espessura e comprimento entre 100 e 1000 (comumente observada em descrições de campo), destaca-se que um dique com espessura de apenas 2 m e comprimento de 200 m mostra potencial

para transportar um volume de magma da ordem de 346000 m<sup>3</sup>/dia, suficiente para gerar em cerca de 2 dias, um derrame de lava com área de 1 km<sup>2</sup> e espessura de 1 m. Tais propriedades de transporte associadas a diques relativamente pequenos tem implicações significantes na busca por diques sob cobertura basálticas, uma vez que diques com espessura de até uma dezena de metros, certamente eficientes em alimentar extensos derrames de magma, podem ser muito finos para produzir anomalias claramente identificáveis. Por exemplo, a uma altura de voo de 100 m a amplitude de anomalia para um dique fino com espessura de 2 m e magnetização de 1 A/m, localizado a 200 m de profundidade, é de ~17 nT, suficientemente pequena para torná-lo indetectável entre as múltiplas anomalias interferentes geradas por estruturas internas ao derrame basáltico. Por outro lado, um dique ligeiramente mais espesso (10 m de largura) e com maior magnetização (3 A/m) pode elevar tal amplitude a um nível de detecção, da ordem de ~250 nT, certamente detectável em um levantamento aeromagnético. Desse arrazoado fica evidente que apenas diques com um porte ligeiramente maior (considerar como a variação de alguns poucos metros pode ser decisiva) poderão ser identificados pelo levantamento aeromagnético.

## 4.2 Critérios para a interpretação geológica dos resultados

A figura 4.1 ilustra fatores adicionais que condicionam a detecção de diques e possíveis implicações geológicas decorrentes da análise da profundidade do topo em relação a marcos estratigráficos de uma bacia sedimentar hipotética. Conforme representado nessa figura, marcadores regionais  $T_1$  e  $T_2$  são assinalados para a base das camadas de basalto, assim como um marcador interno S ao derrame e interface B para o embasamento da bacia. O dique  $d_1$ , por exemplo, sendo confinado ao embasamento, não afeta as propriedades dos sedimentos da bacia. O dique  $d_2$ , por outro lado, afeta a sequência sedimentar abaixo do marcador S, mas não as camadas superiores, servindo então fonte de calor ou barreira de fluxo para reservatórios ou aquíferos desenvolvidos nas unidades basais da bacia. O dique  $d_3$  pode ser considerado como um potencial alimentador para o derrame  $T_2$ , enquanto o dique  $d_4$  pode ser associado a alimentadores do derrame mais jovem  $T_1$ . Atributos específicos como direção de magnetização ou posicionamento em relação à marcos estratigráficos podem prover informações adicionais sobre a evolução da atividade vulcânica. Diques com direções de magnetização distintas, em alguns casos com direções normais e reversas (em

relação ao campo magnético atual), são indicadores de eventos magmáticos distintos. Sistemas de falhas pós-vulcânicos podem quebrar a continuidade lateral das camadas basálticas e, como tal, gerar anomalias magnéticas mensuráveis também na forma de lineamentos. Tais anomalias, entretanto, por serem geradas pela colocação de materiais contrastantes em cada lado do traço da falha, tendem a apresentar amplitude variável ao longo do lineamento, sob certo aspecto gerando um padrão bem diferente das anomalias causadas por diques, normalmente com amplitude uniforme ao longo do lineamento.



*Figura 4.1:* Modelo conceitual para estruturas basálticas a) Estruturas magnéticas em bacia com cobertura basáltica. b) Modelo correspondente de contraste magnético (estruturas escurecas com contraste mais alto) para interpretar a anomalia filtrada (estruturas tracejadas sem contribuição). Capeamento basáltico com duas sequências ( $T_1$  e  $T_2$ ), cada uma com múltiplas estruturas internas contrastantes (i); estrutura do tipo soleira (I) na sequência sedimentar com marcador estratigráfico (S). Diques ( $d_1$  a  $d_5$ ) em diferentes níveis de profundidade. Dique  $d_5$  sem contraste com a camada  $T_2$ , com seu topo assinalado na base da camada.

### 4.3 Lineamentos magnéticos: identificação, extração e interpretação

Nesta seção, descrevemos duas técnicas (transformada aniquiladora e filtro de coseno direcional) utilizadas para identificar e, em seguida, extraír lineamentos magnéticos que podem ocorrer em meio a anomalias interferentes, tal como esperadas em províncias magmáticas com cobertura basáltica. Essas duas operações obrigatoriamente são necessárias antes que se aplique a interpretação baseada no modelo de lâminas e sua correspondência com linhas de corrente na etapa de interpretação de resultados.

### 4.3.1 Identificação de lineamentos magnéticos

A etapa inicial para estudar sistemas de diques sob trapas basálticas consiste em objetivamente identificar a direção média dos lineamentos presentes na anomalia magnética medida. Mesmo em situações que os lineamentos são claramente observados em mapa, esse problema ainda carece de procedimento objetivo para se determinar com precisão qual seria a direção média definida por tais lineamentos. Tal como desenvolvida para diques aflorantes ou subaflorantes, a identificação da direção dos lineamentos pode ser feita aplicando o procedimento 2DFAT - *2D Field Annihilator Transform* - (Mendonça et al., 2019), baseado no princípio de que um campo magnético nulo é produzido quando avaliado o componente horizontal da anomalia magnética ao longo da direção  $\alpha$  coincidente com o *strike* de um corpo magnético 2D homogêneo. O procedimento 2DFAT basicamente consiste, então, em aplicar uma mudança de componente da anomalia medida para uma direção horizontal coincidente com a direção do lineamento magnético. Por sua propriedade de aniquilação, essa transformação anula a contribuição das estruturas 2D homogêneas, preservando, entretanto, as anomalias geradas por fontes 3D ou lineamentos com direções distintas. Conforme aplicada por Mendonça et al. (2019), a transformada aniquiladora foi utilizada para verificar a homogeneidade de diques em um enxame e para realçar a distribuição de fontes 3D ao longo do enxame.

Mais especificamente, o procedimento de aniquilação é implementado calculando o componente horizontal  $T_\alpha(x, y, z)$ , sendo  $\alpha$  a direção da feição bidimensional. Por definição, expressando o espectro da anomalia de componente horizontal como  $\tilde{T}_\alpha(k_x, k_y) \equiv \mathcal{F}\{T_\alpha(x, y, z)\}$  a transformação envolvida obedece

$$\tilde{T}_\alpha(k_x, k_y) = F_\alpha(k_x, k_y) \tilde{T}_f(k_x, k_y) \quad (4.1)$$

sendo

$$F_\alpha(k_x, k_y) = \frac{i[\cos(\alpha)k_x + \sin(\alpha)k_y]}{i[\cos(D)k_x + \sin(D)k_y] + \sin(I)|k|} \quad (4.2)$$

a expressão do filtro de mudança de componente prescrita pelo 2DFAT. Na equação 4.2  $D$  e  $I$  são respectivamente a declinação e inclinação do campo geomagnético no local de medida,  $|k|$  e demais termos tais quais apresentados na seção 2.2.1. De um modo geral, as operações de mudança de componente são descritas na seção 2.2.2. A anomalia  $T_\alpha$  é obtida no domínio do espaço aplicando-se a transformada inversa de Fourier

$$T_\alpha(x, y, z) = \mathcal{F}^{-1}\left\{\tilde{T}_\alpha(k_x, k_y)\right\}. \quad (4.3)$$

Tal como na formulação do 2DFAT, a direção  $\alpha$  pode ser determinada a partir da identificação do ponto de mínimo da função

$$Q(\alpha') = \int \int_{xy} |\nabla T_{\alpha'}(x, y, z)| dx dy \quad (4.4)$$

sendo  $|\cdot|$  a norma Euclidiana, no caso aplicada ao componente horizontal  $T_{\alpha'}$ , ao longo de uma direção arbitrária  $T_{\alpha'}$ , calculada a partir dos componentes x e y da anomalia segundo

$$T_{\alpha'}(x, y, z) = \cos(\alpha')T_x(x, y, z) + \sin(\alpha')T_y(x, y, z). \quad (4.5)$$

A função  $Q(\alpha')$  é avaliada para direções  $\alpha'$  no intervalo  $[0^\circ, 180^\circ]$ , seu ponto de mínimo,  $\alpha$ , expressando a direção com maior perda de amplitude, dessa maneira determinando a direção média (ou preferencial) dos lineamentos. A equação 4.5 permite a avaliação da função  $Q(\alpha')$  utilizando apenas os componentes x-y da anomalia, evitando que a transformação 4.1 tenha que ser aplicada toda vez que uma direção arbitrária seja considerada. Essa formulação não impede, entretanto, que a intensidade do gradiente de  $T_{\alpha'}$  tenha que ser calculada cada vez que uma direção  $\alpha'$  é experimentada. A determinação da direção  $\alpha$  configura, assim, uma etapa com intensa demanda computacional, já que pelo menos 180 cálculos de gradiente devem ser efetuados caso o intervalo  $[0^\circ, 180^\circ)$  seja, por exemplo, avaliado em intervalos regulares de  $1^\circ$ .

#### 4.3.2 Extração dos lineamentos magnéticos

A segunda etapa da linha de processamento de dados tem como objetivo a extração dos lineamentos magnéticos na direção previamente identificada. Observe que a transformação 2DFAT na equação 4.2 (ou sua aplicação utilizando a equação 4.5) é efetiva em anular o conteúdo da anomalia ao longo da direção média dos lineamentos, mas não consegue recuperar os lineamentos que foram suprimidos. Uma subtração simples entre os campos transformado e observado, por exemplo, não recupera os lineamentos originais uma vez que o conteúdo das anomalias 3D em ambos os campos não se cancela, pois envolve anomalias avaliadas em direções distintas. Conforme discutido por Mendonça et al. (2019), a filtragem com cosseno direcional é uma aproximação da transformada 2DFAT, não tão eficaz em eliminar os lineamentos existentes na anomalia, mas capaz de produzir um campo filtrado que tem o mesmo componente da anomalia original (não o componente horizontal como no 2DFAT). A aplicação de filtragem passa-banda convencional, tal como a filtragem com

cosseno-direcional, é aconselhável para isolar, realçar ou atenuar sinais ao longo de direções pré-estabelecidas. Uma das aplicações mais comuns da filtragem com cosseno direcional é como uma das etapas de micronivelamento, que combina a aplicação de filtro Butterworth passa-alta e cosseno direcional. Esse processamento é utilizado para corrigir variações no posicionamento de aeronaves durante a aquisição de dados e imperfeições na remoção da variação diurna utilizando um magnetômetro como base (Pilkington e Roest, 1997; Ferraccioli et al., 1998).

Na filtragem com cosseno direcional, primeiramente se estabelece a direção referente às estruturas de interesse,  $\alpha$  no caso, e aplica-se a filtragem ao longo da direção  $\alpha - \pi/2$  no plano de Fourier. O filtro de cosseno direcional,  $f_{c,\lambda}$ , (Blakely, 1996) pode ser calculado (Nancy e Chris, 2007) segundo

$$f_{c,\lambda}(\alpha, \beta) = 1 - \left| \cos^{\lambda} \left( \alpha - \beta + \frac{\pi}{2} \right) \right|. \quad (4.6)$$

Utilizando a transformada de Fourier, a operação de filtragem consiste em uma multiplicação conforme

$$\tilde{T}_f^{2D}(k_x, k_y) = f_{c,\lambda}(\alpha', \beta) \tilde{T}_f(k_x, k_y) \quad (4.7)$$

e obtenção no domínio do espaço pela aplicação da transformada inversa de Fourier,

$$T_f^{2D}(x, y, z) = \mathcal{F}^{-1}\{\tilde{T}_f^{2D}(k_x, k_y)\}, \quad (4.8)$$

sendo  $T_f^{2D}(x, y, z)$  uma aproximação para a contribuição das fontes 2D na TFA. Na equação 4.6, o ângulo  $\beta$  é dado por

$$\beta = \tan^{-1} \left( \frac{k_x}{k_y} \right), \quad (4.9)$$

com o expoente  $\lambda$  definindo a largura da faixa passa-banda centrada ao longo da direção  $\alpha' - \pi/2$ . Na prática, se utilizam valores  $\lambda \leq 1$ , sendo mais efetivo na extração de lineamentos quando o valor se aproxima de 0,5.

#### 4.3.3 Interpretação dos lineamentos magnéticos

A etapa final de interpretação dos lineamentos magnéticos identificados e extraídos pela rotina de processamento anteriormente apresentada incorpora, neste trabalho, o método de inversão sequencial AMA-TFA apresentado no Capítulo 3. Nessas condições, a inversão AMA-TFA é aplicada a perfis da anomalia extraídos ao longo de uma direção perpendicular

à direção  $\alpha$  dos lineamentos. Observe que o perfil original contém contribuições de fonte magnéticas não necessariamente bidimensionais, geradas por heterogeneidades magnéticas internas às coberturas basálticas ou estruturas plutônicas subjacentes. Sem a extração prévia dos lineamentos, tal procedimento não poderia ser aplicado já que as anomalias do dado original não seriam estritamente associadas a diques e, como tais, interpretadas pelo modelo de lâminas. Tal como apresentado no Capítulo 3, a inversão sequencial AMA-TFA é eficiente em lidar com anomalias complexas geradas por diques adjacentes, mesmo quando aplicada a diques situados em profundidades distintas, com anomalias apresentando expressivas variações de amplitude. As particularidades da inversão AMA-TFA para perfis extraídos com a filtragem direcional serão exploradas nas seções de simulação numérica (seção 4.4) e aplicação em dados reais para a Bacia do Paraná na continuidade do enxame de diques do Arco de Ponta Grossa (seção 4.5).

## 4.4 Simulação numérica para ambientes de derrames basálticos

### 4.4.1 Caso 3: Simulação em terrenos basálticos

O caso 3 da simulação numérica contempla dois objetivos principais: primeiro, definir um modelo representativo para a situação de diques subjacentes e interceptando derrames basálticos, para então avaliar a capacidade e limitações da metodologia proposta para identificar, extrair e interpretar as anomalias associadas ao modelo de diques. Focamos inicialmente na construção do modelo que represente com maior fidelidade o padrão de anomalias observado em coberturas basálticas para, em seguida, aplicar o procedimento proposto.

#### 4.4.1.1 Construção do modelo

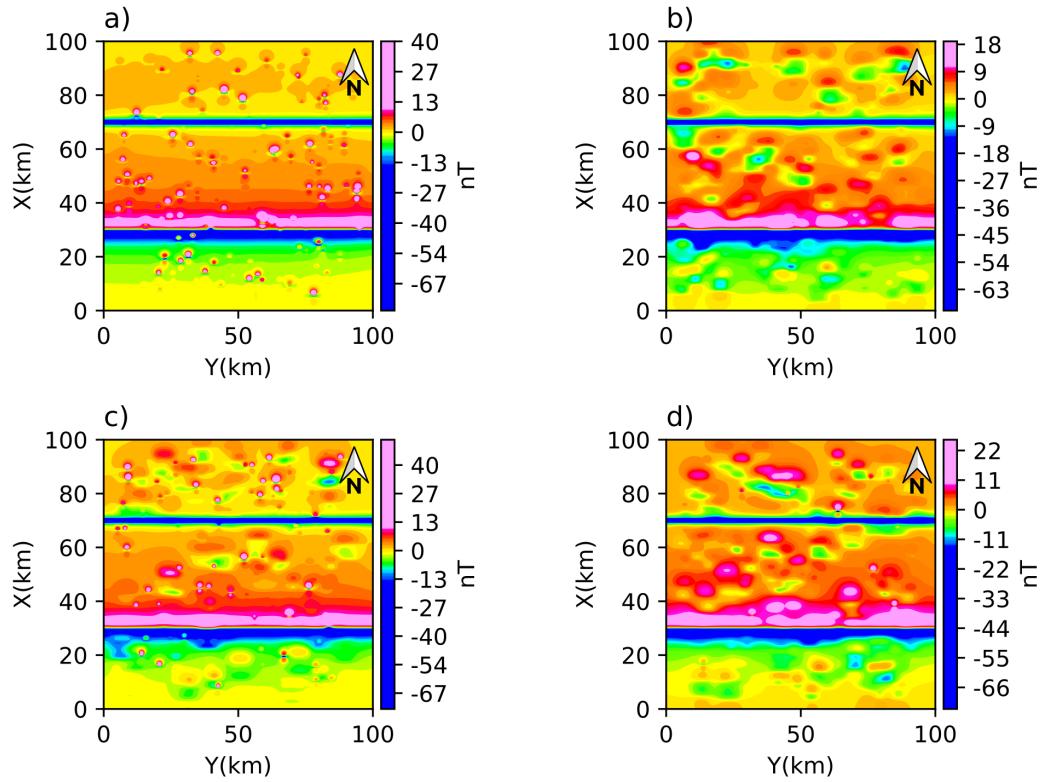
Um modelo representativo do problema de intrusão de diques em área derrames basálticos deve necessariamente conter lineamentos magnéticos e interferências capazes de distorcer e por vezes até segmentar tais lineamentos, apresentando um aspecto geral em que os padrões observáveis não sejam muito diferentes dos observados no caso real de estudo. Colocadas essas diretrizes, é preciso pontuar que simular anomalias complexas observadas em áreas com cobertura basáltica, não é uma tarefa fácil, visto que é preciso gerar modelos com interferências aleatoriamente distribuídas dentro de uma faixa de profundidade plausível

para derrames basálticos, mas sem obscurecer irremediavelmente as contribuições dos corpos tabulares. Entende-se por irremediável, sinais que seriam totalmente obscurecidos pelo efeito das interferências, ou que tenham a sua amplitude afetada de forma a ser inviável obter estimativas de profundidade condizentes com as fontes utilizadas. Para tanto, foi utilizado a resposta do modelo magnético para corpos prismáticos 3D de Plouff (1976) para modelar corpos tabulares e interferências.

Para estudar a forma das anomalias geradas e selecionar o modelo que mais se aproxime das características observadas nos dados reais, foram gerados 4 modelos com 200 fontes distribuídas em duas faixas de profundidade. A primeira faixa refere-se à espessura de uma camada de basalto de 1 km (tal qual observado na Formação Serra Geral) com topo em 300 m e base em 1300 m e que comporte fontes intra-trapa. A segunda faixa de espessura 1.1 km com topo em 1300 m e base em 2400 m, visa incluir fontes mais profundas que possam contemplar estruturas simulando soleiras, associadas com o magmatismo responsável pelos derrames. Para cada um dos modelos variou-se a proporção de fontes em cada uma das camadas citadas. Fontes na faixa referente ao basalto podem ter dimensão máxima de 1 x 1 x 1 km, enquanto na faixa abaixo dimensões de 8 x 8 km e espessura de 200 m. A intensidade de magnetização das interferências foi de 0.5 A/m, com inclinação e declinação iguais a 0°. Em meio às fontes interferentes foram posicionados 2 diques com azimute 90°, um ao Sul em (70,65) com topo em 1300 m e o outro ao Norte em (30,35) com topo em 600 m de profundidade. As intensidades de magnetização para os diques ao Sul e Norte são de 12 e 10 A/m, com inclinações de magnetização de -30° e 30° e declinação 0° respectivamente. O campo local foi simulado com inclinação de -30° e declinação 0°, enquanto a aquisição simulada se utilizou de uma altitude de voo de 100 m, tendo os dados sido interpolados com células de 500 m utilizando o algoritmo de mínima curvatura.

A figura 4.2 mostra a TFA para os quatro modelos. No primeiro caso, figura 4.2a, 100% das fontes interferentes foram posicionadas internas à faixa das camadas basálticas. É possível ver que o resultado apresenta diversas anomalias com comprimentos de onda curtos em relação ao tamanho da janela, causando um efeito de sardas, secundariamente afetando as anomalias geradas pelos dois diques. No segundo caso, 100% das fontes foram colocadas na faixa abaixo do basalto, figura 4.2b. Nesse caso, existe maior incidência de anomalias com comprimentos de onda maiores capazes de afetar as anomalias geradas pelos diques, em especial do dique ao Sul mais profundo. Entretanto, esse modelo assume que

a camada de basalto é perfeitamente homogênea apresentando comportamento nulo. O terceiro modelo conta com 50% das fontes posicionadas em cada faixa, o que resulta em menor distorção nas anomalias dos diques e muitas anomalias de curto comprimento de onda. Por fim, o quarto caso estudado possui 90% das fontes interferentes posicionadas na faixa abaixo do basalto, apresentando distorções capazes de segmentar o sinal do dique ao Sul e apresentando anomalias mais pontuais relacionadas a heterogeneidades na faixa do basalto. O quarto caso foi selecionado para a continuidade das simulações numéricas a serem apresentadas nas subseções seguintes. Essa decisão se baseou no fato de que o quarto caso apresenta anomalias com características similares às observadas nos dados reais a serem estudados na seção 4.5, o que adicionamente sugere a existência de fontes magnéticas adjascentes à camada de basaltos na área de estudo.

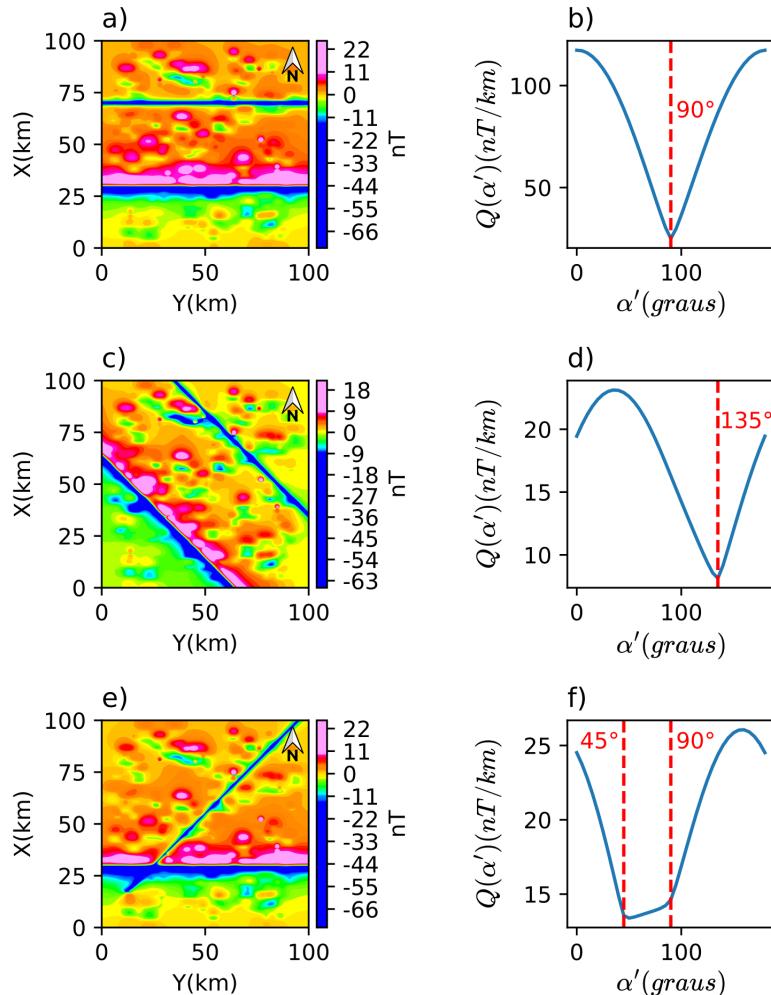


*Figura 4.2:* Comparativo de distribuição de fontes em profundidade. Total de 200 fontes de intensidade de magnetização 0.5 A/m por janela, somadas a dois diques com intensidade de magnetização de 10 e 12 A/m, azimute 90°, 25 m de espessura, topo em 1.3 km para o dique ao Sul e 600 m para o dique ao Norte, apresentando magnetização reversa e normal considerando um campo local simulado com inclinação -30° e declinação 0°. Zona referente a simulação de basaltos com 1 km de espessura, topo em 300 m e base em 1300 m. Fontes internas à camada de basalto podem ter dimensões máximas de 1 x 1 x 1 km, enquanto fontes abaixo do basalto podem ter dimensões máximas de 8 x 8 km com espessura fixa de 200 m. Posicionamento das fontes interferentes definido aleatoriamente. a) Anomalia de campo total (TFA) para fontes unicamente posicionadas na camada de basalto. b) TFA para fontes unicamente posicionadas abaixo da camada de basalto. c) TFA para fontes distribuídas na proporção de 50% entre a camada de basalto e abaixo dela. d) TFA para fontes distribuídas na proporção de 10% e 90% entre a camada de basalto e abaixo dela.

#### 4.4.1.2 Identificação dos lineamentos

O modelo selecionado para representar o caso 3, foi reconstruído com uma malha regular com espaçamento de 250 m e submetido à rotina de identificação de lineamentos (tal qual subsubseção 4.3.1) para avaliar a capacidade do modelo em determinar a direção  $\alpha$  sob condição de tamanha interferência. Para tanto, as fontes interferentes se mantiveram inalteradas, mas três valores de azimute foram empregados: 90° para ambos os diques; 135° para ambos os diques; 45° para o dique ao Norte e 90° para o dique ao Sul. Conforme

observado na figura 4.3 os resultados da equação 4.4 são eficazes em definir o azimute para as fontes do modelo. Entretanto, para casos com azimutes discordantes tal qual figura 4.3e, deve-se selecionar os pontos de inflexão da curva de  $Q(\alpha')$  ao invés do valor de mínimo (figura 4.3f).

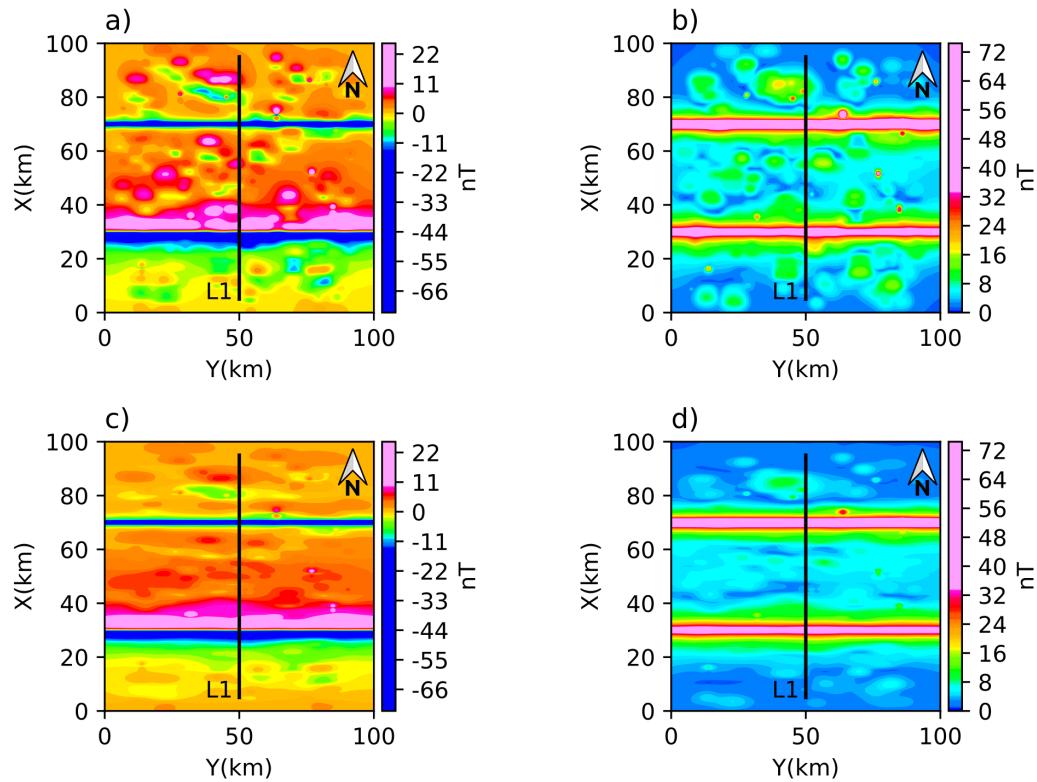


*Figura 4.3:* Teste de azimute para o caso 3. a) TFA para diques com azimute  $90^\circ$ . b)  $Q(\alpha')$  referente ao modelo com azimute  $90^\circ$ . c) TFA para diques com azimute  $135^\circ$ . d)  $Q(\alpha')$  referente ao modelo com azimute  $135^\circ$ . e) TFA para o modelo com azimutes  $45^\circ$  e  $90^\circ$ . f)  $Q(\alpha')$  referente ao modelo com azimutes  $45^\circ$  e  $90^\circ$ .

O modelo da figura 4.3a, cujos azimutes são de  $90^\circ$ , foi o escolhido para ser submetido às etapas de extração dos lineamentos e inversão sequencial AMA-TFA. Uma vez que o processo de identificação de lineamentos foi eficaz em determinar a direção preferencial dos diques em todos os casos simulados, selecionando um único modelo, evitamos estender demasiadamente a seção de simulações numéricas.

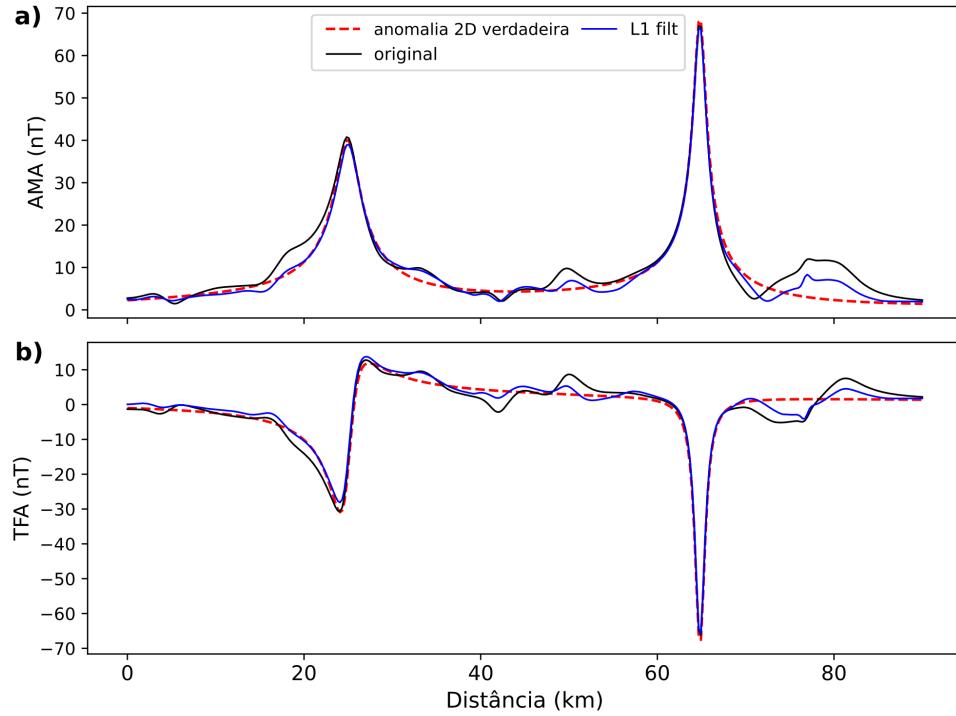
#### 4.4.1.3 Extração dos lineamentos

Conforme desenvolvido anteriormente, nessa etapa executamos a extração dos lineamentos magnético para o caso 3. A TFA sem filtragem é mostrada na figura 4.4a onde pode ser observado como a presença das interferências distribuídas aleatoriamente distorce severamente a anomalia resultante, comprometendo a continuidade dos lineamentos associados aos diques profundos. A figura 4.4b com a AMA calculada a partir da TFA não filtrada, também mostra distorções ao longo dos lineamentos, assim como a demarcação de diversas fontes ao longo da área que podem alterar as amplitudes da AMA ao longo do perfil L1. Conforme mostrado na figura 4.4c e figura 4.4d, a filtragem com cosseno direcional para a direção  $\alpha = 90^\circ$  previamente determinada remove substancialmente as interferências das fontes distribuídas aleatoriamente, restaurando a continuidade dos lineamentos magnéticos causados pelos corpos tabulares do tipo dique.



*Figura 4.4:* Processamento de dados e extração de perfil dos dados sintéticos com lineamento magnético. a) Anomalia de campo total (TFA) para dois prismas com intensidade de magnetização de 10 e 12 A/m, azimute 90°, 25 m de espessura, topo em 1.3 km para o dique ao Sul e 600 m para o dique ao Norte. Interferências simuladas com 200 fontes aleatoriamente espaçadas e distribuídas em faixas de profundidade de 300 a 1300 m e 1300 a 2400 m. b) Amplitude da anomalia magnética (AMA) para o modelo. c) A TFA após a filtragem com cosseno direcional ao longo da direção  $\alpha = 90^\circ$ . d) AMA calculada a partir da TFA filtrada. Perfil L1 perpendicular aos lineamentos magnéticos utilizado para alimentar a inversão por etapas 2D com a TFA e AMA filtradas.

Após a filtragem direcional, a TFA e AMA filtradas são extraídas por interpolação aplicada à malha de dados conforme o perfil posicionado na figura 4.4. Uma comparação detalhada entre os perfis originais e filtrados de TFA e AMA é mostrada na figura 4.5. A AMA filtrada na figura 4.5a claramente reconhece a resposta em forma de sino para as fontes do tipo dique, apresentando uma linha de base melhor definida que decai a zero e se aproxima da resposta das anomalias dos diques isoladas. Ambos os campos TFA e AMA apresentam atenuações interferências geradas pela distribuição aleatória de fontes, facilitando a detecção da resposta do sinal referente aos corpos tabulares.

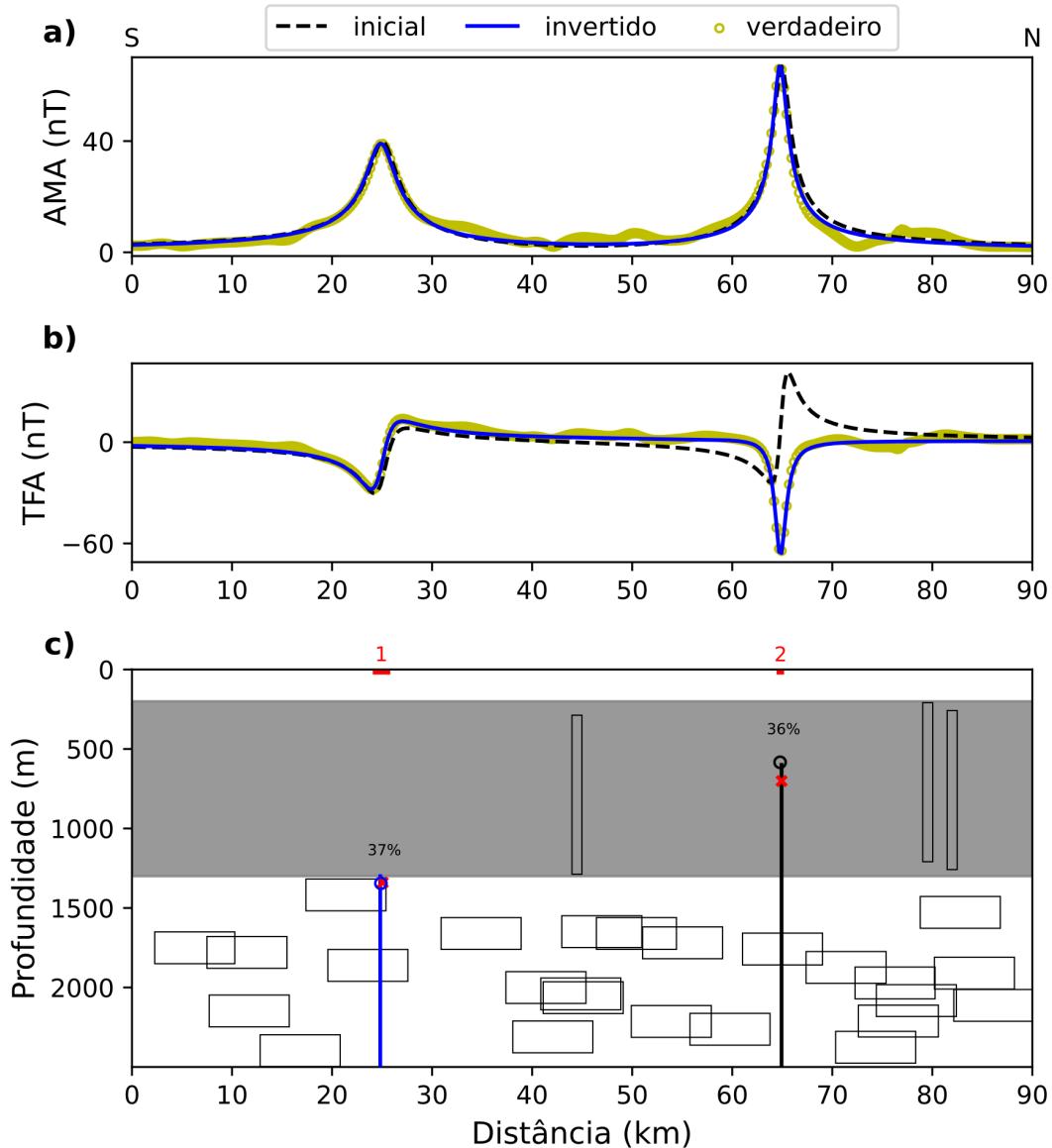


*Figura 4.5:* Filtragem com cosseno direcional aplicada ao perfil L1 do caso 3 (linhas azuis), original (linhas pretas) e sinal referente aos diques sem interferências (tracejado vermelho).  
a) TFA original extraída da Figura 4.4a e após a recuperação do lineamento na Figura 4.4c.  
b) AMA original da Figura 4.4b e filtrada com cosseno direcional referente à Figura 4.4d.

#### 4.4.1.4 Inversão sequencial AMA-TFA

Os procedimentos para obtenção de um número mínimo de diques, obtenção de solução inicial e inversão sequencial AMA-TFA são então aplicados ao perfil L1. Posto que os dados invertidos foram filtrados segundo a subseção 4.3.2, observa-se que  $T_f^o(t, z)$  e  $|\mathbf{T}^o(t, z)|$  dizem respeito à TFA e AMA obtidas para a contribuição das fontes majoritariamente 2D ( $T_f^{2D}$ ), reduzindo a influência de interferências causadas por fontes 3D e permitindo uma aplicação mais acurada da inversão AMA-TFA com modelo de lâminas. A inversão sequencial AMA-TFA, conforme a seção 3.2.3, foi repetida ao menos 10 vezes, para avaliar a existência de soluções alternativas e a dispersão dos parâmetros a partir de diferentes soluções. Os resultados para o perfil de testes L1 são mostrados na figura 4.6. No caso da figura 4.6a, observamos que as tendências da AMA para os diques são recuperadas tanto pela solução inicial quanto pela inversão sequencial AMA-TFA. Quando avaliada a TFA, figura 4.6b, notamos que o resultado da inversão sequencial AMA-TFA apresenta melhor ajuste aos dados do que a solução inicial, especialmente para a fonte mais rasa. Por fim, na

figura 4.6c, primeiramente podemos observar que o número mínimo de diques corresponde ao número verdadeiro de diques, com os intervalos  $\Delta$  englobando o posicionamento verdadeiro dos diques. Além disso, apesar das múltiplas fontes interferentes, tanto a solução inicial quanto a inversão sequencial AMA-TFA posicionam as fontes de forma adequada em relação ao modelo verdadeiro. Porém, o modelo obtido por inversão foi mais eficaz ao determinar o topo do dique mais raso.



*Figura 4.6:* Resultados da inversão sequencial AMA-TFA para anomalia filtrada com cosseno direcional ao longo do perfil L1. a) AMA filtrada (círculos amarelos), solução inicial (linha tracejada) e ajuste aos dados (linha azul) avaliado do modelo. b) TFA filtrada (círculos amarelos), solução inicial (linha tracejada) e ajuste para a solução obtida com a inversão sequencial AMA-TFA (linha azul). c) Solução inicial (x vermelho) para o respectivo modelo de lâminas com magnetização reversa (linha azul) e magnetização normal (preto) com respeito ao campo principal simulado, solução obtida pela inversão sequencial AMA-TFA (círculos) com cores relacionadas à polaridade tal qual modelo verdadeiro. Camada de basalto simulada (zona cinza), fontes até 5 km de distância de L1 projetadas abaixo do perfil (polígonos linha preta), fontes internas ao basalto deformadas devido ao exagero vertical.

#### 4.4.1.5 Análise detalhada dos resultados

Os resultados para o caso 3 foram organizados na tabela 4.1, mostrando os valores obtidos pelo modelo de linha de corrente e pela inversão sequencial AMA-TFA, assim como apresentando os erros em relação ao modelo verdadeiro. As soluções convergiram consistentemente para valores similares de  $t_0$ ,  $z_0$ ,  $A_0$  e  $i_m$ . Quando comparado com o modelo verdadeiro, para ambas as fontes, o parâmetro  $z_0$  apresentou erro inferior a 5% e o parâmetro  $t_0$  inferior a 0.5%. A inclinação da magnetização  $i_m$  apresentou erros abaixo de 20% ( $<10^\circ$ ). O parâmetro  $A_0$  apresentou erros de aproximadamente 6% e 16% para a lâmina mais rasa e mais profunda respectivamente.

Esses resultados são relevantes, uma vez que os erros para  $z_0$  são inferiores a 1/10 do valor de uma célula de interpolação (lado 500 m) e para  $t_0$ , inferiores a 1/3 do tamanho de uma célula de interpolação. Destaca-se também o fato do parâmetro  $I_m$  ter recuperado as polaridades corretas, sendo um indicador de magnetização normal/reversa, identificando a lâmina mais profunda com polaridade reversa e a mais rasa com polaridade normal. Em geral se observa um aumento das probabilidades e uma diminuição dos erros nos resultados da inversão sequencial AMA-TFA quando comparado aos resultados do modelo de linha de corrente, a exceção sendo o aumento no erro para  $t_0$  relativo à lâmina mais rasa.

Maior acurácia é esperada para diques rasos, de particular importância para identificar sistemas de diques que contribuíram com derrames de lavas superficiais. Diques profundos, apesar de determinados com maior incerteza de profundidade, ainda podem prover resultados valiosos dependendo quão grande são as lacunas entre marcadores estratigráficos, mas podem se tornar ambíguas se a incerteza cruzar um marcador em particular. Múltiplas soluções são necessárias para verificar a incerteza do modelo em aplicações de dados reais. Esse teste de simulação numérica mostra que o procedimento de identificação e extração dos lineamentos, seguido da inversão sequencial AMA-TFA, é eficiente em lidar com anomalias complexas com diversos comprimentos de onda, dessa maneira justificando a aplicação da metodologia em dados reais.

*Tabela 4.1 - Parâmetros automáticos do modelo de linha de corrente ( $\hat{A}_0$ ,  $\hat{t}_0$ ,  $\hat{z}_0$ ) e após a inversão sequencial AMA-TFA ( $A_0$ ,  $t_0$ ,  $z_0$ ,  $I_m$ ) do caso 3 com erros em parêntesis avaliados em relação ao modelo verdadeiro. Probabilidades para os intervalos  $t_0^j \pm \Delta_j/2$ ,  $j = 1 : 2$  (conforme a Figura 4.6) para os respectivos pares ( $t_0$ ,  $z_0$ ) avaliados de acordo com a equação 3.10 para o modelo automático de linha de corrente ( $\hat{P}$ ) e para o modelo obtido pela inversão sequencial AMA-TFA ( $P$ ).*

lâmina	$\Delta$ (m)	$\hat{P}$ (%)	$\hat{A}_0$ (A)	$\hat{t}_0$ (m)	$\hat{z}_0$ (m)	$P$ (%)	$A_0$ (m)	$t_0$ (m)	$z_0$ (m)	$I_m$ (deg)
1	1755	36	280(30)	25070(252)	1340(40)	37	291(41)	24882(64)	1345(45)	-37(7)
2	752	31	264(14)	64930(0)	701(101)	36	236(14)	64784(146)	584(14)	35(5)

## 4.5 Enxame de Diques do Arco de Ponta Grossa

O procedimento proposto considerando os desenvolvimentos dos Capítulos 3 e 4, foi aplicado para localizar a distribuição de diques na Bacia do Paraná, em uma área de estudo em que as unidades sedimentares aparecem cobertas pelos basaltos da Formação Serra Geral. Uma janela específica foi selecionada para verificar a continuidade do Enxame de Diques do Arco de Ponta Grossa (PGDS), da Província Magmática Paraná-Etendeka bem mapeado na borda da bacia, mas apenas inferido no interior da bacia pela continuidade dos lineamentos magnéticos. A área selecionada é estrategicamente posicionada bacia adentro na continuidade dos lineamentos do PGDS.

### 4.5.1 Geologia local e base de dados

A geologia da Bacia do Paraná envolve principalmente a ocorrência de rochas do Mesozoico e Paleozoico, divididas em cinco supersequências (Bauru, Gondwana III, Gondwana II, Gondwana I, Paraná e Rio Ivaí) (Milani et al., 2007). Em geral, as cartas estratigráficas da Bacia do Paraná identificam inúmeros hiatos deposicionais e discordâncias. Uma carta estratigráfica simplificada da Bacia do Paraná é mostrada na figura 4.7.

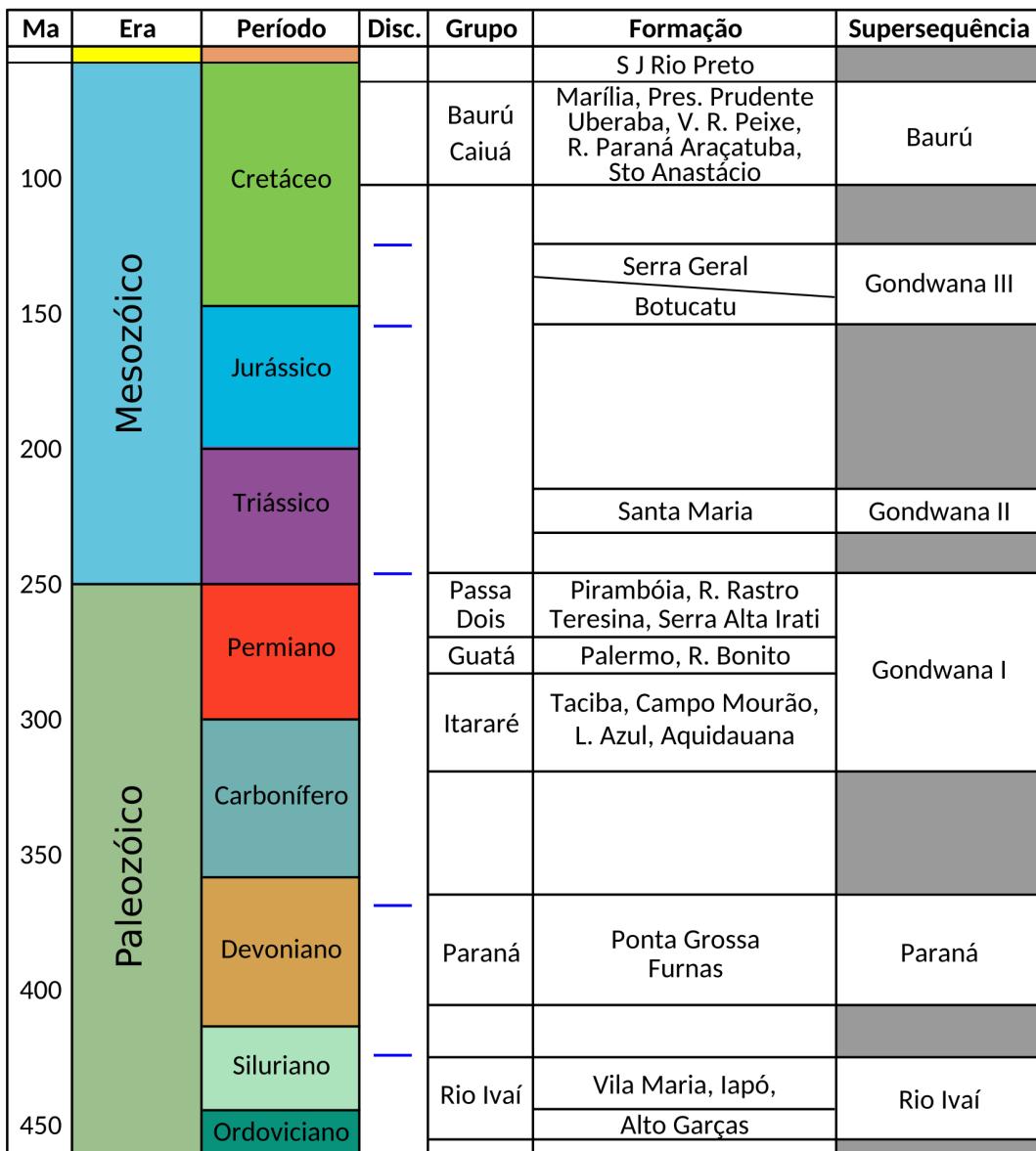


Figura 4.7: Estratigrafia simplificada da Bacia do Paraná, modificada de Milani et al. (2007).  
Hiatos deposicionais (cinza) e descontinuidades (linhas azuis).

Na área de estudos, boa parte da geologia aflorante consiste de basaltos do início do Cretáceo (Formação Serra Geral), pós-vulcânicas do Cretáceo (Grupo Bauru-Caiuá) e sedimentos do fim do Cretáceo (Grupo Baurú). A Formação Serra Geral é parte da Província Ígnea Paraná-Etendeka, associada a extensos derrames basálticos, sistemas de diques, complexos de soleiras, e intrusões félscicas e máficas encontrados na África e América do Sul. De acordo com datações radiométricas compiladas por Gomes e Vasconcelos (2021), as erupções iniciais da LIP Paraná-Etendeka ocorreram em torno de  $135.0 \pm 0.6$  milhões de

anos atrás (Ma), com derrames vulcânicos atingindo o ápice em  $134.4 \pm 0.1$  Ma, e cessando em torno de  $132.0 \pm 0.2$  Ma. Dados de poços para a região, também indicam em profundidade arenitos do Triássico-Jurássico (Formações Botucatu/Piramboia) que formam o Sistema Aquífero Guarani (GAS) de extensões continentais. O GAS possui espessura média de 250 m, variando de 50 m até 600 m ao longo da bacia, com armazenamento de água subterrânea de cerca de  $3 \times 10^4$  km<sup>3</sup> (Hirata e Foster, 2021).

Os dados aeromagnéticos na região foram adquiridos em 2009 pela Agência Nacional de Petróleo (ANP) no projeto aeromagnético 28058. Esse levantamento cobre uma área de 217000 km<sup>2</sup>, com linhas de voo Norte-Sul espaçadas de 6 km na altitude média de 1800 m. O dado magnético foi interpolado com algoritmo de mínima curvatura (Taylor e Mason, 1971) utilizando células de 1500x1500 m. A inclinação do campo magnético na época da aquisição magnética era de -30°, com declinação magnética de -18°. A figura 4.8 mostra a localização da área de estudo e a anomalia de campo total observada (TFA) na área selecionada. As características geológicas e os lineamentos magnéticos associados ao PGDS são indicados no mapa geológico esquemático para a porção nordeste da bacia do Paraná (figura 4.8a). Apesar dos diques não serem explicitamente mapeados na área de estudo, lineamentos magnéticos NW bem marcados (figura 4.8b) sugerem a continuidade do PGDS bacia adentro, seja abaixo ou transpassando as camadas sedimentares e vulcânicas da bacia do Paraná. Acredita-se que o PGDS representa o sistema de alimentação principal (Almeida et al., 2018) para derrames de lava ricos em titânio (alto-Ti) que cobrem as sequências sedimentares da porção norte da bacia do Paraná. Esses lineamentos magnéticos podem sugerir a presença de fontes subaflorantes que não são diretamente associadas com as formações geológicas aflorantes, possivelmente compartmentalizando o GAS impedindo a percolação livre transversalmente aos diques maciços, assim como servindo como fontes de calor para sistemas de petróleo dentro das sequências paleozoicas (dos Santos Euzébio et al., 2016; Teixeira et al., 2020).

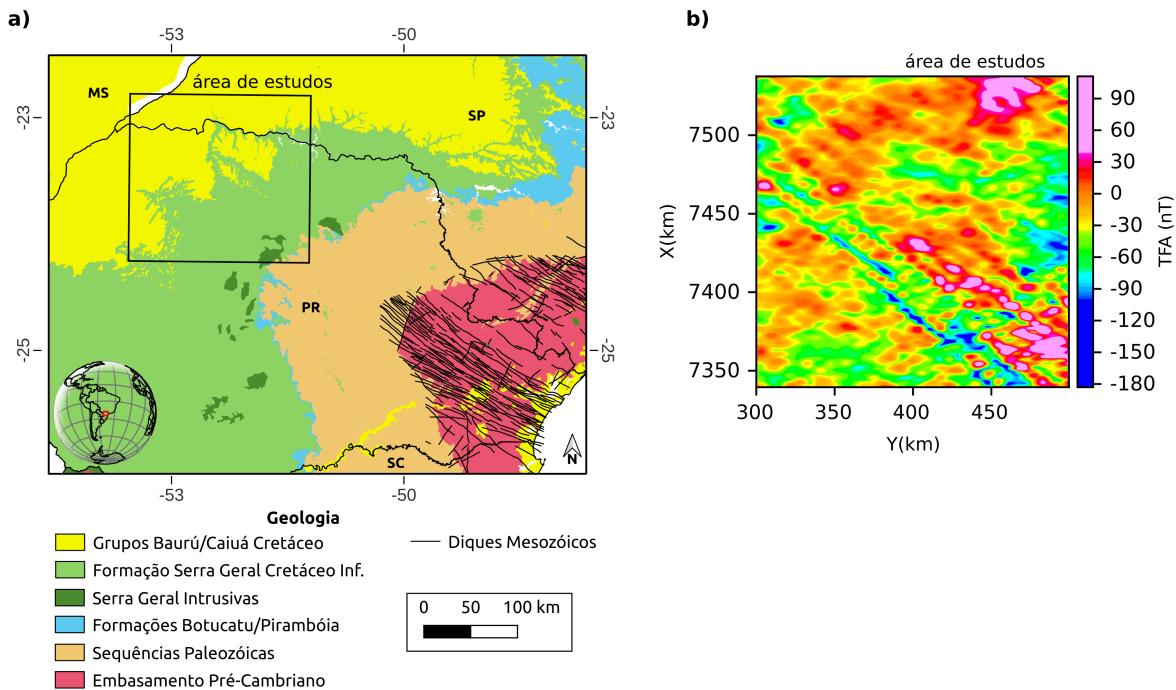
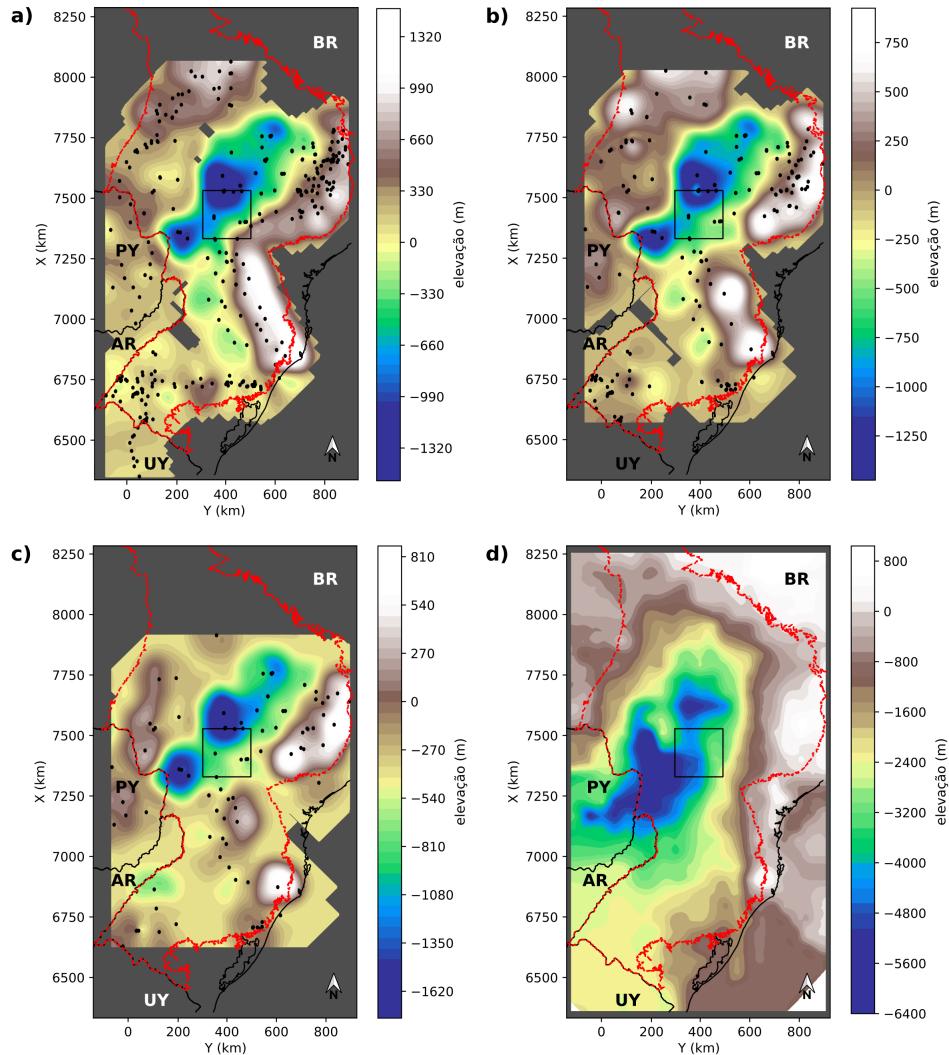


Figura 4.8: a) Geologia esquemática de fundo com as principais formações geológicas e localização da área de estudo (polígono preto), considerando os estados de São Paulo (SP), Mato Grosso do Sul (MS), Paraná (PR) e Santa Catarina (SC). b) Mapa aeromagnético para a área de estudo, composto a partir dos dados do projeto 28058 da ANP.

Para estabelecer a correlação entre as profundidades obtidas na inversão sequencial AMA-TFA e os marcadores estratigráficos, foi conduzida uma interpolação utilizando dados de 1614 poços provenientes das bases de dados do Sistema de Informação de Águas Subterrâneas (SIAGAS) e Petrobras S/A (Soares et al., 2007). Isso permitiu obter horizontes para a base da Formação Serra Geral, da Formação Botucatu e da Formação Piramboia. Somado a isso, os dados de poços interpolados por Mariani et al. (2013), indicam as espessuras dos sedimentos pré-vulcânicos, que demarcam o topo do embasamento da bacia. A figura 4.9 mostra a elevação para cada um desses horizontes e o posicionamento da área de estudos. É possível observar que a NW na área de estudos a bacia do Paraná é mais espessa, enquanto que a SE na área de estudos se observa redução da espessura.



*Figura 4.9:* Horizontes geológicos definidos por poços catalogados por Soares et al. (2007) e interpolação de dados de poços de Mariani et al. (2013). a) Base da Formação Serra Geral. b) Base da Formação Botucatu. c) Base da Formação Piramboia. d) Topo do embasamento para a região. Limites da Bacia do Paraná para a janela de observação (tracejado vermelho), poços disponíveis do SIAGAS e Petrobras S/A (pontos pretos), divisão territorial (linhas pretas e siglas) e janela de estudos (polígono preto).

#### 4.5.2 Identificação lineamentos magnéticos

Seguindo o procedimento proposto, a primeira tarefa para identificar objetivamente lineamentos sutis em meio às interferências das inomogeneidades causadas pelas estruturas dos derrames é avaliar a curva de  $Q(\alpha')$  para determinar a direção  $\alpha$ , ao longo da qual a maioria das contribuições dos corpos tabulares ocorre. Essa definição é necessária para se determinar precisamente o ângulo de filtragem com cosseno direcional que recupera a anomalia gerada por corpos tabulares tais como atribuídos aos diques. Conforme visto

na figura 4.10, o mapeamento de  $Q(\alpha')$  claramente determina um ponto de mínimo em  $\alpha = 125^\circ$ , o que coincide com a direção principal dos lineamentos do PGDS assim como determinado na borda da bacia do Paraná (Mendonça et al., 2019). Essa coincidência sugere a continuidade do PGDS até os domínios da área de estudo.

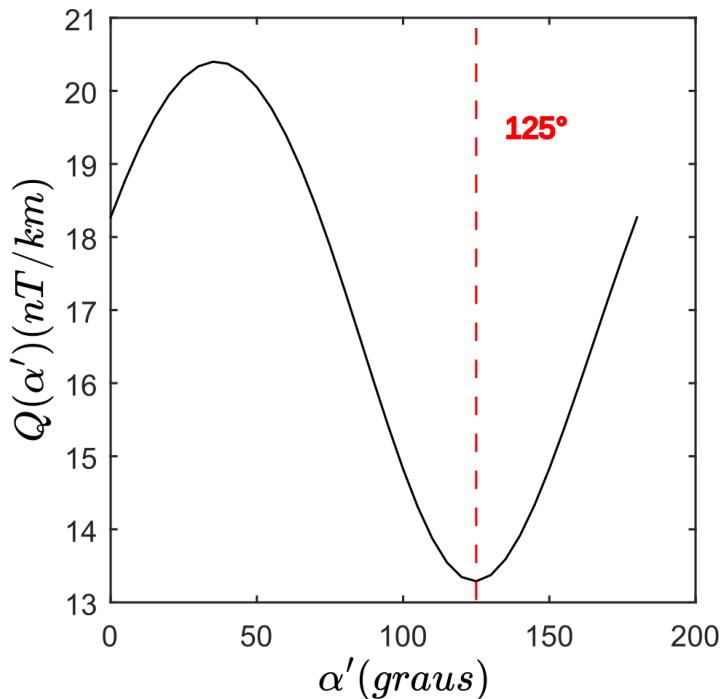
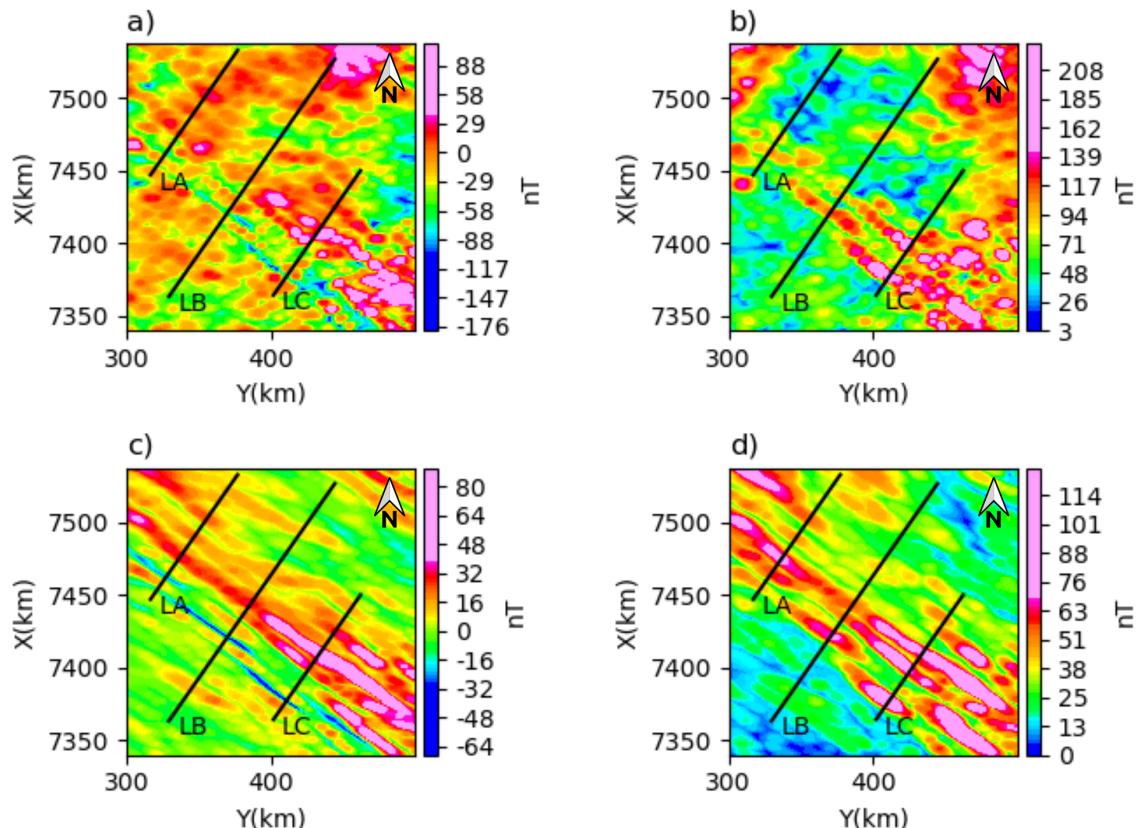


Figura 4.10: Determinação da direção dos lineamentos para a área de estudo.  $\alpha'$  de teste de 0 a  $180^\circ$  utilizado para calcular  $Q(\alpha')$  segundo a 4.4. O valor mínimo de  $\alpha = 125^\circ$  (linha tracejada vermelha) aponta para uma direção média coincidente com os lineamentos do PGDS

#### 4.5.3 Extração de perfis

Uma vez reconhecida a direção média para os lineamentos, o ângulo de  $\alpha = 125^\circ$  foi usado na filtragem com cosseno direcional, utilizando uma banda estreita  $\lambda = 0.5$  tal qual equação 4.6, para extraír os lineamentos da TFA observada na área de estudo. A figura 4.11 mostra os mapas da TFA e AMA originais antes da aplicação da extração de lineamentos (figuras 4.11a e 4.11b) e após (figuras 4.11c e 4.11d) a filtragem com cosseno direcional. Uma redução significante das interferências é observada após a extração de lineamentos, realçando a continuidade dos lineamentos que em certas partes da área de estudo mal podiam ser reconhecidos. A extensão dos lineamentos também são melhor delineadas e, ao longo dos lineamentos, a amplitude da anomalia no mapa de AMA em particular (figura

4.11d) praticamente se mantém uniforme. As transectas para extrair os perfis de AMA e TFA são posicionadas procurando cobrir porções contínuas dos lineamentos (não suas terminações), uma condição necessária para aplicar a inversão sequencial AMA-TFA que se baseia em modelos 2D de lâmina e linha de corrente. Considerando o tamanho da área, e tentando interceptar um grande número de lineamentos ao longo do PGDS, três perfis foram selecionados.



*Figura 4.11:* TFA e AMA original e com lineamentos enfatizados, assinalando os perfis selecionados LA, LB e LC para alimentarem a inversão sequencial AMA-TFA. a) Anomalia de campo total original (TFA). b) Amplitude da anomalia magnética original (AMA). c) TFA com enfatização de lineamentos após a filtragem com cosseno direcional considerando a direção principal  $\alpha = 125^\circ$ . d) AMA calculada a partir de c), delineando melhor comprimentos e continuidade dos lineamentos.

Os campos de AMA e TFA ao longo desses perfis foram extraídos e interpretados visando determinar um número mínimo de diques e soluções automáticas pela equivalência com linhas de corrente para, então, alimentar a inversão sequencial AMA-TFA. A importância da extração dos lineamentos antes da inversão é ilustrada na figura 4.12, com os perfis de AMA e TFA originais e os extraídos com a filtragem direcional aplicada à malha de dados. Em geral, as anomalias filtradas não apenas suprimem o conteúdo de alta frequência indicativo de fontes rasas, como também corrigem o efeito do campo regional, fazendo com que as anomalias resultantes apresentem decaimento para uma linha de base com valor nulo. Na AMA filtrada, a resposta anômala tem forma de sino mais explícita, tal como esperada para corpos tabulares, em algumas partes dos perfis praticamente removendo as contribuições de fontes não lineares. Sem essa remoção prévia, todas as variações da anomalia poderiam erroneamente ser interpretadas como associadas a diques, certamente distorcendo a estimativa de um número mínimo de diques utilizando a derivada segunda da AMA como critério.

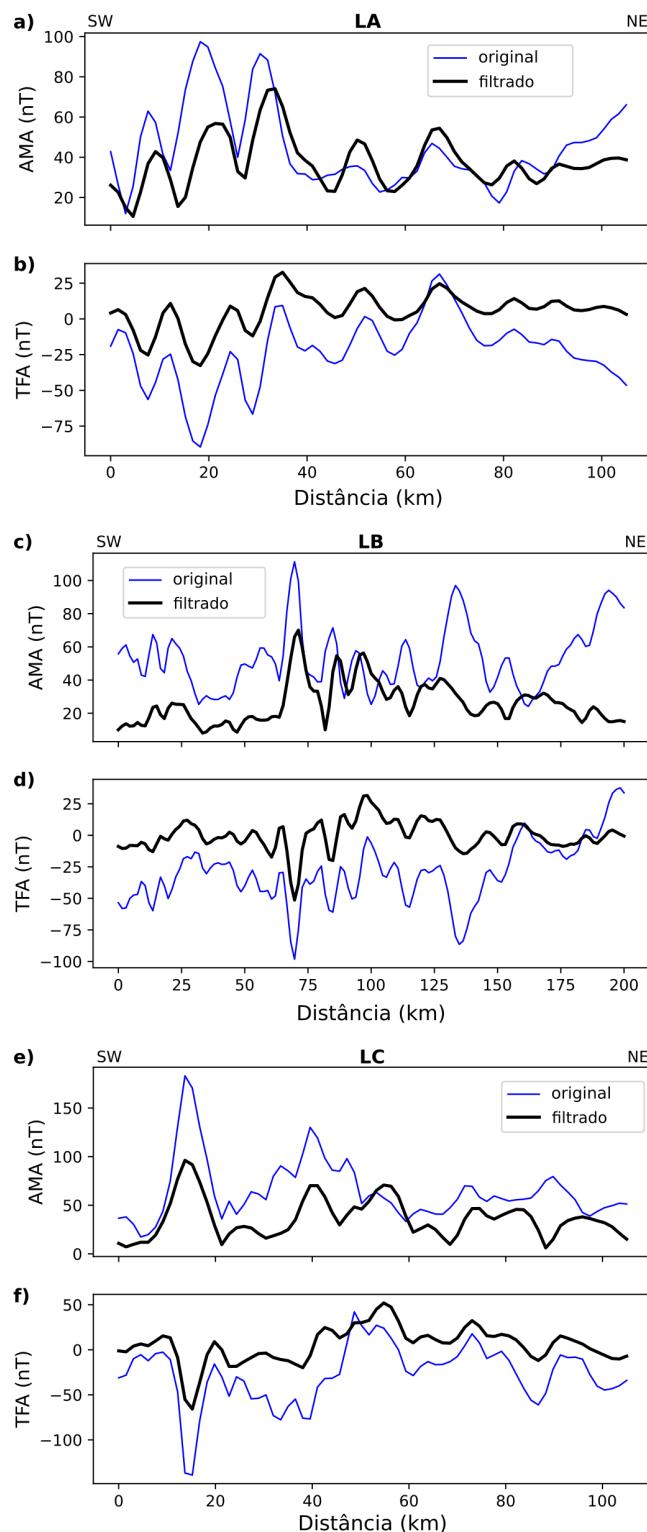


Figura 4.12: Campos de AMA e TFA original (azul) e filtrado com cosseno direcional (preto) para os perfis selecionados na área de estudos. a) TFA e b) AMA para o perfil LA. c) TFA e d) AMA para o perfil LB. e) TFA e f) AMA para o perfil LC.

#### 4.5.4 Inversão sequencial AMA-TFA

A inversão sequencial AMA-TFA foi aplicada aos perfis LA, LB e LC após a extração dos lineamentos tal qual desenvolvido ao longo da tese. Por se tratar de um cenário bastante desafiador, optamos por apresentar nas figuras de resultados o ajuste para 10 diferentes soluções para cada perfil. As soluções que lograram convergência com  $Q(\mathbf{p})$  inferior ao limite estabelecido para cada perfil na primeira e segunda etapas da inversão AMA-TFA segundo as equações 3.19 e 3.21, foram aceitas como solução do problema inverso e seus respectivos ajustes apresentados nas figuras de resultados. Para cada perfil, as distribuições dos diques cujos ajustes obtiveram o menor valor de resíduo são apresentadas tendo como pano de fundo algumas das referências estratigráficas mais importantes da bacia. Todas as soluções satisfazendo os critérios de ajuste foram utilizadas para calcular o desvio padrão dos parâmetros que descrevem o modelo de lâmina, cujos valores são apresentados na subseção 4.5.5.

A figura 4.13 mostra os resultados para o perfil LA, localizado na parte noroeste da área de estudo considerando  $Q(\mathbf{p}) < 20$  nT. O envelope de soluções mostra-se relativamente estreito, principalmente após a segunda fase da inversão, conforme mostra a figura 4.13b. A figura 4.13c, mostra a distribuição de diques determinada ao longo do perfil LA e as probabilidades previstas pelo modelo de linha de corrente. A maior parte dos diques no perfil são encontrados na base da Formação Serra Geral ou no GAS, que consiste primariamente das formações Botucatu e Piramboia, embora alguns diques apareçam profundidades maiores, se hospedando em sequências sedimentares na base da bacia. Os oito diques inferidos nessa transecta de 105 km (densidade de  $\sim 0.07$  diques/km) exibem inclinação da magnetização compatível com polaridade normal.

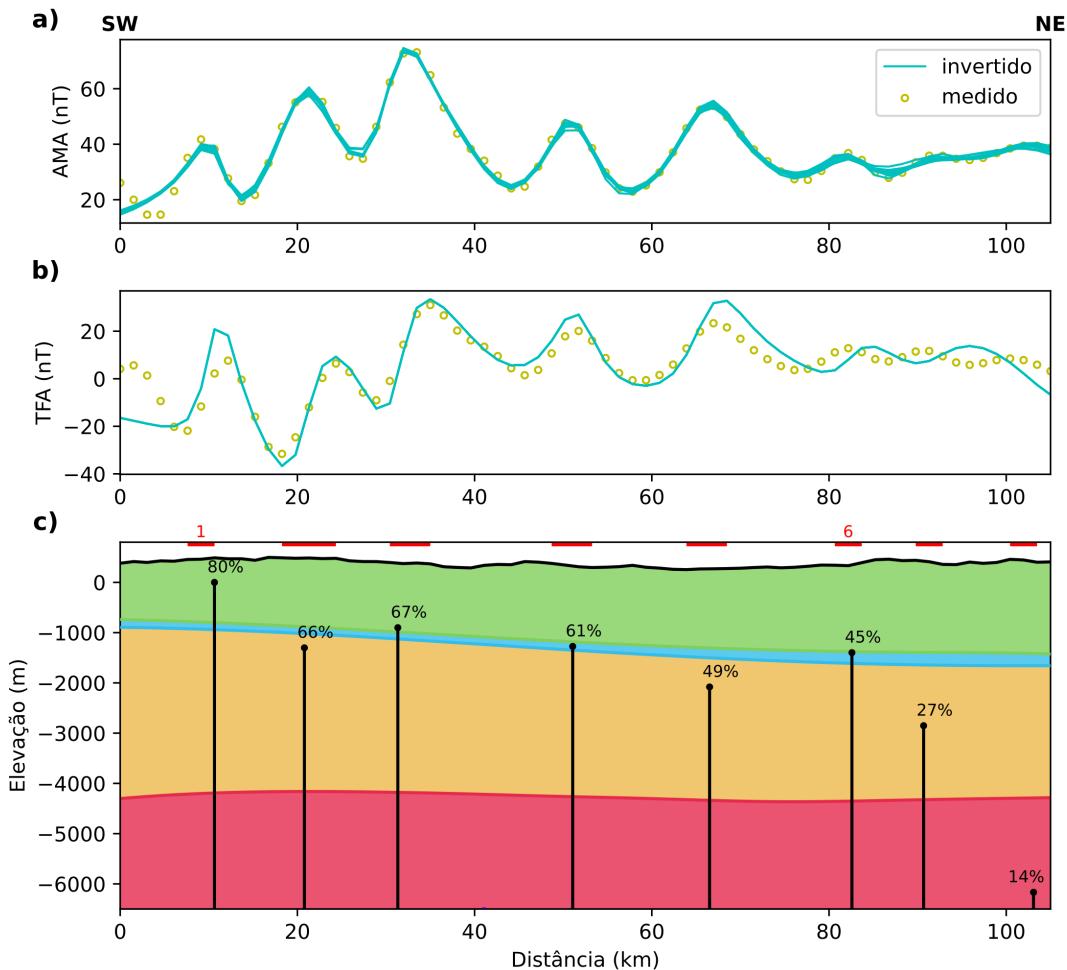
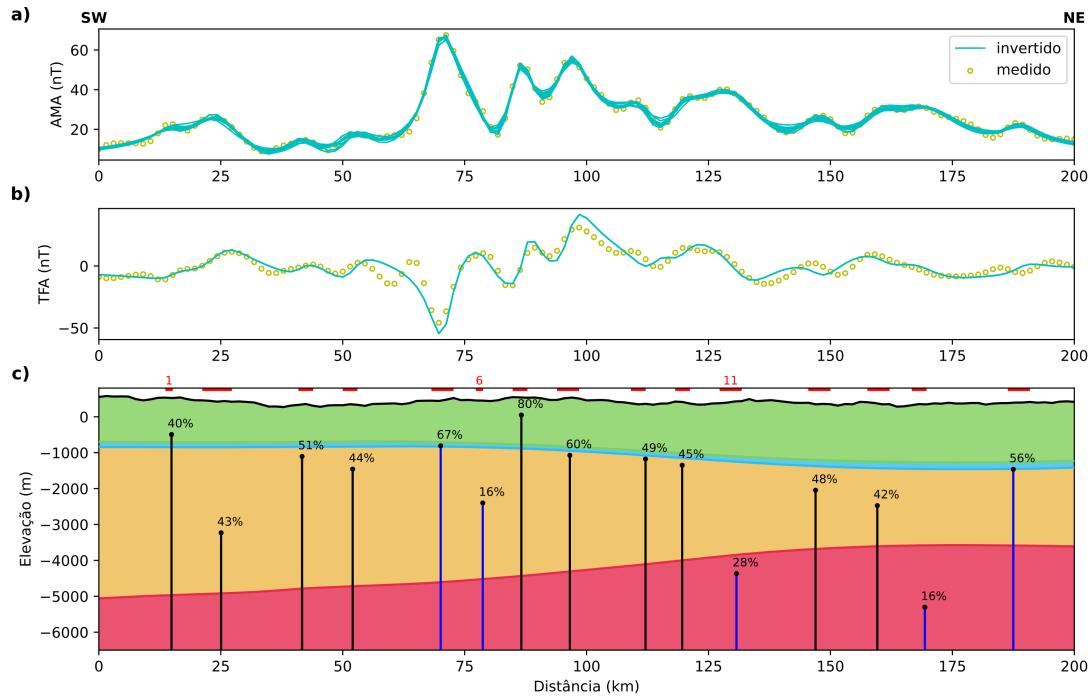


Figura 4.13: Resultados da inversão sequencial AMA-TFA para o perfil LA. a) Ajuste da TFA para 10 repetições da inversão sequencial AMA-TFA (linhas azuis), perfil da TFA extraído dos dados filtrados (círculos amarelos). b) Ajuste da AMA para 10 repetições da inversão sequencial (linhas azuis), AMA calculada a partir da TFA filtrada (círculos amarelos). c) Solução com fontes posicionadas em termos de elevação,  $(t_0, z_0)$  para as fontes (pontos pretos), polaridade normal da inclinação da magnetização marcado nos diques (linhas pretas), probabilidades individuais para o modelo de diques (porcentagens). As camadas inferidas dos dados de poços são coloridas, Formação Serra Geral (verde), GAS (azul), formações Paleozóicas (bege), embasamento (vermelho). Intervalos  $\Delta_j$  numerados e demarcados em vermelho.

O perfil LB é quase duas vezes maior que o perfil anterior, 200 km, posicionado próximo ao centro da área, praticamente interceptando o PGDS transversalmente. Os resultados para esse perfil são apresentados na figura 4.14 considerando  $Q(\mathbf{p}) < 20$  nT, com qualidade de ajuste similar ao observado no perfil LA. Para o perfil LB, a maioria das fontes inferidas são encontradas em formações Paleozoicas da base da bacia, com algumas ocorrências próximas ao GAS ou alcançando a base da Formação Serra Geral, poucas ocorrências alcançando as porções superiores da cobertura basáltica. Tal como no perfil LA, a densidade

de fontes se mantém em  $\sim 0.07$  diques/km. Observa-se também que,  $\sim 71\%$  das fontes apresentam polaridade normal (inclinação da magnetização negativa),  $\sim 29\%$  com polaridade reversa.



*Figura 4.14:* Resultados da inversão sequencial AMA-TFA para o perfil LB. a) Ajuste da TFA para 10 repetições da inversão sequencial AMA-TFA (linhas azuis), perfil da TFA extraído dos dados filtrados (círculos amarelos). b) Ajuste da AMA para 10 repetições da inversão sequencial AMA-TFA (linhas azuis), AMA calculada a partir da TFA filtrada (círculos amarelos). c) Solução com fontes posicionadas em termos de elevação,  $(t_0, z_0)$  para as fontes (pontos pretos), polaridade normal da inclinação da magnetização marcado nos diques (linhas pretas) e polaridade reversa (linhas azuis), probabilidades individuais para o modelo de diques (porcentagens). As camadas inferidas dos dados de poços são coloridas, Formação Serra Geral (verde), GAS (azul), formações Paleozoicas (bege), embasamento (vermelho). Intervalos  $\Delta_j$  numerados e demarcados em vermelho.

Por fim, o perfil LC com extensão similar ( $\sim 100$  km) à do perfil LA, posiciona-se na porção sudeste na área de estudo. Os resultados da inversão para este perfil são mostrados na figura 4.15 considerando  $Q(\mathbf{p}) < 40$  nT. Como mostra a figura 4.15c, ao longo do perfil LC as fontes são mais uniformemente distribuídas entre os diferentes horizontes se comparado aos os demais perfis. De um modo geral, as fontes nesse perfil aparecem em níveis mais rasos, possivelmente devido à proximidade da borda da bacia do Paraná, com afinamento das unidades sedimentares e da cobertura basáltica. Tal como nos perfis anteriores, a densidade de diques se mantém em  $\sim 0.07$  diques/km, com polaridades normal

(~63% dos diques) e reversa (~37% dos diques).

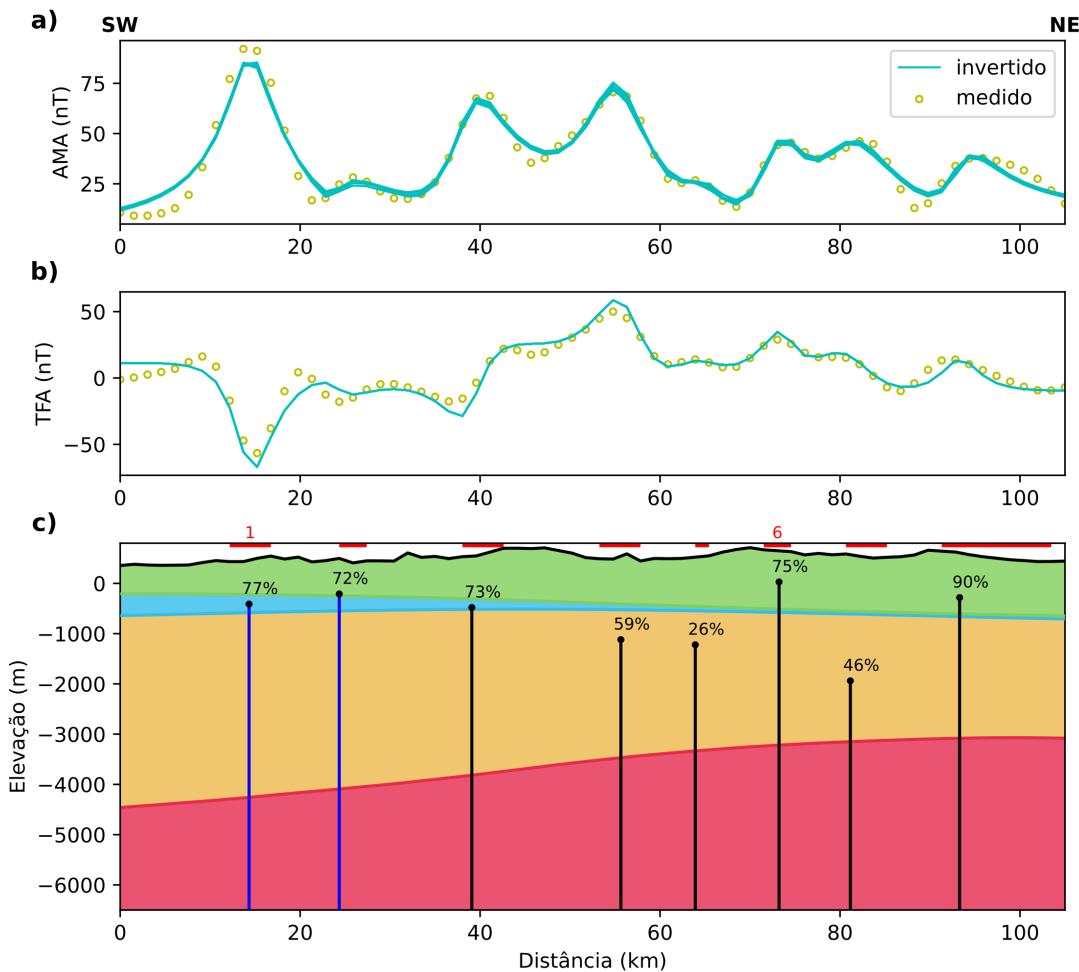


Figura 4.15: Resultados da inversão sequencial AMA-TFA para o perfil LC. a) Ajuste da TFA para 10 repetições da inversão sequencial AMA-TFA (linhas azuis), perfil da TFA extraído dos dados filtrados (círculos amarelos). b) Ajuste da AMA para 10 repetições da inversão sequencial AMA-TFA (linhas azuis), AMA calculada a partir da TFA filtrada (círculos amarelos). c) Solução com fontes posicionadas em termos de elevação,  $(t_0, z_0)$  para as fontes (pontos pretos), polaridade normal da inclinação da magnetização marcado nos diques (linhas pretas) e polaridade reversa (linhas azuis), probabilidades individuais para o modelo de diques (porcentagens). As camadas inferidas dos dados de poços são coloridas, Formação Serra Geral (verde), GAS (azul), formações Paleozoicas (bege), embasamento (vermelho). Intervalos  $\Delta_j$  numerados e demarcados em vermelho.

#### 4.5.5 Análise detalhada dos resultados

Os resultados para os perfis LA, LB e LC foram organizados nas tabelas 4.2, 4.3 e 4.4 a fim de detalhar-se os valores obtidos para os parâmetros associados aos diques. Nessas tabelas estão presentes os parâmetros da solução automática obtidos com o modelo de

linha de corrente e que serviram com solução inicial para o ajuste aos dados na inversão sequencial AMA-TFA. Também nas tabelas estão as estimativas de erro na determinação de cada parâmetro dos modelos de lâmina e/ou de linha de corrente, calculados a partir dos resultados de 10 soluções alternativas, todas elas ajustando a mesma base de dados. Avaliando o parâmetro  $A_0$  da intensidade de corrente para o modelo de linha de corrente, 4 unidades do modelo apresentam erros inferiores a 20%, 2 inferiores a 25% e 2 inferiores a 30%. Em sintonia com as simulações numéricas realizadas, aqui também se observa um aumento de probabilidade para o modelo obtido na inversão sequencial se comparada com aquela associada ao modelo de linha de corrente da solução automática. Esse efeito parece resultar de um ajuste mais fino propiciado pela inversão sequencial AMA-TFA, que tende a posicionar as fontes em níveis mais rasos. Em contrapartida, o modelo resultante da inversão atribui menores valores para a corrente  $A_0$ .

A tabela 4.2 apresenta os valores para o perfil LA, contendo 8 diques inferidos. Essa tabela evidencia a tendência de diques mais profundos na direção NE do perfil LA. Nesse perfil, nota-se um aumento do erro inferido para diques mais profundos, as fontes com profundidades inferiores a 2000 m com erros menores que 10%, as demais com erros inferiores a 20%. Há de se observar que o tamanho das células da malha da área de estudos é de 1500 x 1500 m, de forma que referente a  $z_0$ , 6 dos 8 diques inferidos apresentam erros inferiores a 1/4 do tamanho das células da malha, nenhum dique com erro superior ao tamanho da célula. Comportamento similar é observado para o parâmetro  $t_0$ , com 5 dos 8 diques identificados apresentando erros inferiores a 1/4 da célula, nenhum acima desse tamanho. A inclinação da magnetização, parâmetro  $I_m$ , para os 5 diques apresentam erros inferiores a 5°, não comprometendo as estimativas de inclinação da magnetização, se na condição normal ou reversa.

Tabela 4.2 - Parâmetros automáticos do modelo de linha de corrente ( $\hat{A}_0$ ,  $\hat{t}_0$ ,  $\hat{z}_0$ ) e após a inversão sequencial AMA-TFA ( $A_0$ ,  $t_0$ ,  $z_0$ ,  $I_m$ ) do perfil LA com erros em parêntesis avaliados pela não-unicidade das soluções. Probabilidades para os intervalos  $t_0^j \pm \Delta_j/2$ ,  $j = 1 : 8$  (conforme a Figura 4.13) para os respectivos pares ( $t_0$ ,  $z_0$ ) avaliados de acordo com a equação 3.10 para o modelo automático de linha de corrente ( $\hat{P}$ ) e para o modelo obtido pela inversão sequencial AMA-TFA ( $P$ ).

dique	$\Delta$ (m)	$\hat{P}$ (%)	$\hat{A}_0$ (A)	$\hat{t}_0$ (m)	$\hat{z}_0$ (m)	$P$ (%)	$A_0$ (m)	$t_0$ (m)	$z_0$ (m)	$I_m$ (deg)
1	3043	63	489	9130	987	80	664(154)	10642(66)	489(35)	-121(1)
2	6087	53	1322	22826	2738	66	1204(147)	20791(166)	1788(122)	-47(1)
3	4565	55	1164	31957	1941	67	974(85)	31334(182)	1275(122)	-38(0)
4	4565	57	743	50217	1771	61	671(113)	51072(259)	1585(313)	-155(1)
5	4565	45	1005	65435	2595	49	890(187)	66522(217)	2352(375)	-124(3)
6	3043	35	742	82174	2450	45	331(65)	82581(832)	1731(106)	-123(16)
7	3043	24	933	91304	3776	27	438(119)	90676(789)	3263(534)	-104(25)
8	3043	12	1787	101957	7485	14	1132(338)	103082(688)	6568(1059)	-58(45)

A tabela 4.3 apresenta os valores obtidos para o perfil LB. Nesse caso para o parâmetro  $z_0$ , das 15 fontes inferidas 5 apresentam erros inferiores a 15%, 8 abaixo de 20% e com exceção da lâmina número 1 (41%), todas as demais apresentam erros inferiores a 30%. Levando em conta o tamanho das células da malha, 80% das fontes apresentam erros inferiores a 1/3 do tamanho de uma célula para  $z_0$ . Para o parâmetro  $t_0$ , os erros apresentados são inferiores a 5%. Para o parâmetro  $A_0$ , os diques número 3, 10 e 15 apresentam erros inferidos acima de 50% indicando maior ambiguidade na definição desse parâmetro para esse perfil. Já para o parâmetro  $I_m$ , os diques inferidos de número 12 e 15 apresentam um comprometimento na determinação de polaridade, uma vez que o erro na determinação da inclinação da magnetização não permite discriminar uma condição da outra. Deve-se destacar, entretanto, que o ajuste dos dados de TFA mostra-se comprometido nesta parte do perfil, indicando uma incapacidade do modelo em explicar os dados observados nessa parte do perfil. Nos demais casos, as polaridades inferidas para as lâminas não se alteram, sendo que para 10 das 15 inferidas pela inversão sequencial os erros são inferiores a 5°. As polaridades dos diques 12 e 15 devem assim, serem desconsideradas, provavelmente comprometidas por efeitos locais de fontes interferentes que impedem uma melhor caracterização do modelo.

*Tabela 4.3 - Parâmetros automáticos do modelo de linha de corrente ( $\hat{A}_0$ ,  $\hat{t}_0$ ,  $\hat{z}_0$ ) e após a inversão sequencial AMA-TFA ( $A_0$ ,  $t_0$ ,  $z_0$ ,  $I_m$ ) do perfil LB com erros em parêntesis avaliados pela não-unicidade das soluções. Probabilidades para os intervalos  $t_0^j \pm \Delta_j/2$ ,  $j = 1 : 15$  (conforme a Figura 4.14) para os respectivos pares ( $t_0$ ,  $z_0$ ) avaliados de acordo com a equação 3.10 para o modelo automático de linha de corrente ( $\hat{P}$ ) e para o modelo obtido pela inversão sequencial AMA-TFA ( $P$ ).*

dique	$\Delta$ (m)	$\hat{P}$ (%)	$\hat{A}_0$ (A)	$\hat{t}_0$ (m)	$\hat{z}_0$ (m)	$P$ (%)	$A_0$ (m)	$t_0$ (m)	$z_0$ (m)	$I_m$ (deg)
1	1515	28	305	13636	1590	40	81(23)	14897(164)	1016(419)	-76(3)
2	6061	45	573	21212	3467	43	629(89)	25066(697)	3671(573)	-109(1)
3	3030	37	284	42424	2269	51	184(93)	41666(817)	1436(394)	-82(3)
4	3030	36	326	51515	2387	44	367(84)	52041(691)	1808(523)	-56(3)
5	4545	54	1237	71212	1988	67	1089(59)	70088(242)	1251(40)	5(0)
6	1515	15	827	78788	3086	16	598(226)	78714(277)	2852(343)	150(0)
7	3030	64	570	86364	936	80	521(156)	86629(322)	488(38)	-99(1)
8	4545	51	903	95455	2183	60	874(206)	96571(277)	1609(304)	-85(1)
9	3030	39	651	110606	2088	49	315(178)	112085(473)	1537(326)	-27(2)
10	3030	35	637	119697	2425	45	316(314)	119600(751)	1761(362)	-12(4)
11	4545	29	1286	128788	4638	28	1060(190)	130732(718)	4793(820)	86(11)
12	4545	37	678	148485	3346	48	344(104)	146945(907)	2393(250)	-134(112)
13	4545	34	743	159091	3721	42	325(139)	159610(758)	2859(506)	-94(68)
14	3030	18	1042	168182	4980	16	684(235)	169359(566)	5650(463)	33(33)
15	4545	50	421	187879	2214	56	141(141)	187492(678)	1859(392)	10(113)

A tabela 4.4 apresenta os valores para os diques inferidos para o perfil LC. Nesse caso foram inferidos 8 diques, sendo que para o parâmetro  $z_0$ , 7 deles possuem erros inferiores a 15%. Em termos de tamanho das células da malha, em todos os casos o erro foi inferior a 1/4 do tamanho da célula. Comportamento similar é observado para o parâmetro  $t_0$ , com 7 entre 8 diques apresentando erro inferior a 1/4 do tamanho da célula. A análise das soluções alternativas indica margens inferiores a 2% para a localização dos diques ao longo do perfil. Em termos do parâmetro  $A_0$ , apenas o dique número 5 apresenta um erro considerável (17%), os demais inferiores a 10% indicando uma boa definição desse parâmetro. Por fim, para a inclinação da magnetização  $I_m$ , os diques de número 4 e 7 apresentam uma indefinição na determinação de polaridade, visto que o erro associado permite a troca de polaridades. Entretanto, há de se observar na figura 4.15, que o ajuste da TFA nessa parte do perfil é satisfatório, como tal sugerindo que uma direção sub-

horizontal de magnetização seja compatível com a base de dados. Para os demais casos, os erros inferidos são em geral menores que  $1^\circ$ .

*Tabela 4.4 - Parâmetros automáticos do modelo de linha de corrente ( $\hat{A}_0$ ,  $\hat{t}_0$ ,  $\hat{z}_0$ ) e após a inversão sequencial AMA-TFA ( $A_0$ ,  $t_0$ ,  $z_0$ ,  $I_m$ ) do perfil LC com erros em parêntesis avaliados pela não-unicidade das soluções. Probabilidades para os intervalos  $t_0^j \pm \Delta_j/2$ ,  $j = 1 : 8$  (conforme a Figura 4.15) para os respectivos pares ( $t_0$ ,  $z_0$ ) avaliados de acordo com a equação 3.10 para o modelo automático de linha de corrente ( $\hat{P}$ ) e para o modelo obtido pela inversão sequencial AMA-TFA ( $P$ ).*

dique	$\Delta$ (m)	$\hat{P}$ (%)	$\hat{A}_0$ (A)	$\hat{t}_0$ (m)	$\hat{z}_0$ (m)	$P$ (%)	$A_0$ (m)	$t_0$ (m)	$z_0$ (m)	$I_m$ (deg)
1	4565	62	1276	13696	1507	77	1148(2)	14324(73)	845(2)	51(0)
2	3043	54	387	25870	1336	72	200(16)	24347(27)	708(71)	103(0)
3	4565	58	1192	41087	1733	73	781(19)	39081(163)	1026(21)	-17(0)
4	4565	51	1404	56304	2181	59	1264(39)	55645(253)	1707(110)	-180(113)
5	1522	25	454	63913	1781	26	351(59)	63914(403)	1744(349)	-143(0)
6	3043	59	500	73043	1131	75	450(11)	73225(177)	621(68)	-180(2)
7	4565	54	866	83696	1951	46	779(48)	81150(262)	2525(213)	-175(183)
8	12174	83	428	92826	1584	90	385(1)	93292(244)	907(32)	-146(0)

#### 4.5.6 Análise qualitativa dos resultados

Com intuito de resumir os resultados para a área de estudos, a figura 4.16 mostra as estimativas dos diques colocadas em visão de mapa. As estimativas estão classificadas em três grupos baseados na proximidade dos diferentes marcos estratigráficos utilizados como referência para o posicionamento do topo dos diques. O primeiro grupo consiste de estimativas próximas à metade superior da Formação Serra Geral; o segundo comprehende estimativas próximas à metade inferior da Formação Serra Geral; o terceiro inclui estimativas mais profundas, confinadas às formações Paleozoicas ou ao embasamento. As estimativas de erro para a profundidade do topo foram utilizadas para determinar a inclusão dos diques em cada grupo, excluindo dessa classificação as estimativas com margem de erro compatível com topo de fonte em mais de um grupo.

Tal como mostra a figura 4.16a, a média das estimativas de elevação para os diques no perfil LC (-704 m) é  $\sim 65\%$  menor do que a média observada para o perfil LA (-1996 m) e,  $\sim 64\%$  menor do que a média observada para o perfil LB (-1913 m). Trata-se de uma diferença bastante significativa entre a média para o perfil LC e as médias para os demais perfis. É possível utilizar algumas informações sobre a geologia da área para explicar esta diferença. Conforme mencionado na subseção 4.5.1, a área de estudos está centrada aproximadamente na longitude e latitude ( $-52^\circ, -22^\circ$ ) englobando variações substanciais de espessura da bacia do Paraná (figura 4.16b), sendo que o perfil LC está posicionado mais próximo da borda da bacia que os demais perfis. Além disso, tal qual observado por Soares et al. (2007), na figura 4.16b se constata que essa área apresenta intenso processo de falhamento no sentido NE, com rejeito entre blocos estruturais significativos. Desse modo, é possível concluir que os perfis LA e LB estão associados à blocos estruturais mais profundos do que o perfil LC, apresentando uma explicação plausível para as diferenças observadas nas médias de profundidades. Na figura 4.16b se observa que os perfis LA e LB estão em localizações onde o embasamento da bacia é mais profundo. Além disso, um possível efeito do rejeito entre blocos pode ser observado no perfil LC. Nesse caso, as três estivativas em azul na extremidade SW do perfil, parecem estar confinadas entre os lineamentos estruturais de número III e IV, apresentando considerável diferença de elevação para as demais estimativas do perfil LC.

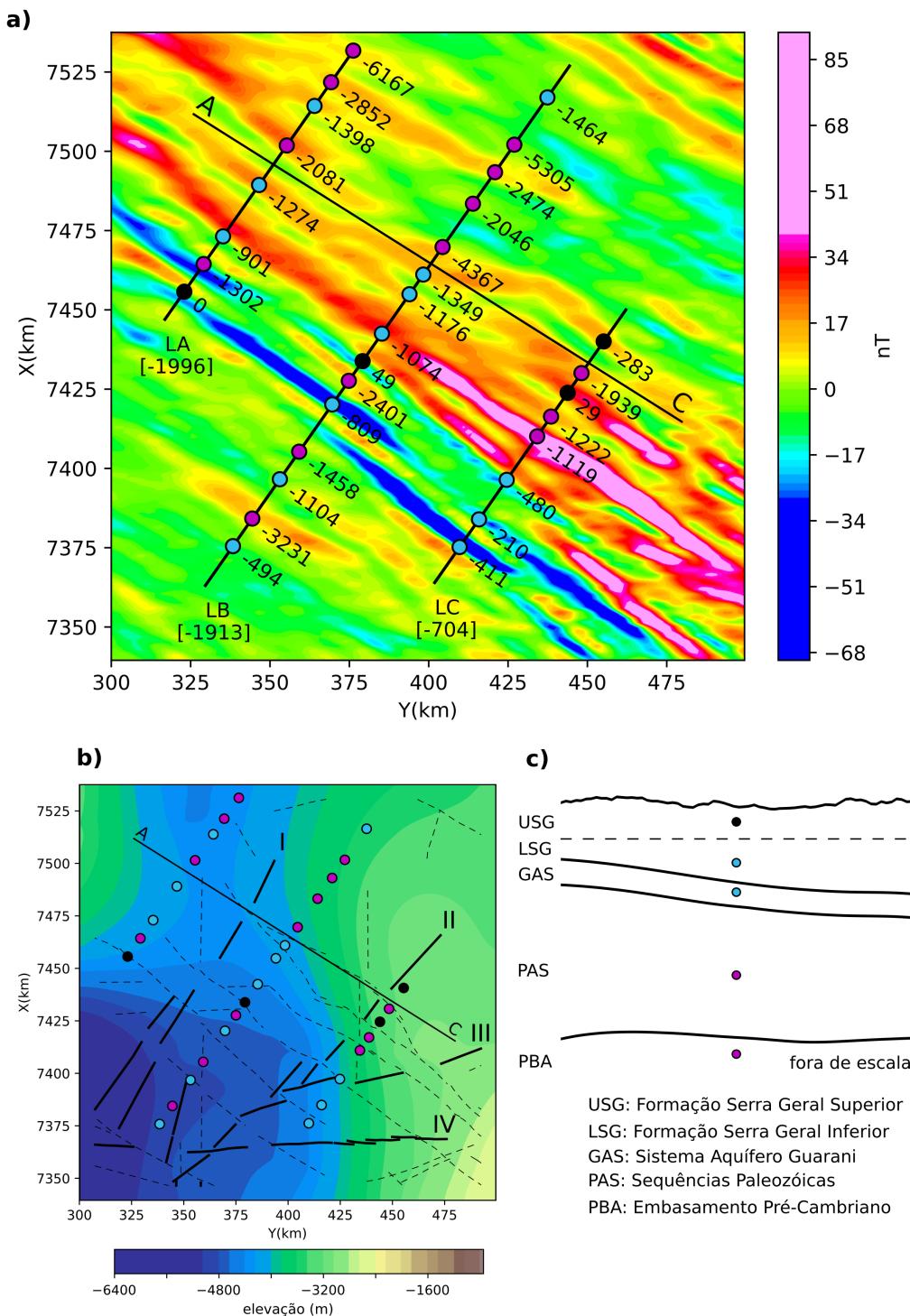
Para realizar uma análise referente ao GAS, foi traçada uma linha de referência AC nas figuras 4.16a e 4.16b, para orientar as considerações a serem feitas. É possível observar que a sudoeste de AC se tem um maior número de estimativas demarcadas com a cor azul. Tal qual apresentado na figura esquemática 4.16c, considerando-se os erros apresentados na subseção 4.5.5, esses são os diques que apresentam potencial para compartmentalizar o GAS, visto que atingem elevações compatíveis com os horizontes relacionados ao sistema aquífero. A região a sudoeste da linha de referência AC apresenta um cenário bastante complexo, com diversos lineamentos magnéticos associados ao PGDS e lineamentos estruturais (figura 4.16b) que intensificam o processo de compartmentalização do GAS. A maior parte das estimativas em azul está associada à porção em que a bacia é mais profunda, o que pode estar relacionado à diferença de competência entre rochas do embasamento e sedimentos da bacia. Uma vez que a definição da base dos diques não é contemplada por esta tese, um modelo de dique que provenha essa informação, também poderia incluir as

estimativas demarcadas com a cor preta no processo de compartimentalização do GAS. No geral, uma tendência similar incluindo maior compartimentalização do GAS na direção SW é observada em um perfil SW-NE do trabalho de Soares et al. (2007). Essa informação pode ser altamente relevante no desenvolvimento de modelos de gestão de recursos hídricos para o GAS.

Em termos da indústria de petróleo e gás, aparentemente uma porção significativa da área tem suas formações mais profundas afetadas pela intrusão de diques. Entretanto, observamos que a nordeste da linha de referência AC, se encontra a maior frequência de diques demarcados em roxo que contam com elevações entre -2000 e 6200 m. De modo geral, as elevações das estimativas marcadas em roxo podem impactar os folhelhos da Formação Irati e da Formação Ponta Grossa, cuja geração de petróleo e gás ocorre por efeito térmico relacionado às intrusões magmáticas. Diques de diabásio e falhas também são responsáveis pelo processo de migração dos hidrocarbonetos tendo como principais rochas reservatório os arenitos do Grupo Itararé e das Formações Rio Bonito e Piramboia. Existem registros de rochas selantes associadas a folhelhos do membro São Domingos e até mesmo vulcânicas da Formação Serra Geral (MORELATTO, 2017). Sendo assim, os diques inferidos pelo procedimento desenvolvido podem executar papéis importantes em diferentes estágios de ao menos dois sistemas petrolíferos na Bacia do Paraná: I. folhelhos da Formação Irati, arenitos da Formação Piramboia e vulcânicas da Formação Serra Geral; II. folhelhos da Formação Ponta Grossa, arenitos da Formação Rio Bonito e folhelhos São Domingos.

Uma consideração final envolve as estimativas em azul e em preto na figura 4.16a, em relação aos derrames basálticos. As estimativas em azul se acumulam no GAS e na base da Formação Serra Geral, enquanto as estimativas em preto em níveis mais rasos da formação Serra Geral, em uma proporção aproximada de 3:1 respectivamente. Levando em conta que os erros para essas estimativas são menores, usualmente de menos do que 1/4 do tamanho de uma célula da malha, é plausível indicar ao menos dois níveis de elevação para os diques na área. Um primeiro nível próximo ao GAS, com maior atividade vulcânica, poderia indicar diques que participaram da alimentação dos primeiros estágios da Formação Serra Geral. Enquanto o segundo nível indicaria um período menos ativo do vulcanismo, alimentando as porções superficiais da Formação Serra Geral. As polaridades da inclinação da magnetização podem reforçar essa interpretação, visto que analisando as figuras 4.13 à

4.15 e tabelas 4.2 à 4.4, existem a ocorrência de reversões do campo registradas pelos diques próximos do GAS, mas nenhuma reversão é observada nos níveis mais rasos da Formação Serra Geral demarcados pelas estimativas em preto. Vale relembrar que os trabalhos de Almeida et al. (2018); Gomes e Vasconcelos (2021), posicionam a Formação Serra Geral entre 135 e 131 Ma. Esse foi um período com intensa atividade de reversões do campo geomagnético (Gradstein et al., 2012), logo, se a atividade vulcânica fosse similar, era de se esperar distribuições similares de polaridades da inclinação da magnetização para os diques durante todo esse período.



*Figura 4.16:* Visão em mapa das estimativas de elevação obtidas pelo procedimento de inversão. a) Estimativas de elevação dos diques classificadas pela proximidade dos horizontes geológicos colocadas sobre o mapa. Diques com  $z_0$  mais raso que metade da espessura da Formação Serra Geral (preto), diques com  $z_0$  próximos da metade inferior da espessura da Formação Serra Geral ou do GAS (azul), diques com  $z_0$  compatível com sequências Paleozóicas profundas ou embasamento Pré-Cambriano (roxo). Valores de elevação para cada estimativa (números), média das estimativas por perfil (números em colchetes), linha de referência para análises (linha preta AC). b) Elevação do embasamento para a janela de estudos. Lineamentos majoritariamente magnéticos (tracejado), lineamentos estruturais (linhas pretas com algarismos romanos), estimativas de elevação para os diques (círculos coloridos). c) Esquema de camadas e cores usadas na classificação em a) e b).



## Capítulo 5

---

### Conclusões

Apresentamos um estimador automático de parâmetros que se mostrou eficiente para identificar diques justapostos, como comumente observado em enxames de diques, usando propriedades da AMA para um modelo de lâmina e sua correspondência com um modelo de linha de corrente infinita. Este modelo fornece estimativas de probabilidade e produz uma representação confiável para a distribuição de diques, que pode ser usada para a interpretação preliminar de profundidade e posição ou servir como entrada para abordagens de inversão de dados com centenas de parâmetros desconhecidos. O uso da solução automática decorrente do modelo de linha de corrente melhora substancialmente a convergência da inversão não linear, produzindo soluções que garantem um ajuste satisfatório aos dados.

Para diques em regiões sem cobertura basáltica, a interpretação baseada no modelo de linha de corrente com inversão sequencial AMA-TFA foi aplicada a uma transecta interceptando enxames da Província do Atlântico Norte na Irlanda do Norte. Os resultados obtidos mostraram uma representação consistente com as informações geológicas disponíveis e resultados publicados pelo Projeto Tellus. De forma geral, os resultados mostram as unidades do enxame de diques de St John's Point-Lisburn sendo mais rasas, apresentando polaridade de magnetização normal e representando 53% das fontes inferidas. Já diques associados ao enxame de diques de Ardglass-Ballycastle, tendem a serem mais profundos e possuírem polaridade de magnetização reversa.

No que diz respeito ao estudo em área de derrames basálticos, considerando os grupos de profundidade e inclinação da magnetização, pode-se inferir que existem de três a cinco gerações de diques na região, considerando profundidades e reversões da inclinação da magnetização das estimativas. Vale ressaltar que a literatura sugere a presença de pelo

menos nove gerações de diques no Enxame de Diques de Ponta Grossa (Raposo, 1995). Entre ~38% e 50% das fontes parecem estar confinadas às formações paleozoicas mais profundas ou ao embasamento e não mostram nenhuma conexão com o extravasamento basáltico. Considerando o Aquífero Guarani e a base da Formação Serra Geral, estima-se que entre ~38% e 47% das fontes tem profundidade do topo próxima a este limite. Esses diques são considerados potenciais fontes de alimentação para pelo menos algumas porções dos primeiros eventos do extravasamento basáltico. Em relação às porções superiores, profundidades que atijam 50% ou menos da espessura da Formação Serra Geral, entre ~1% e 3% dos diques encontram-se nessa profundidade. Observou-se uma proporção de 3:1 entre os diques que podem ter contribuído para os estágios iniciais e finais do extravasamento basáltico. Essa observação pode indicar uma redução na atividade vulcânica entre esses dois estágios, a base da Formação Serra Geral contendo mais diques e registrando reversões do campo geomagnético, enquanto porções superiores contam com menos diques não registrando reversões e fortalecendo o argumento de uma redução da atividade vulcânica. Um ponto de atenção é que os diques inferidos por este estudo não devem necessariamente serem comparados em termos de idade com diques aflorantes do PGDS, aja visto a dificuldade em se amostrar diques não aflorantes, em especial nas profundidades inferidas por este trabalho.

Vale ressaltar que alguns diques interceptam o Aquífero Guarani. Estes diques podem desempenhar um papel importante no escoamento subterrâneo regional por compartimentalizar o aquífero em especial na porção mais profunda da Bacia do Paraná englobada pela área de estudos. Efeito esse, que se soma ao acentuado rejeito entre blocos estruturais na área de estudos. Esta informação pode melhorar os modelos de fluxo de água subterrânea e manejo dos recursos subterrâneos. Outra porção significativa de diques está confinada a formações e embasamento paleozoicos mais profundos. Tais diques podem ter um impacto na exploração de petróleo e gás, em especial referente aos folhelhos da Formação Irati e da Formação Ponta Grossa. A formação desses recursos pode ser induzida pelo calor fornecido pelos corpos intrusivos, enquanto o processo de migração também pode ser influenciado por fraturas, falhas pré-existentes ou decorrentes do alojamento dos diques.

Novos estudos podem se beneficiar dessas inferências iniciais e fornecer informações mais detalhadas sobre as características e distribuição dos diques na Bacia do Paraná. Para enfrentar os desafios impostos pelas profundidades e pela complexidade geológica e

geofísica da Bacia do Paraná, pesquisas futuras se beneficiariam com a aquisição de dados de alta resolução e dados de poços mais profundos.



## Referências Bibliográficas

- Aarnes I., Svensen H., Polteau S., Planke S., Contact metamorphic devolatilization of shales in the Karoo Basin, South Africa, and the effects of multiple sill intrusions, *Chemical Geology*, 2011, vol. 281, p. 181
- Almeida V. V., Janasi V. A., Heaman L. M., Shaulis B. J., Hollanda M. H. B., Renne P. R., Contemporaneous alkaline and tholeiitic magmatism in the Ponta Grossa Arch, Paraná-Etendeka Magmatic Province: Constraints from U–Pb zircon/baddeleyite and  $^{40}\text{Ar}/^{39}\text{Ar}$  phlogopite dating of the José Fernandes Gabbro and mafic dykes, *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 2018, vol. 355, p. 55
- Anand S., Rajaram M., Crustal structure of Narmada-Son lineament: an aeromagnetic perspective, *Earth, planets and space*, 2004, vol. 56, p. e9
- Anderson H., Walsh J., Cooper M., 14. Faults, intrusions and flood basalts: the Cenozoic structure of the north of Ireland, 2016
- Anderson H., Walsh J. J., Cooper M. R., The development of a regional-scale intraplate strike-slip fault system; Alpine deformation in the north of Ireland, *Journal of Structural Geology*, 2018, vol. 116, p. 47
- Anderson T. B., Southern Uplands – Down-Longford Terrane. In W.I. Mitchell (ed.), *The Geology of Northern Ireland: Our Natural Foundation*. Second edition: Belfast. Geological Survey of Northern Ireland, 2004
- Arora K., Srinu Y., Gopinadh D., Chadha R., Raza H., Mikhailov V., Ponomarev A., Kiseleva E., Smirnov V., Lineaments in Deccan Basalts: The basement connection in

- the Koyna-Warna RTS region, Bulletin of the Seismological Society of America, 2018, vol. 108, p. 2919
- Baranov V., A new method for interpretation of aeromagnetic maps: pseudo-gravimetric anomalies, Geophysics, 1957, vol. 22, p. 359
- Barbosa V. C., Silva J. B., Medeiros W. E., Stability analysis and improvement of structural index estimation in Euler deconvolution, Geophysics, 1999, vol. 64, p. 48
- Bastani M., Pedersen L. B., Automatic interpretation of magnetic dike parameters using the analytical signal technique, Geophysics, 2001, vol. 66, p. 551
- Bicca M., Kalkreuth W., Rosa A., Simão G., Levandowski J., Silva T., Anzolin H., Effect of diabase intrusion on the CBM-bearing coalfields of southern Brazil: A review, Journal of South American Earth Sciences, 2022, p. 104041
- Blakely R. J., Potential theory in gravity and magnetic applications. Cambridge university press, 1996
- Blakely R. J., Wells R. E., Yelin T. S., Madin I. P., Beeson M. H., Tectonic setting of the Portland-Vancouver area, Oregon and Washington: Constraints from low-altitude aeromagnetic data, Geological Society of America Bulletin, 1995, vol. 107, p. 1051
- Butterworth S., et al., On the theory of filter amplifiers, Wireless Engineer, 1930, vol. 7, p. 536
- Byrd R. H., Lu P., Nocedal J., Zhu C., A limited memory algorithm for bound constrained optimization, SIAM Journal on scientific computing, 1995, vol. 16, p. 1190
- Castro F. R., Oliveira S. P., de Souza J., Ferreira F. J., Constraining Euler deconvolution solutions through combined tilt derivative filters, Pure and Applied Geophysics, 2020, vol. 177, p. 4883
- Cavalcante F. L., Inversão 2D de dados magnetométricos com modelo prismático: Aplicação em enxame de diques, São Paulo: Universidade 1, 2019, Dissertação de Mestrado, 89 p.

- Cavalcante F. L., Mendonça C. A., Ofterdinger U. S., de Souza Filho O. A., Well productivity in the Ponta Grossa dike Swarm, Brazil: An integrated study with magnetic data inversion and clustering analysis of model solutions, *Journal of Hydrology*, 2020, vol. 588, p. 125079
- Comte J.-C., Wilson C., Ofterdinger U., González-Quirós A., Effect of volcanic dykes on coastal groundwater flow and saltwater intrusion: A field-scale multiphysics approach and parameter evaluation, *Water Resources Research*, 2017, vol. 53, p. 2171
- Cooper G., Applying the tilt-depth and contact-depth methods to the magnetic anomalies of thin dykes, *Geophysical Prospecting*, 2017, vol. 65, p. 316
- Cooper G. R., The automatic determination of the location, depth, and dip of contacts from aeromagnetic data, *Geophysics*, 2014, vol. 79, p. J35
- Cooper G. R., Using the analytic signal amplitude to determine the location and depth of thin dikes from magnetic data, *Geophysics*, 2015, vol. 80, p. J1
- Cooper J. R., Crelling J. C., Rimmer S. M., Whittington A. G., Coal metamorphism by igneous intrusion in the Raton Basin, CO and NM: implications for generation of volatiles, *International Journal of Coal Geology*, 2007, vol. 71, p. 15
- Cooper M., Anderson H., Walsh J., Van Dam C., Young M., Earls G., Walker A., Palaeogene Alpine tectonics and Icelandic plume-related magmatism and deformation in Northern Ireland, *Journal of the Geological Society*, 2012, vol. 169, p. 29
- Cooper M. R., Johnston T. P., Late Palaeozoic Intrusives. In W.I. Mitchell (ed.), *The Geology of Northern Ireland: Our Natural Foundation*: Belfast. Geological Survey of Northern Ireland, 2004
- Cruden A., Weinberg R., Mechanisms of magma transport and storage in the lower and middle crust—magma segregation, ascent and emplacement, *Volcanic and igneous plumbing systems*, 2018, pp 13–53
- Cullum J., Numerical differentiation and regularization, *SIAM Journal on numerical analysis*, 1971, vol. 8, p. 254

Dannemiller N., Li Y., A new method for determination of magnetization direction, *Geophysics*, 2006, vol. 71, p. L69

Dickson N. E., Comte J.-C., Renard P., Straubhaar J. A., McKinley J. M., Ofterdinger U., Integrating aerial geophysical data in multiple-point statistics simulations to assist groundwater flow models, *Hydrogeology Journal*, 2015, vol. 23, p. 883

Dickson N. E. M., Comte J.-C., McKinley J., Ofterdinger U., Coupling ground and airborne geophysical data with upscaling techniques for regional groundwater modeling of heterogeneous aquifers: Case study of a sedimentary aquifer intruded by volcanic dykes in Northern Ireland, *Water Resources Research*, 2014, vol. 50, p. 7984

dos Santos J. M., Salamuni E., Morales N., de Castro L. G., da Silva C. L., de Souza I. A., Gimenez V. B., Oliveira S. P., Aeromagnetic and structural characterization of dyke swarms in southeast Brazil: Evidence for Cenozoic reactivation of the Guapiara lineament, Ponta Grossa Arch, *Journal of South American Earth Sciences*, 2023, vol. 129, p. 104523

dos Santos Euzébio R., dos Reis D. E. S., Bergamaschi S., Martins M. V. A. M. A., Rodrigues R., et al., Oil generation potential assessment and paleoenvironmental interpretation of Irati Formation (Lower Permian) in northwestern Paraná Basin (Brazil), *Journal of Sedimentary Environments*, 2016, vol. 1, p. 254

Dunlop D., Özdemir Ö., *Rock Magnetism: Fundamentals and Frontiers*. Cambridge Univ. Press, Cambridge, UK, 1997

Ernst R., Bleeker W., Large igneous provinces (LIPs), giant dyke swarms, and mantle plumes: significance for breakup events within Canada and adjacent regions from 2.5 Ga to the PresentThis article is one of a selection of papers published in this Special Issue on the theme Lithoprobe—parameters, processes, and the evolution of a continent. Lithoprobe Contribution 1482. Geological Survey of Canada Contribution 20100072., Canadian Journal of Earth Sciences, 2010, vol. 47, p. 695

Ernst R. E., Buchan K. L., Giant radiating dyke swarms: their use in identifying pre-Mesozoic large igneous provinces and mantle plumes, *Geophysical Monograph-American Geophysical Union*, 1997, vol. 100, p. 297

- Fabian K., A theoretical treatment of paleointensity determination experiments on rocks containing pseudo-single or multi domain magnetic particles, Earth and Planetary Science Letters, 2001, vol. 188, p. 45
- Feller W., An introduction to probability theory and its applications, Volume 2. vol. 81, John Wiley & Sons, 1991
- Ferraccioli F., Gambetta M., Bozzo E., Microlevelling procedures applied to regional aeromagnetic data: an example from the Transantarctic Mountains (Antarctica), Geophysical Prospecting, 1998, vol. 46, p. 177
- Florio G., Fedi M., , 2013 Multiridge Euler deconvolution: Geophysical Prospecting Geological Survey I., , 2022 Tellus project database storage url<https://www.gsi.ie/en-ie/data-and-maps/Pages/Geophysics.aspx>Tellus2022\_Merged
- Gerovska D., Araúzo-Bravo M. J., Automatic interpretation of magnetic data based on Euler deconvolution with unprescribed structural index, Computers & Geosciences, 2003, vol. 29, p. 949
- Gomes A. S., Vasconcelos P. M., Geochronology of the Paraná-Etendeka large igneous province, Earth-Science Reviews, 2021, vol. 220, p. 103716
- Gradstein F. M., Ogg J. G., Schmitz M. D., Ogg G. M., The geologic time scale 2012. elsevier, 2012
- Grafakos L., Classical fourier analysis. vol. 2, Springer, 2008
- GSNI G. S. I., , 1968 Carrickfergus, Northern Ireland Sheet 29. Solid geology. 1:63,360: Southampton
- GSNI G. S. I., , 1997 Geological Map of Northern Ireland, Solid Edition, Scale 1:250,000 SBN 07518 3166 2
- Gunnarsson G., Aradóttir E. S., The deep roots of geothermal systems in volcanic areas: boundary conditions and heat sources in reservoir modeling, Transport in Porous Media, 2015, vol. 108, p. 43

- Guo L., Meng X., Zhang G., Three-dimensional correlation imaging for total amplitude magnetic anomaly and normalized source strength in the presence of strong remanent magnetization, *Journal of Applied Geophysics*, 2014, vol. 111, p. 121
- Gurba L. W., Weber C. R., Effects of igneous intrusions on coalbed methane potential, Gunnedah Basin, Australia, *International Journal of Coal Geology*, 2001, vol. 46, p. 113
- Halliday D., Resnick R., Krane K. S., *Fisica 3.* vol. 3, LTC, 1984
- Hansen R. O., Simmonds M., Multiple-source Werner deconvolution, *Geophysics*, 1993, vol. 58, p. 1792
- Hartman R. R., Teskey D. J., Friedberg J. L., A system for rapid digital aeromagnetic interpretation, *Geophysics*, 1971, vol. 36, p. 891
- Hassen R., Pawlowski R., Reduction to pole at low latitudes by Weiner filtering, *Geophysics*, 1989, vol. 54, p. 1607
- Herrmann O., On the approximation problem in nonrecursive digital filter design, *IEEE Transactions on Circuit Theory*, 1971, vol. 18, p. 411
- Hirata R., Foster S., The Guarani Aquifer System—from regional reserves to local use, *Quarterly Journal of Engineering Geology and Hydrogeology*, 2021, vol. 54, p. qjegh2020
- Hsu S.-K., Coppens D., Shyu C.-T., Depth to magnetic source using the generalized analytical signal, *Geophysics*, 1998, vol. 63, p. 1947
- Kalkreuth W., Levandowski J., Weniger P., Krooss B., Prissang R., da Rosa A. L., Coal characterization and coalbed methane potential of the Chico-Lomã Coalfield, Paraná Basin, Brazil—Results from exploration borehole CBM001-CL-RS, *Energy Exploration & Exploitation*, 2020, vol. 38, p. 1589
- Keating P., Pilkington M., Euler deconvolution of the analytic signal and its application to magnetic interpretation, *Geophysical prospecting*, 2004, vol. 52, p. 165
- Klausen M. B., Larsen H. C. S., East Greenland coast-parallel dike swarm and its role in continental breakup, 2002

- Ku C. C., Sharp J. A., Werner deconvolution for automated magnetic interpretation and its refinement using Marquardt's inverse modeling, *Geophysics*, 1983, vol. 48, p. 754
- Königsberger J. G., Natural residual magnetism of eruptive rocks, *Terrestrial magnetism and atmospheric electricity*, 1938, vol. 43, p. 299
- Li X., Understanding 3D analytic signal amplitude, *Geophysics*, 2006, vol. 71, p. L13
- Li Y., Shearer S. E., Haney M. M., Dannemiller N., Comprehensive approaches to 3D inversion of magnetic data affected by remanent magnetization, *Geophysics*, 2010, vol. 75, p. L1
- Liu S., Hu X., Xi Y., Liu T., Xu S., 2D sequential inversion of total magnitude and total magnetic anomaly data affected by remanent magnetization, *Geophysics*, 2015, vol. 80, p. K1
- Logan J. D., *Applied partial differential equations*. Springer, 2014
- Ma G., Du X., An improved analytic signal technique for the depth and structural index from 2D magnetic anomaly data, *Pure and Applied Geophysics*, 2012, vol. 169, p. 2193
- Mariani P., Braatenberg C., Ussami N., Explaining the thick crust in Paraná basin, Brazil, with satellite GOCE gravity observations, *Journal of South American Earth Sciences*, 2013, vol. 45, p. 209
- Marinoni L. B., Crustal extension from exposed sheet intrusions: review and method proposal, *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 2001, vol. 107, p. 27
- Melo F. F., Barbosa V. C., Reliable Euler deconvolution estimates throughout the vertical derivatives of the total-field anomaly, *Computers & Geosciences*, 2020, vol. 138, p. 104436
- Mendonca C. A., Cavalcante F. L., Melo J. A., THIN SHEET AUTOMATIC INTERPRETATION OF DIKE SWARM MAGNETIC TRANSECTS USING REGULARIZED SECOND DERIVATIVES, 2023
- Mendonça C. A., Pareshi Soares W., Lisboa Cavalcante F., Annihilator transform for magnetic lineaments removal in dike swarms, *Geophysics*, 2019, vol. 84, p. J31

Milani E. J., Rangel H. D., Bueno G. V., Stica J. M., Winter W. R., Caixeta J. M., Neto O. P., et al., Bacias sedimentares brasileiras: cartas estratigráficas, Boletim de Geociencias da PETROBRAS, 2007, vol. 15, p. 183

Miller H. G., Singh V., Potential field tilt—a new concept for location of potential field sources, Journal of applied Geophysics, 1994, vol. 32, p. 213

Mitchell W., The geology of Northern Ireland: our natural foundation. Geological Survey of Northern Ireland, 2004

Monreal F. R., Villar H., Baudino R., Delpino D., Zencich S., Modeling an atypical petroleum system: A case study of hydrocarbon generation, migration and accumulation related to igneous intrusions in the Neuquen Basin, Argentina, Marine and Petroleum Geology, 2009, vol. 26, p. 590

MORELATTO R., sumário geológico e setores em oferta, Brasília: ANP SDB, 2017

Murthy I. R., The midpoint method: magnetic interpretation of dikes and faults, Geophysics, 1985, vol. 50, p. 834

Mushayandebvu M., Lesur V., Reid A., Fairhead J., Grid Euler deconvolution with constraints for 2D structures, Geophysics, 2004, vol. 69, p. 489

Mushayandebvu M. F., van Driel P., Reid A. B., Fairhead J. D., Magnetic source parameters of two-dimensional structures using extended Euler deconvolution, Geophysics, 2001, vol. 66, p. 814

Nabighian M. N., The analytic signal of two-dimensional magnetic bodies with polygonal cross-section: its properties and use for automated anomaly interpretation, Geophysics, 1972, vol. 37, p. 507

Nancy W., Chris M., MAGMAP Filtering: 2D Frequency Domain Processing of Potential Field Data Extension for Oasis montaj 6.4.. vol. 1, Geosoft Inc., 2007

Negi J., Dimri V., Agrawal P., Pandey O., A spectral analysis of the aeromagnetic profiles for thickness estimation of flood basalts of India, Exploration Geophysics, 1986, vol. 17, p. 105

- Ostrowski J. S., Pilkington M., Teskey D. J., Werner deconvolution for variable altitude aeromagnetic data, *Geophysics*, 1993, vol. 58, p. 1481
- Petford N., Lister J. R., Kerr R. C., The ascent of felsic magmas in dykes, *Lithos*, 1994, vol. 32, p. 161
- Pilkington M., Roest W., Suppressing varying directional trends in aeromagnetic data. In *Proceedings of Exploration 97: Fourth Decennial International Conference on Mineral Exploration*, 1997, p. 877
- Plouff D., Gravity and magnetic fields of polygonal prisms and application to magnetic terrain corrections, *Geophysics*, 1976, vol. 41, p. 727
- Portela Filho C. V., Ferreira F. J. F., Processamento e interpretação de dados aeromagnéticos da região central do Arco de Ponta Grossa (Bacia do Paraná). In *8th International Congress of the Brazilian Geophysical Society*, 2003, p. cp
- Prieto C., Perkins C., Berkman E., Columbia River Basalt plateau, an integrated approach to interpretation of basalt-covered areas, *Geophysics*, 1985, vol. 50, p. 2709
- Rajaram M., Anand S., Erram V. C., Shinde B., Insight into the structures below the Deccan Trap-covered region of Maharashtra, India from geopotential data, *Geological Society, London, Special Publications*, 2017, vol. 445, p. 219
- Raposo M. I. B., Episódios intrusivos no Arco de Ponta Grossa, determinados através de um estudo paleomagnético, *Brazilian Journal of Geology*, 1995, vol. 25, p. 03
- Reford M., Magnetic anomalies over thin sheets, *Geophysics*, 1964, vol. 29, p. 532
- Reid A. B., Allsop J., Granser H., Millett A. t., Somerton I., Magnetic interpretation in three dimensions using Euler deconvolution, *Geophysics*, 1990, vol. 55, p. 80
- Reid A. B., Ebbing J., Webb S. J., Avoidable Euler Errors—the use and abuse of Euler deconvolution applied to potential fields, *Geophysical Prospecting*, 2014, vol. 62, p. 1162
- Roest W. R., Verhoef J., Pilkington M., Magnetic interpretation using the 3-D analytic signal, *Geophysics*, 1992, vol. 57, p. 116

Salem A., Williams S., Fairhead D., Smith R., Ravat D., Interpretation of magnetic data using tilt-angle derivatives, *Geophysics*, 2008, vol. 73, p. L1

Soares A. P., Soares P. C., Bettú D. F., Holz M., Compartimentação estrutural da Bacia do Paraná: a questão dos lineamentos e sua influência na distribuição do Sistema Aquífero Guarani, *Geociências*, 2007, vol. 26, p. 297

Sridhar M., Markandeyulu A., Chawla A., Chaturvedi A., Analyses of Aeromagnetic Data to Delineate Basement Structures and Reveal Buried Igneous Bodies in Kaladgi Basin, Karnataka, *Journal of the Geological Society of India*, 2018, vol. 91, p. 165

Stickel J. J., Data smoothing and numerical differentiation by a regularization method, *Computers & chemical engineering*, 2010, vol. 34, p. 467

Storn R., Price K., Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces, *Journal of global optimization*, 1997, vol. 11, p. 341

Taylor H. L., Mason C. M., A systematic approach to well surveying calculations. In Fall Meeting of the Society of Petroleum Engineers of AIME , 1971

Teixeira C., Bello R. M. d. S., Almeida N., Pestilho A., Brochsztain S., de Queiroz T., Andrade L., Júnior D. G., Sawakuchi A. O., Hydrocarbon generation in the Permian Irati organic-rich shales under the influence of the early cretaceous Paraná Large Igneous Province, *Marine and Petroleum Geology*, 2020, vol. 117, p. 104410

Thompson D., EULDPH: A new technique for making computer-assisted depth estimates from magnetic data, *Geophysics*, 1982, vol. 47, p. 31

Thurston J. B., Smith R. S., Guillon J.-C., A multimodel method for depth estimation from magnetic data, *Geophysics*, 2002, vol. 67, p. 555

Tuma S. L., Inversão por etapas de anomalias magnéticas bi-dimensionais, São Paulo: Universidade 2, 2006, Tese de Doutorado

Tuma S. L., Mendonça C. A., Stepped inversion of magnetic data, *Geophysics*, 2007, vol. 72, p. L21

- Virtanen P., Gommers R., Oliphant T. E., Haberland M., Reddy T., Cournapeau D., Burovski E., Peterson P., Weckesser W., Bright J., van der Walt S. J., Brett M., Wilson J., Millman K. J., Mayorov N., Nelson A. R. J., Jones E., Kern R., Larson E., Carey C. J., Polat İ., Feng Y., Moore E. W., VanderPlas J., Laxalde D., Perktold J., Cimrman R., Henriksen I., Quintero E. A., Harris C. R., Archibald A. M., Ribeiro A. H., Pedregosa F., van Mulbregt P., SciPy 1.0 Contributors SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python, *Nature Methods*, 2020, vol. 17, p. 261
- Werner S., Interpretation of magnetic anomalies at sheet-like bodies: *Sveriges Geol, Undersok. Ser. C. Arsbok*, 1953, vol. 43, p. 1949
- Zhang H., Marangoni Y. R., Wu Z., Depth corrected edge detection of magnetic data, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2019, vol. 57, p. 9626



## Apêndice



## Apêndice A

---

*“Deterministic and probability models to interpret magnetic anomalies from dike swarms”* em revisão na revista GEOPHYSICS.

# GEOPHYSICS®

## Deterministic and probability models to interpret magnetic anomalies from dike swarms

Journal:	<i>Geophysics</i>
Manuscript ID	Draft
Manuscript Type:	Technical Paper
Keywords:	magnetics, inversion, mapping, 2D
Manuscript Focus Area:	Gravity and Magnetic Exploration Methods

SCHOLARONE™  
Manuscripts

1  
2  
3  
4 ABSTRACT  
5  
6

7 Magnetic anomaly derived lineaments, indicative of major dike swarms at shallow crustal  
8  
9 levels, are common features associated with igneous provinces because of contrasting  
10  
11 magnetization of diabase and dolerites with respect to crystalline and sedimentary country rocks.  
12  
13

14 Aeromagnetic datasets are useful to track the extension of subsurface structures but rarely the  
15  
16 observed magnetic anomalies directly match the exposed dikes. Usually, a large number of dikes  
17  
18 are inferred from airborne data, many of them seated at deeper levels with few reaching the ground  
19  
20 surface. To fully understand the effects of dikes in groundwater, geothermal and petroleum and  
21  
22 gas geosystems, accurate mapping of dike distribution and intrusion depths are required. Dikes  
23  
24 usually are steeply dipping, elongate and tabular bodies and this allows them to be represented as  
25  
26 simple vertical thin-sheet models not explicitly accounting for their width. Exploring the  
27  
28 correspondence of this parametrization, regarding the equivalence of the amplitude of the magnetic  
29  
30 anomaly (AMA) with a field generated by a line of current situated at the thin-sheet top, it is  
31  
32 possible to formulate the resulting field as equivalent to a Cauchy probability density distribution.  
33  
34

35 This equivalence allows model uncertainty inferences about depth estimates solely based on the  
36  
37 observed AMA attributes, gives reliable automatic solutions for preliminary geological  
38  
39

1 interpretation and provides well-suited initial solutions to fast convergence of nonlinear data fitting  
2  
3 to the observed magnetic anomaly. The developed procedure is applied to interpret a magnetic  
4  
5 transect across dike swarms of the North Atlantic Igneous Province in Northern Ireland for which  
6  
7 a minimum number of dikes at variable depths are inferred to explain the observed magnetic  
8  
9 transect.

## 26 INTRODUCTION

27  
28  
29  
30 Large regional to national scale aeromagnetic datasets compiled by companies and  
31 geological surveys provide major contributions to revealing the extent of dike swarms associated  
32  
33 with large igneous provinces (Cooper et al., 2012; Anderson et al., 2016 and 2018). Depending on  
34  
35 their properties and distribution, dikes and dike swarms may significantly impact on the regional  
36  
37 hydrogeology of sedimentary basins (Holland and Witthüser, 2011; Dickson et al., 2015) and  
38  
39 crystalline terrains (Cavalcante et al. 2020). In magnetic data interpretation, the thin-sheet model  
40  
41 has been established as well suited for the representation of dikes and geological contacts (Refford,  
42  
43 1964; Hartman et al., 1971), serving as the constitutive model for the well-known Werner  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60

1  
2  
3 deconvolution method (Ku and Sharp, 1983; Hansen and Simmonds, 1993; Ostrowski et al., 1993).  
4  
5  
6

7 The thin-sheet model is particularly representative of dikes interpreted from airborne magnetic  
8  
9

10 surveys because usually flight-heights of some hundreds of meters above the ground surface make  
11  
12

13 target responses less sensitive to the width of real elongated structures. Even wider dikes but  
14  
15

16 positioned at deeper levels may produce magnetic anomalies as given by thin sheets when recorded  
17  
18

19 in common airborne surveys. As developed here, the interpretation of magnetic anomalies from  
20  
21

22 dike swarms using the amplitude of the magnetic anomaly (AMA), instead the observed total field  
23  
24

25 anomaly (TFA), simplifies the location of hidden dikes since it is more effective in centralizing  
26  
27

28 the magnetic field over the sources. The AMA is a concave down function over magnetic bodies,  
29  
30

31 helping to recognize side-by-side entities in a dike swarm, regardless the magnetization direction  
32  
33

34 of the dikes, which not necessarily are aligned to the present geomagnetic field. The unknown  
35  
36

37 magnetization direction from bodies with prevalent remanent magnetization causes asymmetries  
38  
39

40 in the TFA profile, usually making it difficult to locate adjacent sources. The higher centering  
41  
42

43 capacity of the AMA profile further can be explored if working with its second order derivative as  
44  
45

46 taken along the profile direction. The intervals where the AMA second horizontal-derivative is  
47  
48

49 negative is useful to delimit individual bodies (Bastani and Pedersen, 2001), which for dike  
50  
51

52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60

1  
2  
3 swarms may help to account for the minimum number of dikes required to represent a given  
4  
5  
6 magnetic profile. Another point to be explored in using AMA interpretation is the equivalence of  
7  
8  
9 the magnetic field response between the thin-sheet model and the line of current model (i.e., an  
10  
11 infinite wire conveying an electrical current). This equivalence allows the calculation of an  
12  
13 equivalent Cauchy probability density function for every line of current composing the model,  
14  
15  
16 simply using properties derived from the AMA profile. The developed procedure based on the line  
17  
18 of current model is applied to interpret a complex magnetic transect across a dike swarm of the  
19  
20 North Atlantic Igneous Province in Northern Ireland to obtain a minimum number of dikes  
21  
22 necessary to explain the observed magnetic transect. A key objective of this analysis is to  
23  
24 demonstrate how the automatic results obtained with the equivalent line of current model provides  
25  
26 reliable elements for preliminary geological interpretation by ranking the estimates according to a  
27  
28 Cauchy probability index and the importance in using this automatic-obtained representation as an  
29  
30 initial model to improve the convergence of nonlinear data inversion approaches modeling the  
31  
32  
33 observed magnetic data.

49  
50  
51  
52 THEORY  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60

The AMA,  $|\mathbf{T}(x)|$ , for a 2D anomaly measured along the  $x$ -axis of a transversal profile is

defined (Li et al., 2010; Guo et al., 2014) as

$$|\mathbf{T}(x)| = \sqrt{T_x^2(x) + T_z^2(x)} \quad (1)$$

where  $T_x(x)$  and  $T_z(x)$  are the  $x$  and  $z$  components of the anomalous vector field  $\mathbf{T}(x) = T_x(x)\mathbf{e}_x$

$+ T_z(x)\mathbf{e}_z$ , for unitary vectors  $\mathbf{e}_x$  and  $\mathbf{e}_z$ , respectively along the profile and the vertical (positive

downward pointing) directions. The corresponding observed total field anomaly (TFA),  $T_t(x)$ , is

given as a function of the same components as  $T_t(x) = \cos(I_g)T_x(x) + \sin(I_g)T_z(x)$  for  $\tan(I_g)$

$= \tan(I)/\cos(\alpha - D)$ ; where  $I$  and  $D$  are the inclination and declination of the local main field

respectively, the angle  $\alpha$  clockwise measured with respect to the magnetic north. Following

Ostrowski et al. (1993), the  $x$ - $z$  magnetic field components for a thin-sheet model are

$$\begin{cases} T_x(x) = -2Jw \frac{\cos(I_m)z_0 + \sin(I_m)(x - x_0)}{(x - x_0)^2 + z_0^2} \\ T_z(x) = 2Jw \frac{\sin(I_m)z_0 - \cos(I_m)(x - x_0)}{(x - x_0)^2 + z_0^2} \end{cases}, \quad (2)$$

which gives the thin-sheet AMA expression as

$$|\mathbf{T}(x)| = \frac{2Jw}{\sqrt{(x - x_0)^2 + z_0^2}}. \quad (3)$$

In Equations 2 and 3,  $J$  is the thin sheet magnetization,  $w$  is the prism thickness and  $(x_0, z_0)$  are the

prism top coordinates with  $z = 0$  set at the ground surface. The angle  $I_m$ , such that

$\tan(I_m) = \tan(I)/\cos(\alpha)$ , stands for the body magnetization inclination,  $I$ , projected at the

vertical plane containing the  $x$ -axis profile. As show in Equation 3 the thin-sheet AMA is invariant

with inclinations  $I_g$  for the local magnetic field and  $I_m$  for the projected magnetization direction

and assumes a bell-shaped curve centered at the source. Invariance with magnetization direction

and characteristic bell-shaped response over dikes and contacts are also observed for the amplitude

of the signal amplitude (ASA) as defined for 2D fields by Nabighian (1972). ASA with second-

order (Smith et al. 2005) or upper orders derivatives (Debeglia and Corpel, 1997) were developed

to enhance model response over contacts and discontinuities to automatically obtain depth and dip

estimates for the subsurface sources. The ASA local wavenumber can be used to individualize

depth and dip effects from dipping-sheets bodies (Thurston and Smith, 1997; Smith et al., 1998).

In processing a real data set, the  $x$  and  $z$  components can be evaluated from the observed TFA by

applying conventional component-changing filtering in the Fourier domain (Blakely, 1996, section

12.3).

The thin sheet AMA in Equation 3 is equivalent to the field generated by an infinite line of current (Halliday et al., 2012, pg.220) situated at  $(x_0, z_0)$ , with current intensity  $A_0 = 4\pi wM$  such that  $M = J/\mu_0$ . In terms of a line of current model the AMA for a thin-sheet is given by

$$|\mathbf{T}(x)| = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{A_0}{\sqrt{(x - x_0)^2 + z_0^2}}. \quad (4)$$

This correspondence reduces the number of model parameters to three unknown variables  $(x_0, z_0, A_0)$  thus simplifying model representation by not accounting for the sheet magnetization direction. In addition to a deterministic representation as a line of current, the thin-sheet AMA can also be associated to a Cauchy (Feller, 1971, pg. 51) probability density function (PDF), starting from defining a normalization factor,  $N(A, z_0)$ , as

$$N(A, z_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} |\mathbf{T}(x)|^2 dx = \left( \frac{A\mu_0}{4\pi} \right)^2 \frac{\pi}{z_0} \quad (5)$$

to obtain a Cauchy PDF as  $C(x, x_0, z_0) \equiv |\mathbf{T}(x)|^2 / N(A, z_0)$ , which from Equations 4 and 5 gives

$$C(x, x_0, z_0) = \frac{1}{\pi} \frac{z_0}{(x - x_0)^2 + z_0^2}. \quad (6)$$

The Cauchy PDF in Equation 6 can be understood as expressing the probability associated to a line of current situated at  $(x_0, z_0)$ , from which a probability for interval  $|x - x_0| \leq \Delta/2$  can be evaluated. The probability for interval  $x_0 \pm \Delta/2$  is obtained by integrating Equation 6 in this interval to obtain

$$P\left(x_0 \pm \frac{\Delta}{2}\right) = \frac{2}{\pi} \tan^{-1}\left(\frac{\Delta}{2z_0}\right). \quad (7)$$

For a line of current at depth  $z_0$ , for example, the probability by assuming an interval  $x_0 \pm \Delta/2$  for  $\Delta = 2z_0$  is equal to 0.5 (50%), which drops to  $\sim 0.3$  (30%) for  $\Delta = z_0$ . For a matter of consistency, an outcropping dike ( $z_0 = 0$ ) is associated to a probability equal to 1 (100%). Since the Cauchy distribution has undefined expected value and variance, the acceptance criterion for a more probable thin-sheet composing a magnetic model must rely on its associated Cauchy probability as evaluated from Equation 7, once an interval  $\Delta$  is prescribed. Figure 1 illustrates the parameters describing the thin-sheet model and intervals used to evaluate the Cauchy probability for a given thin-sheet.

[Figure 1]

1  
2  
3     Based on properties of the AMA thin-sheet, both position  $(x_0, z_0)$  and interval  $\Delta$  can be  
4  
5  
6     automatically determined, by regarding the AMA concave-down property with second  $x$ -  
7  
8     derivative minimum at  $x_0$ . From Equation 3, the AMA second  $x$ -derivative,  $d^2|\mathbf{T}(x)|/dx^2 \equiv$   
9  
10  
11  
12  
13      $|\mathbf{T}(x)|''$  is  
14  
15  
16  
17  
18     
$$|\mathbf{T}(x)|'' = \frac{\mu_0 A_0}{2\pi} \frac{2(x - x_0)^2 - z_0^2}{[(x - x_0)^2 + z_0^2]^{5/2}}, \quad (8)$$
  
19  
20  
21  
22  
23  
24     thus defining the interval  $|x - x_0| < z_0/\sqrt{2}$  where  $|\mathbf{T}(x)|'' < 0$ , within which  $|\mathbf{T}(x)|$  is concave  
25  
26  
27     down. The interval  $\Delta$  for the thin-sheet model then can be determined as the interval  $\pm z_0/\sqrt{2}$   
28  
29  
30     centered at  $x_0$  where AMA second  $x$ -derivative is minimum. For models with multiple prismatic  
31  
32  
33     bodies these intervals can be determined simply by selecting the intervals in which the second  $x$ -  
34  
35  
36     derivative is negative, not explicitly evaluating  $z_0$  to then obtain the interval  $\pm z_0/\sqrt{2}$ . By  
37  
38  
39     determining the point  $\hat{x}_0$  where  $|\mathbf{T}(x)|''$  is minimum, the depth estimate,  $\hat{z}_0$ , can be evaluated from  
40  
41  
42     function  $z_a(\hat{x}_0) \equiv \sqrt{-|\mathbf{T}(\hat{x}_0)|/|\mathbf{T}(\hat{x}_0)|''}$ , since from Equations 4 and 8 it stands for  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49     
$$z_a(x) = \frac{(x - x_0)^2 + z_0^2}{\sqrt{z_0^2 - 2(x - x_0)^2}} \quad (9)$$
  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60

1  
2  
3 which gives  $z_a(\hat{x}_0) = \hat{z}_0$ . The subscript “ $a$ ” in  $z_a(x)$  stands for a function that provides “apparent”  
4  
5  
6

7 depth estimates in the intervals where  $|\mathbf{T}(x)|'' < 0$  but a true depth determination at  $\hat{x}_0$ . Once  $\hat{x}_0$   
8  
9

10 and  $\hat{z}_0$  are determined, the equivalent current intensity  $\hat{A}_0$  can be obtained from Equation (8) as  
11  
12  
13

$$\hat{A}_0 = -\frac{2\pi}{\mu_0} \hat{z}_0^3 |\mathbf{T}(\hat{x}_0)|''. \quad (10)$$

14  
15  
16  
17  
18  
19  
20 The line of current model thus allows simple estimates for location parameters  $\hat{x}_0$  and  $\hat{z}_0$  and  
21  
22  
23  
24 amplitude factor  $\hat{A}_0$  as well as automatic probability evaluations for such a model as evaluated by  
25  
26  
27 Equation 7.  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60

### Data processing and trial solutions

The evaluation of AMA from gridded TFA data requires the evaluation of the  $x$ ,  $y$ , and  $z$   
components of the anomalous magnetic field with conventional component-changing  
transformations, also termed as ‘phase-transformations’ by Blakely (1996, pg. 328), as  
implemented by common potential field data processing packages. The general expression for  
component-change filtering to determine a field component  $T_\mu$  along a generic direction  $\mu$  from  
applying a component-change filter  $\phi_\mu(k_x, k_y)$  to the Fourier transformed anomaly,  $\mathcal{F}\{T_\nu\}$ , is given

1  
2  
3 by  $T_\mu = \mathcal{F}^{-1}\{\phi_\mu(k_x, k_y)\mathcal{F}\{T_t\}\}$ , for Fourier domain wavenumbers  $k_x$  and  $k_y$  and inverse Fourier  
4 transform  $\mathcal{F}^{-1}$ . Components x, y, and z are then obtained with filters  $\phi_x(k_x, k_y) = jk_x/G(k_x, k_y)$ ,  
5  
6  $\phi_y(k_x, k_y) = jk_y/G(k_x, k_y)$ , and  $\phi_z(k_x, k_y) = |k|/G(k_x, k_y)$  for  $|k| \equiv \sqrt{k_x^2 + k_y^2}, j = \sqrt{-1}$ . The term  
7  
8  
9  
10  $G(k_x, k_y) = jLL + jMk_y + N|k|$ , for cosine-directors  $(L, M, N)$  standing for the local main field  
11  
12 direction. Once evaluated the x, y, and z field components, the AMA at a regular mesh is calculated  
13  
14  
15 (as the square root of the sum of the squared x, y, and z components) from which a profile  
16  
17 transversal to the magnetic lineaments,  $|\mathbf{T}_p(x)|$ , is extracted (direction x standing for the axis  
18  
19 direction). After this conventional processing routine, a specialized procedure based on the AMA  
20  
21 thin-sheet properties is applied to the AMA profile  $|\mathbf{T}_p(x)|$  according to the following steps:  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35 step-1 evaluate the profile AMA second-derivative  $|\mathbf{T}_p(x)|''$ ,  
36  
37 step-2 determine  $M'$  intervals  $\Delta_i$  in which  $|\mathbf{T}_p(x)|'' < 0$ ,  
38  
39  
40 step-3 for each interval  $\Delta_i$  determine local minima  $\hat{x}_0^i$  in  $|\mathbf{T}_p(x)|''$ ,  
41  
42  
43 step-4 evaluate  $\hat{z}_0^i$  for each interval  $\Delta_i$ ,  
44  
45  
46 step-5 evaluate  $\hat{A}_0^i$  for each interval  $\Delta_i$ ,  
47  
48  
49 step-6 evaluate probability  $P_i \equiv P(\hat{x}_0^i \pm \Delta_i/2)$  for pairs  $(\hat{x}_0^i, \hat{z}_0^i)$ ,  
50  
51 step-7 accept the  $M$  position pairs  $(\hat{x}_0^i, \hat{z}_0^i, \hat{A}_0^i)$  such that  $P_i \geq P_c$ .  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60

In the step-1, the AMA second  $x$ -derivative can be calculated by using a simple, central-difference,

finite difference scheme. To prevent unbound noise amplification, the application of a low-pass

filtering is advised previously the numerical differentiation to avoid spurious oscillations

preventing the identification of the  $\Delta_i$  intervals and AMA second-order derivative local minima in

steps 2 and 3. The distribution of local minima can be determined by applying a find peaks

algorithm returning from a generic vector  $\mathbf{v}$  the distribution of entries satisfying the condition that,

a local peak in an  $i$ -th entry of  $v_i$ , must be larger than its neighboring  $v_{i-1}$  and  $v_{i+1}$  entries. To

find the local minima distribution in  $\mathbf{v}$ , this procedure is applied to  $-\mathbf{v}$ . Intervals  $\Delta_i$  in the step-3

can be determined by tracking sign-changing entries (positive-to-negative and vice versa) where

the AMA second derivative is negative. The step-4 evaluates Equation 9 at the minima points  $\hat{x}_0^i$

to determine depths  $\hat{z}_0^i$ , the step-5 evaluates Equation 10 using  $\hat{x}_0^i$  and  $\hat{z}_0^i$  to determine the amplitude

factors  $\hat{A}_0^i$ . The step-6 using applies Equation 7 to assign Cauchy probability,  $P_i$ , for each

equivalent line of current of the model, based on previously depths  $\hat{z}_0^i$  estimates and respective

intervals  $\Delta_i$ . Finally, in the step-7, a set of  $M$  triplets  $(\hat{x}_0^i, \hat{z}_0^i, \hat{A}_0^i)$  with probability greater than a

previously established threshold  $P_c$  is identified as a way to keep the most probable lines of current

composing the model. The interpreter may set  $P_c$  as the minimum probability value as found for

1  
2  
3 all segments, in this case accepting all intervals as plausible. The major contribution of model  
4  
5 construction based on the thin-sheet and line of current equivalence is to objectively obtain a  
6  
7 minimum number of thin-sheets necessary to explain the observed data and determine a ranked  
8  
9 probability of occurrence according to intrinsic properties of the observed AMA profile. This  
10  
11 automatic model representation can be used in preliminary data interpretation to assert the  
12  
13 distribution and depth location along a magnetic transect across a dike swarm as well as to input  
14  
15 more sophisticated approaches to data inversion based on nonlinear data fitting.

#### 28 Multiple thin-sheet data inversion

29  
30  
31  
32 A data inversion procedure is necessary to fit the observed AMA and TFA magnetic  
33  
34 profiles from updating the automatic trial values  $(\hat{x}_0^i, \hat{z}_0^i, \hat{A}_0^i)$  obtained from the line of current  
35  
36 model for the  $M$  thin sheets composing the model. The AMA invariance with the magnetization  
37  
38 direction spares the introduction of the thin-sheet magnetization inclination,  $I_m^i$ , as unknown  
39  
40 parameters which are explicitly required then fitting the TFA profile. The AMA and TFA data  
41  
42 fitting procedure configures a non-linear problem in which a set of  $p = 4M$  parameters  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60  
 $(x_0^i, z_0^i, A_0^i, I_m^i)$  is determined in order to explain a set of  $n$ -observed data points along the transect

1  
2  
3 with AMA  $|\mathbf{T}_p^o(x_k)|$  and TFA  $T_t^o(x_k)$ ,  $k = 1:N$  observations. For a set of uniformly magnetized  
4  
5 thin-sheets, the AMA is an invariant quantity with respect to the thin-sheets magnetization  
6  
7 direction  $I_m^i$ , thus giving the same model response regardless the magnetization inclination  
8  
9 attributed to the model. This allows a two stages inversion approach where the AMA profile is  
10  
11 firstly inverted starting from trial parameters  $(\hat{x}_0^i, \hat{z}_0^i, \hat{A}_0^i)$  thus reducing the number of unknown to  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60

with AMA  $|\mathbf{T}_p^o(x_k)|$  and TFA  $T_t^o(x_k)$ ,  $k = 1:N$  observations. For a set of uniformly magnetized thin-sheets, the AMA is an invariant quantity with respect to the thin-sheets magnetization direction  $I_m^i$ , thus giving the same model response regardless the magnetization inclination attributed to the model. This allows a two stages inversion approach where the AMA profile is firstly inverted starting from trial parameters  $(\hat{x}_0^i, \hat{z}_0^i, \hat{A}_0^i)$  thus reducing the number of unknown to  $3M$ , instead  $4M$  as required by the TFA data inversion. The second stage of the data inversion keeps the previous parameters from AMA inversion to determine the source magnetization directions. Two stages data inversion in general has been advised when a same model has different sensitivities to associated field quantities, allowing the reducing of the unknown parameters in the initial stage and improving convergence when the full parameters are used (Tuma and Mendonça, 2007; Liu et al., 2015; Cavalcante et al., 2020)

In both stages of the two-stages AMA and then TFA data inversion, the Euclidean norm of the residuals between observed and model-evaluated response is minimized. The AMA data fitting minimizes

$$Q(\mathbf{p}) = \sum_{k=1}^N (|\mathbf{T}_p^o(x_k)| - |\mathbf{T}_p^c(x_k)|)^2, \quad (11)$$

1  
2  
3 in which the  $m$ -dimensional,  $m = 4M$ , vector  $\mathbf{p}$  aggregates the  $M$  thin sheet parameters, its first  
4  
5 four entries, for example, standing for the  $(x_0^1, z_0^1, A_0^1, I_m^1)$  parameters for the 1<sup>st</sup> thin-sheet in the  
6  
7 model. The minimization of the AMA  $Q(\mathbf{p})$  provides a solution  $\mathbf{p}_A$  (subscript A standing for  
8  
9 AMA) that is used as trial solution to minimize a similar Euclidean residual misfit, but relating  
10  
11 residuals of observed,  $T_t^o(x_k)$ , and calculated,  $T_t^c(x_k, \mathbf{p})$  total field anomalies instead the AMA  
12  
13 quantities as in Equation 11. In both AMA and TFA data fitting stages, the quantities with  
14  
15 superscript ‘ $c$ ’ stand for model calculated response from a given model  $\mathbf{p}$ , the superscript ‘ $o$ ’ for  
16  
17 respective observed quantities. A minimization approach with the quasi-Newton algorithm (Byrd  
18  
19 et al., 1995) was implemented with the Python Scipy package, by incorporating a set of upper and  
20  
21 lower bounds for the unknown parameters, as described in the simulation tests and applications  
22  
23 with a real data set.

## 41 NUMERICAL SIMULATION

## 42

43 Numerical simulation tests are presented initially with a simple two thin-sheets model to illustrate  
44  
45 basic aspects of the proposed procedure and possible disturbances caused by different noise levels  
46  
47 in the input data and then to a more complex model simulating a dike swarm with multiple thin-  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60

1 sheets. In both cases we emphasize the effectiveness of the proposed procedure to obtain reliable  
2

3 model representations for geological interpretation and trial solutions to feed a data inversion  
4

5 approach. In the data inversion tests, the automatically determined parameters  $(\hat{x}_0^i, \hat{z}_0^i, \hat{A}_0^i)$  from the  
6

7 line of current model were used as the initial solution to the AMA data inversion and to define the  
8

9 intervals within which the solutions were searched. The thin-sheet locations  $x_0^i$  were constrained  
10

11 to be settled within intervals  $\Delta_i$  as determined from the AMA second-order x-derivative. The line  
12

13 of current depths was searched within intervals  $(0.5\hat{z}_0^i, 1.5\hat{z}_0^i)$  centered at the automatically  
14

15 estimated depth  $\hat{z}_0^i$ . A similar range was allowed for the amplitude factor within interval  $(0.5\hat{A}_0^i,$   
16

17  $1.5\hat{A}_0^i)$  centered at  $\hat{A}_0^i$ . In fitting the TFA profile, the interval  $(0.5\hat{l}_m^i, 1.5\hat{l}_m^i)$  for the magnetization  
18

19 direction was allowed. The output solution  $\mathbf{p}$  from the second-stage of the AMA and then TFA  
20

21 data inversion in general is different from the trial automatic parameters since fitting the entire  
22

23 profile data and correcting for interferences from adjacent sources. Since AMA and TFA  
24

25 inversions involve the minimization of a nonlinear problem with hundreds of unknown parameters,  
26

27 a code exploring forward evaluations in parallel was implemented by using a cluster node with 20  
28

29 cores, each one with RAM-CPU of 10 GB. In fact, reliable data fitting can be achieved using a  
30

31 much lower computational effort if starting from trial solutions given by line of current model but  
32

33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60

1  
2  
3 to failing convergence if starting from randomly selected trials. The component change filters for  
4  
5 such profile anomalies were evaluated with filters  $\theta_x(k_x) = jk_x/[j\cos(I)k_x + \sin(I)|k_x|]$  and  $\theta_z$   
6  
7  $(k_x) = |k_x|/[j\cos(I)k_x + \sin(I)|k_x|]$ , the term  $k_x$  standing for the wavenumber along the profile  
8  
9 x-axis,  $j$  as the pure imaginary number.  
10  
11  
12  
13  
14

### 18 Case-1 Simple two dikes model 19 20 21

22 This synthetic data simulation with a separated two dikes model with minor interference of  
23 anomalies aims at illustrating basic procedures of the proposed approach and explore its  
24  
25 dependence on different noise levels in determining stable (non-oscillating) second-order AMA x-  
26 derivatives and key parameters (intervals  $\Delta_i$  in particular) necessary to evaluate model  
27  
28 probabilities. The two-dikes model is composed by a thin-sheet position  $(x_0, z_0)$  at (2500,50) in  
29 meters, the other one at (7500,150) for a profile 10 km long. Both thin-sheets has a line of current  
30  
31  
32 equivalence with  $A_0 = 100$  A, the shallower thin-sheet with normal magnetization (+68°), the  
33  
34 deeper one with reverse magnetization (-68°) regarding a local main field with inclination  $I=68^\circ$ .  
35  
36  
37 The synthetic data set was generated simulating a flight height of 100 m at a sampling rate of 50  
38  
39 m. To test the noise sensitivity of the proposed method, the evaluated TFA response was corrupted  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60

1  
2  
3 with zero-mean, random Gaussian noise but with three different noise levels, namely 1%, 2% and  
4  
5  
6  
7 5% with respect the AMA maximum amplitude. Data was filtered with a low-pass Butterworth  
8  
9 filter (Herrmann, 1971) with order 2 and 0.00155 cycles/m cutoff ( $\sim 645$  m wavelength) to all data  
10  
11 sets, previously to apply component-change transformations to obtain the AMA field and its  
12  
13 second-order derivatives. The same low-pass filtering was applied for the data sets with different  
14  
15  
16 noise levels, previously the application of component-change transformations to evaluate the  
17  
18 AMA field and its second order x-derivative. Based on the AMA derivatives, the number of  
19  
20 intervals with  $|\mathbf{T}(x)|'' < 0$  was determined as well as the correspondent  $\Delta_i$  intervals, in this case  
21  
22 the intervals  $\Delta_1$  and  $\Delta_2$  for thin-sheets 1 and 2.  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35 The AMA second-order x-derivatives from applying the same finite-difference scheme to  
36  
37 input data sets with different noise levels are shown in Figure 2. The AMA derivative without  
38  
39 previous smoothing from the low-pass filtering is highly oscillatory (Figure 2c) even when applied  
40  
41 to the data set with the lower noise level (1%) tested in this simulation. The unfiltered AMA  
42  
43 derivative shows spurious local minima not associated to the real magnetic sources on the contrary  
44  
45 that are observed for the pre-smoothened TFA inputs regardless the tested noise levels. As in  
46  
47  
48 Figure 2c the points of minimum are coincident for all data inputs as well as intervals  $\Delta_1$  and  $\Delta_2$   
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60

1  
2  
3 that are used to evaluate model uncertainty. As in Figures 2b and 2c, the interval  $\Delta_1$  for the  
4  
5 shallower prism are the same for all noise levels in the input data, the interval  $\Delta_2$  for the deeper  
6  
7 thin-sheet just keeping shorter for the minor corrupted input data set. Tighter intervals seem to be  
8  
9 expected from shallower thin-sheets which, based on equation 7, may lead to higher probability  
10  
11 ranks. Nevertheless, one should note that the higher 2% and 5% noise levels serve more as a numerical  
12  
13 exercise to assess model sensitivities to different noise levels since common modern technology  
14  
15 for airborne magnetic surveys usually produces much lower noise levels, certainly close to the 1%  
16  
17 (or below) noise level in the tested data set. In summary, the presented simulation seems  
18  
19 convincing in showing that a simple low-pass filtering previously to apply a finite-difference  
20  
21 scheme to evaluate AMA second-order derivative can be effective in retrieving the thin-sheet  
22  
23 positions and (more importantly) the intervals  $\Delta_i$  necessary to evaluate model probabilities.  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42 [Figure 2]  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60

Table 1 shows the consequences in applying the same two stages data inversion modeling as  
applied from different noise levels in data input and use the preliminary solutions from the line of  
current model. For each thin-sheet of the model, results from the automatic line of current model

1  
2  
3 and the two-stages AMA-TFA data inversion approach are presented in order to evaluate the  
4  
5 accuracy of the automatically determined model parameters. The data fitting threshold for the  
6  
7 AMA and TFA inversion was set to  $\sqrt{Q(\mathbf{p})} < 30$  nT, the convergence for this simple two thin-  
8  
9 sheet model completed in less than 3 seconds of computing time. In order to compare the results  
10  
11 with a well-known method, the corresponding  $(x_0, z_0)$  estimates were evaluated from applying the  
12  
13 Euler deconvolution method (Thompson, 1982; Barbosa et al., 1999; Reid et al., 2014). The classic  
14  
15 implementation of the Euler deconvolution was applied, with acceptance criterion  $C_0 \leq z_0/\eta\sigma_z$ , as  
16  
17 given by Thompson (1982, equation 9), in which  $\eta$  is the structural index accounting for the source  
18  
19 geometry (equal to 1 for tabular bodies),  $\sigma_z$  the standard deviation of depth estimates  $z_0$  from  
20  
21 multiple moving data windows and  $C_0$  a threshold reference value. To keep a large number of  
22  
23 solutions (specially for the deeper thin-sheet) the threshold parameter  $C_0$  was made equal to 5,  
24  
25 instead 20 as in Thompson (1982). The moving window length used in the tests was set to 300 m  
26  
27 according to depth sensitivity recommendations as in Reid et al. (2014). Since multiple Euler  
28  
29 solutions may satisfy the acceptance criterion (see number of Euler solutions for levels of 1% and  
30  
31 2%), only the mean value for the set of Euler positions were presented in Table 1.  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60

Table 1 shows that the interval  $\Delta_1$  varies from 200 to 250 m, with accurate determination of the location parameters  $(x_0, z_0)$  in all conditions. For the deeper thin-sheet, the interval  $\Delta_2$  is varies from 300 to 350 m keeping accurate estimates for the thin-sheet location. For all noise levels, the errors in the automatic determination were negligible for the  $x_0$  location but degraded for the depth to the tops  $z_0$ , certainly cause by minor the amplitude loss from low-pass filtering the input data set. The automatic depth to the top determination for the shallower (50 m) and deeper (150 m) in general the thin sheets were inferred at deeper levels (80 to 85 m and 142 to 170 m, respectively) even thus providing accurate depth estimates when serving as initial solutions in the data inversion approach (errors less than 10 m of the true depth). The probabilities inferred from the line of current model gave no trivial inferences as, for example, more probable sources at shallower levels, regarding that similar ranges (56% to 61% and 49% to 51%), respectively for the shallower and the deeper thin sheets in the model. Inferences on model probability in addition are not degraded from higher noise levels in the data regarding minor variations (one data intervals space of 50 m) in determining the intervals  $\Delta_1$  and  $\Delta_2$ . The Euler deconvolution estimates under the same noise-level conditions provided more accurate depth estimates than those from the automatic line of current model but with higher uncertainty about the source location along the

profile, which in cases of adjacent dikes may lead to wrong inferences about the number of thin sheets to compose the interpreting model. Except for the  $z_0$  for the deepest source in the 1% noise level, the combination between automatic estimates and step-inversion as formulated by the proposed procedure showed higher accuracy than the Euler deconvolution.

[Table 1]

Figure 3 shows the graphical results for the 1% noise level. Figure 3c shows that the thin-sheets positions were successfully recovered from data inversion. For magnetization direction  $I_m$ , the correct normal and reverse polarities were recovered, with less than 1 degree of error. For the amplitude factor  $A_0$  the errors were inferior to 1 A with respect to the true value of 100 A. The Euler deconvolution solutions are show in Figure 3d.

[Figure 3]

#### Case-2 Complex dike swarm model

To simulate a dike swarm with two dike generations, a second synthetic data set was generated from a model with 22 thin-sheets with randomly distributed parameters with respect to two distinct

1  
2  
3 reference mean values. One of the generation of dikes is assumed as ascending to shallower levels,  
4  
5  
6

7 with mean depth for the top at 50 m, a second deeper-seated dike generation has mean depth at  
8  
9

10 150 m. Both dike generations have 100 A for parameter  $A_0$  and magnetization direction assigning  
11  
12

13 normal and reverse conditions, respectively for the shallower and the deeper-seated dike  
14  
15

16 generations. For a local main field with inclination of 68° (as for the real data set section) the  
17  
18

19 normal and reverse conditions imply magnetization with inclinations of +68° and -68° respectively.  
20  
21

22 To simulate noise levels in data, the evaluated model TFA response was corrupted with zero-mean,  
23  
24

25 random Gaussian noise with standard deviation of 1 nT, a value certainly considered as high  
26  
27

28 regarding modern survey technologies. To avoid spurious oscillation in evaluating AMA second-  
29  
30

31 order derivatives the input data set was low-pass filtered with a Butterworth filter of order 2 with  
32  
33

34 cutoff of 0.002 cycles/m (~500 m wavelength). The initial solution obtained from applying steps  
35  
36

37 1 to 7 is shown in Figure 4, where  $M = 22$  intervals  $\Delta_i$  were identified for intervals in which AMA  
38  
39

40 shows negative second  $x$ -derivative. In this case, the threshold probability  $P_c = 15\%$  is enough to  
41  
42

43 recognize the correct number of prisms of the testing model. To compare convergence rates and  
44  
45

46 computation time, the data fitting procedure was applied either by starting from randomly trial  
47  
48

49 solutions as from solutions keeping the line of current model as reference.  
50  
51

52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60

1  
2  
3 [Figure 4]  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60

Figure 5 shows the results of the inverse modelling initially fitting the AMA (Figure 5a) and the TFA (Figure 5b). As shown in Figure 5c, the initial solution accurately locates the sheets along the profile, as comparing true and estimated parameters shown in Table 2. The trial solution, however, does not allow satisfactory AMA data fitting (dashed curve in Figure 5a), which is achieved after AMA inversion (solid curve in Figure 5a) tuning the former trial solution. The output parameters obtained from the AMA inversion phase were used as constraints for the TFA data fitting, except for the magnetization direction, which can vary within the minimum and maximum values. The output model providing good data fitting to TFA (blue curve in Figure 5b) is represented in Figure 5c and accepted as the model solution, since consistent with the line of current model prescribing a minimum number of probable dikes and honoring the observed data set. As shown in Figure 5c, the location of the thin-sheets is accurately determined by the line of current equivalent solution despite overestimating their depths. The AMA-TFA inversion stages tune these depth estimates to better allow data fitting all along the profile. The inverted depth parameters (represented by colored circles position) in most cases coincide with the true depths (colored lines in Figure 5c). By setting  $\sqrt{Q(\mathbf{p})} < 25$  nT in minimizing the TFA data fitting, the

1  
2  
3 convergence was achieved at about 18 minutes of computing time, the same algorithm failing to  
4  
5 converge after 1.5 hours of elapsed time when starting fed with a randomly chosen solution and  
6  
7 the constraints are defined as maximum plausible geological values (interruption after 10000  
8  
9 iterations). These results consider a parallel approach, implemented using a multiprocessing library  
10  
11 available in the Python language.

12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21 This simulation test with a dike swarm model illustrates the importance of choosing a good  
22  
23 trial solution as automatically derived from AMA equivalence properties to invert the entire profile  
24  
25 data with minor computational efforts. In addition, it serves to illustrate the goodness of such trial  
26  
27 solutions as a preliminary representation of dike location and distribution as obtained from a  
28  
29 relatively simple approach. In order to compare its results with a well-known method, Figure 5d  
30  
31 also includes the solutions obtained from applying the Euler deconvolution method, implemented  
32  
33 with moving windows according to Reid et al. (1990) and acceptance criterion as in Thompson  
34  
35 (1982, equation 9). The Euler structural index was made equal to 1, correspondent to tabular  
36  
37 sources. The length of the moving window was set to 500 m thus yielding a set 142 solutions  
38  
39 satisfying by the applied acceptance criterion. As shown in Figure 5d the Euler solutions in general  
40  
41 were successful in locating the thin-sheet positions but with a higher depth dispersion, particularly  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60

1  
2  
3 severe for deeper seated thin-sheets or situated closer to a shallower source (sheets 5 and 9, for  
4  
5 example). Euler solutions also seem to miss some targets in the model (thin-sheets 17, 21, and 22)  
6  
7 which already are captured by the line of current procedure even though with degraded results for  
8  
9  
10 deeper thin-sheets. At least for this particular model, the line of current equivalent approach shows  
11  
12 better effective in reliably determining the number of discrete magnetic sources composing the  
13  
14 model and their accurate positioning along the profile. The line of current model in addition  
15  
16 provides the amplitude factor as output (parameter  $A_0$ ) that eventually may be useful to source  
17  
18 discrimination and that is not accounted at all when applying the Euler deconvolution. A Euler  
19  
20 application under a different acceptance criterion probably would keep a set of different solutions  
21  
22 but certainly does not invalidating the results presented here.  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38 [Figure 5]  
39  
40  
41  
42  
43 Table 2 summarizes true and inverted solutions, according to an ascending order for  
44  
45 positions  $x_0$  to left-to-right represent the sequence of thin sheets as in Figure 5. As shown in Table  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60 generally increasing after inversion, after updating the trial depths from the automatic solutions to

shallow levels from nonlinear data inversion. For location  $x_0$ , about 82% of the solutions have

errors below 50 m, for  $A_0$  approximately 77% of the solutions with errors below 50 A, for  $z_0$  95%

below 50 m. Considering the estimates for the magnetization inclination  $I_m$ , almost 68% with

errors below 30 degrees and, it is worth to note that none of the solutions missed the correct polarity

of the magnetization inclination, a key parameter to paleomagnetic inferences. Thin-sheet 17

deserves particular attention since associated to a large error in  $z_0$  and low probability regarding

its corresponding  $\Delta_{17}$  interval. This kind of response can be accepted of indicative of barely

detected magnetic source with subtle expression in the magnetic profile from a combination of

depth to the top location and interferences from adjacent shallower entities. Table 2 also shows the

parameters obtained from sequential AMA-TFA data inversion and their associated probabilities

(in %) as evaluated with Equation 7 for intervals  $\Delta_i$  as pictured in Figure 5. It is worth noticing

that probability evaluations at the present stage does not stand for the joint probability accounting

for a model with multiple elements. The approximation for a set of prismatic bodies implicitly

assumes their occurrence are uncorrelated in order to make their probability as independent

realizations. To a real data interpretation, the inference of a more probable line of current (or thin-

sheet model) can be understood as indicative of the existence of a dike-like source closer to the

1  
2  
3 ground surface, as expected along interval  $\Delta_i$  solely determined from the AMA second order  
4  
5 derivative properties.  
6  
7  
8  
9  
10  
11

[Table 2]

## REAL DATA APPLICATION

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24 The developed technique was applied to interpret an aeromagnetic transect across  
25  
26 Paleogene dike swarms across County Down in Northern Ireland. Figure 6 shows the study area  
27 bedrock geology (Figure 6a), an extract of the Tellus Project aeromagnetic dataset (Tellus, 2022)  
28  
29 and the position of the profile P-P' to be interpreted (Figure 6b). The TM65/Irish Grid EPSG:  
30  
31 29902 projection (units in kilometers) was used to avoid too much distortion in the maps due to  
32  
33 the high latitude of the study local. The bedrock geology of Northern Ireland is remarkably diverse  
34  
35 (Mitchell, 2004). The Study area itself is almost entirely composed of the Silurian Gala Group  
36  
37 (GSNI, 1997; Anderson, 2004). The Gala Group is composed of multiple NE-SW trending tracts  
38  
39 of turbiditic greywacke sandstones with minor siltstone and mudstone interbeds. The siliciclastic  
40  
41 composition of these sedimentary units contrasts with that of the basaltic-doleritic dike swarms  
42  
43 that were intruded into the greywacke country rocks during the Paleogene (Cooper and Johnston,  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60

1  
2  
3 2004). Figure 6a shows the extent and orientations of dike swarms interpreted from the Tellus  
4  
5  
6 Project (Cooper et al. 2012, Anderson et al., 2016 and 2018). In the western half of the study area,  
7  
8  
9 the dike anomalies (colored red) belong to the normally magnetized St. John's Point-Lisburn dike  
10  
11 swarm, whilst in the eastern half the dike anomalies (colored purple) are part of the reverse  
12  
13 magnetized Ardglass-Ballycastle dike swarm. Variations in magnetization direction are expressed  
14  
15  
16  
17 as polarity-changes in the anomalies of the Tellus aeromagnetic image (Figure 6b). The dikes are  
18  
19  
20 mostly orientated NW-SE to NNW-SSE, which is almost perpendicular to the strike of bedding in  
21  
22  
23 the Gala Group country rocks and the AMA profile P-P'. From work carried out in the Belfast  
24  
25  
26 Lough foreshore area, the average thickness of Ardglas-Ballycastle dikes is about 2 m with a  
27  
28  
29 maximum of 8 m recorded (out of 79 described dikes). This average thickness of Ardglas-  
30  
31  
32 Ballycastle dikes is likely to be similar for the St. John's Point-Lisburn dikes, most dikes  
33  
34 occupying pre-existing faults that have behaved as dextral strike slip features during the Paleogene.  
35  
36  
37 As a consequence, the dikes vary from continuous tabular, to segmented lenticular in form. Also,  
38  
39  
40 from outcrop studies it is clear that some fault zones host multiple parallel segments of the same  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60  
dike (Dickson et al., 2014).

1  
2  
3 Considering the spacing between flight lines of 200 m, we generated a grid with  $50 \times 50$   
4  
5 m cell size with minimum curvature interpolation algorithm. The data window encompassing the  
6  
7 St John's Point-Lisburn and Ardglass-Ballycastle dike swarms was then cropped and a mean radar  
8  
9 flight-height of 67 m computed in this window. Depth estimates are referenced to this mean flight  
10  
11 height which then was subtracted from inferred depths to establish the ground surface as the depth  
12  
13 reference. After evaluating the AMA at a regular grid, the profile P-P' with sampling interval of  
14  
15 50 m was extracted and interpreted according to the proposed procedure.

24 [Figure 6]

25  
26  
27  
28 As shown in Figure 7, the AMA profile shows high amplitude variations indicative of  
29  
30 variable depths to the top and/or magnetization intensity, higher amplitudes observed at the  
31  
32 southern portion (left side) of the profile. Both unfiltered and low-pass Butterworth filtered (order  
33  
34 2 and 0.00125 cycles/m cut-off, ~800 m wavelength) versions of the TFA and AMA profile are  
35  
36 presented to show that minor features in both fields were removed after the low-pass filtering.  
37  
38 The corresponding second order  $x$ -derivative with picked points assigning local minima is  
39  
40 presented in Figure 7c. The distribution of the points of local minima gives accurate positions of  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60

1  
2  
3 AMA peaks even for the low amplitude anomalies in the northern portion of the profile with minor  
4  
5 AMA undulations probably due to deeper seated dikes. The intervals with negative second  
6  
7 derivative (all of them encompassing a local minimum) are highlighted in Figure 7b thus  
8  
9 identifying 42 intervals. Some intervals are rather narrow, which according to Equation 7 may lead  
10  
11 to low probabilities. The interval number 34 illustrates this situation which, however, is associated  
12  
13 to a subtle AMA variation not explicitly suggesting a dike. Very narrow intervals with low  
14  
15 probabilities possibly are expressions of shallow interfering sources (“geological noise”) not  
16  
17 necessarily expressing dike occurrences. The interval number 31 with pronounceable AMA  
18  
19 response has subtle expression in its second derivative, but still able to be identified numerically,  
20  
21 despite hidden a little at the graphical scale of the picture. Most of the AMA peak response for the  
22  
23 northern portion of the profile has subtle AMA second-derivative. By setting  $P_c = 1\%$  (the  
24  
25 probability for inferences in interval 22) all intervals with negative AMA second  $x$ -derivative were  
26  
27 incorporated by the trial solution in fitting AMA and TFA profiles.

48 [Figure 7]  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60

Figure 8 presents the results of the two-stages inversion procedure starting from the automatic trial solution with 42 thin-sheets and previously determined intervals  $\Delta_i, i = 1:42$ , for profile locations. As in Figure 8c, the automatic trial solution is very effective in capturing the thin-sheet locations as determined by the data inversion solution (Figure 8c) despite unsuited data fitting the trial solution provides (dashed curve in Figure 8a). This is consequence of inaccurate inferences for the current intensities  $A_0$  in the trial solution (if compared with the inverted model) and by assuming uniform induced-magnetization direction when fitting the AMA profile. The output of the AMA inverted profile is entered as initial solution to invert the TFA (Figure 8b). This solution, despite providing good AMA data fitting (Figure 8a, inverted curve) badly captures the variations in the TFA profile (Figure 8b, dashed curve) because requiring further update in the thin-sheet magnetization directions to account to the complex polarity variations in the TFA profile. The output solution fitting TFA keeps location at intervals  $\Delta_i$  as constraints and depths  $z_0$  close to the AMA inverted solution but substantially changes the magnetization direction for the thin-sheets to match the TFA overall shape. Similar to the study with synthetic data, the code was executed 1000 times for the case study data, with  $Q(\mathbf{p}) < 100$  nT as threshold for a solution to be accepted. The procedure took 0.8 h on average to complete using the line of current trial solution,

1  
2  
3 but failing convergence after 2.6 h of computing time if starting from a randomly chosen solution.  
4  
5  
6  
7 A demanding situation considering that the same parallel approach of the numerical simulation  
8  
9 was used.  
10  
11  
12  
13  
14

15 The probability evaluation with Equation 7, keeps the intervals  $\Delta_i, i = 1:42$ , either when  
16  
17 applied to the initial trial solution as well as to the output solution from fitting the TFA profile.  
18  
19  
20 The probability for each thin-sheet may change as long as depth estimates can be modified as the  
21  
22 data inversion is completed. It is worth noting that no trivial relationship assigning lower  
23  
24 probabilities for deeper seated sources is obtained, since dikes with higher probabilities also are  
25  
26 determined for deeper-seated levels, as shown in Figure 8c. Local misfits in matching TFA but not  
27  
28 AMA data can be interpreted as the existence of local interferences from sources with variable  
29  
30 magnetization direction, not captured in fitting the AMA profile but sensitive in the TFA data  
31  
32 fitting. Since based mostly in the AMA properties, higher probabilities are inferred for the thin  
33  
34 sheets 13 and 14 despite their relatively poorer data fitting to the TFA (Figure 8b). The inference  
35  
36 of magnetization direction is marked as normal (black) and reverse (blue) with respect the local  
37  
38 magnetic field with inclination of  $68.7^\circ$ . As shown in Figure 8c, most of the prisms at the central  
39  
40 portion of the profile show normal magnetization, the dikes at its ending portions mostly with  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60

1  
2  
3 reverse magnetization. Similar to the synthetic cases, the profile was subjected to the Euler  
4  
5 deconvolution method (Figure 8d) using a moving window with length of 500 m, structural index  
6  
7 equal to 1 for tabular bodies thus yielding 150 solutions satisfying the Thompson (1982, equation  
8  
9 10) criterion. About 50% of the Euler solutions placed sources closer to the  $x_0$  positions inferred  
11  
12 for the dikes however, with depths estimates generally shallower than those determined from data  
13  
14 inversion. For dikes 4, 5, and 6 the line of current approach provided good data fitting to AMA  
15  
16 and TFA but no sources were identified by the Euler deconvolution. In our understanding, even  
17  
18 providing slightly different results in some portions of the profile, the Euler deconvolution as a  
19  
20 well-known technique validates the proposed procedure since positioning the magnetic sources  
21  
22 mostly at the same positions. As pending in favor of the line of current method, additional  
23  
24 parameters as the amplitude factor and model associated probability are determined. The  
25  
26 dispersion of solutions in the Euler deconvolution prevents a clear recognition of the number of  
27  
28 dikes are necessary to input the data inversion, with seems better resolved with the line of current  
29  
30 approach.

51  
52 [Figure 8]  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60

1  
2  
3       Table 3 organizes the inverted model solution according to the ascending order of dike  
4  
5  
6 position along the x-axis of the profile. In general, the P-P' data inversion results suggest the  
7  
8 predominance of deep-seated dikes, few of them nearing the ground surface (dikes 4, 17 and 27  
9  
10 all shallower than 100 m), consistent with local geology not describing dike exposures at the place.  
11  
12  
13  
14 In fact, many dikes associated with the North Atlantic Igneous Province in Northern Ireland were  
15  
16 inferred after the conclusion of the Tellus project. The results of this methodology indicate up to  
17  
18  
19 42 thin-sheets along the study areas profile P-P', and this compares to 30 to 36 dike anomalies  
20  
21 interpreted from Tellus Project interpretation (Anderson et al., 2018). The dike density along the  
22  
23 studied profile was estimated as one dike per 750 m, which is close to that observed for the  
24  
25 Ardglass-Ballycastle dike swarm on the north County Down coast (GSNI, 1968). The numbers of  
26  
27 normal and reverse magnetized thin-sheets identified by this work is 20 and 22 respectively, and  
28  
29  
30 compares favorably with 13 to 15 and 15 to 21 from the Tellus Project interpretation. The intervals  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60  
 $\Delta_i$  have mean value of 289 m (median of 250 m) thus defining an average length for ground survey  
profiles to verify the existence of such buried dikes.

[Table 3]

## CONCLUSIONS

We presented an automatic parameter estimator that revealed efficient to identify closed juxtaposed dikes as commonly observed in continental dike swarms by using AMA properties for a thin sheet model and its correspondence to an infinite line of current model situated at the top of this sheet. This trial model with associated probability estimates yields a reliable representation for the subsurface dike distribution that either can be used either for preliminary interpretation for depth and position of multiple dike unities or serve as input to more sophisticated data inversion approaches requiring the non-linear inversion with hundreds of unknown parameters. The use of this optimized trial solution inferred from basic AMA properties substantially improves the convergence of nonlinear approaches looking for a model solution allowing data fitting to the observed data. An important point to note is that if the initial estimated solution is too far from the true values, the convergence may not be achieved. In such cases, it is necessary to loosen the parameter constraints and allow for values that fall within the limits of what is geologically acceptable. The real data illustration with a magnetic transect across the North Atlantic Province in County Down, Northern Ireland, allows a model representation consistent with available geological information and previous interpretation of the Tellus Project aeromagnetic data set.

1  
2  
3 Nevertheless, fieldwork around the shores of Belfast Lough, where similar Ardglass-Ballycastle  
4  
5 dikes intrude Triassic sandstones and mudstones, indicate a much closer spacing of 80 m. This  
6  
7 difference in spacing may reflect how faulting, and subsequent intrusion of magma, has varied  
8  
9 vertically within a geological sequence with fewer, wider-spaced dikes in harder, consolidated but  
10  
11 faulted, Ordovician-Silurian, Gala Group and Leadhills Supergroup basement rocks, and more,  
12  
13 closer-spaced dikes in the softer Triassic Mercia Mudstone Group and porous but faulted  
14  
15 Sherwood Sandstone Group cover rocks. A follow up study to this one might be to examine and  
16  
17 compare profiles located in both basement and cover rock sequences to see if the Tellus Project  
18  
19 aeromagnetic data can be used to resolve these differences.  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60

#### ACKNOWLEDGMENTS

[blind review]

#### REFERENCES

Anderson, T. B., 2004, Southern Uplands – Down-Longford Terrane. In W.I. Mitchell (ed.), The Geology of Northern Ireland: Our Natural Foundation. Second edition: Belfast, Geological Survey of Northern Ireland, 41–60.

- 1  
2  
3 Anderson, H., J. J., Walsh, and M. R., Cooper, 2016, Faults, intrusions and flood basalts: the  
4 Cenozoic structure of the north of Ireland, in Young, M.E. ed., Unearthed: impacts of the  
5 Tellus surveys of the north of Ireland: Dublin. Royal Irish Academy, 179–189.  
6  
7  
8  
9  
10 Anderson, H., J. J., Walsh, and M. R., Cooper, 2018, The development of a regional-scale  
11 intraplate strike-slip fault system; alpine deformation in the north of Ireland: Journal of  
12 Structural Geology, **116**, 47-63. doi:10.1016/J.JSG.2018.07.002.  
13  
14  
15  
16  
17  
18 Barbosa, V. C. F., J. B. C., da Silva, and W. E., Medeiros, 1999, Stability analysis and  
19 improvement of structural index estimation in Euler deconvolution: Geophysics, **64**, 48-  
20 60. doi.org/10.1190/1.1444529  
21 Bastani, M., and L. B., Pedersen, 2001, Automatic  
22 interpretation of magnetic dike parameters using the analytical signal technique:  
23 Geophysics, **66**, 551-561. doi:10.1190/1.1444946.  
24  
25  
26  
27  
28  
29 Blakely, R. J., 1996, Potential theory in gravity and magnetics applications: Cambridge University  
30 Press.  
31  
32  
33  
34  
35 Byrd, R. H., P., Lu, J., Nocedal, and C., Zhu, 1995, A limited memory algorithm for bound  
36 constrained optimization: Siam Journal on Scientific Computing, **16**, no. 5, 1190-1208.  
37  
38 doi:10.1137/0916069  
39  
40  
41  
42  
43  
44 Cavalcante, F. L., C. A., Mendonça, U. S., Ofterdinger, and O. A., De Souza Filho, 2020, Well  
45 productivity in the Ponta Grossa Dyke Swarm, Brazil: An integrated study with magnetic  
46 data inversion and clustering analysis of model solutions: Journal of Hydrology, **588**, 1-14.  
47  
48 doi:10.1016/j.jhydrol.2020.125079  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60

- 1  
2  
3 Cooper, M. R., H., Anderson, J. J., Walsh, C. L., Van Dam, M. E., Young, G., Earls, and A.,  
4  
5 Walker, 2012, Palaeogene Alpine tectonics and Icelandic plume-related magmatism and  
6 deformation in Ireland: *Journal of the Geological Society, London*, **169**, 29–36. doi:  
7  
8 10.1144/0016-76492010-182.  
9  
10  
11  
12  
13  
14 Cooper, M. R. and T. P., Johnston, 2004, Late Palaeozoic Intrusives. In W.I. Mitchell (ed.), The  
15  
16 Geology of Northern Ireland: Our Natural Foundation: Belfast. Geological Survey of  
17  
18 Northern Ireland. Second edition, 61–8.  
19  
20  
21 Debeglia, N., and J. Corpel, 1997, Automatic 3-D interpretation of potential field data using  
22  
23 analytic signal derivatives: *Geophysics*, **62**, no. 1, 87-96. doi.org/10.1190/1.1444149  
24  
25  
26 Dickson, N. E. M., J. C., Comte, J., McKinley, and U., Ofterdinger, 2014, Coupling ground and  
27  
28 airborne geophysical data with upscaling techniques for regional groundwater modeling of  
29  
30 heterogeneous aquifers: Case study of a sedimentary aquifer intruded by volcanic dykes in  
31  
32 Northern Ireland: *Water Resources Research*, **50**, no. 10, 7984-8001.  
33  
34  
35  
36  
37 doi:10.1002/2014WR015320  
38  
39  
40 Dickson, N. E., J. C., Comte, P., Renard, J. A., Straubhaar, J. M., Mckinley, and U., Ofterdinger,  
41  
42 2015, Integrating aerial geophysical data in multiple-point statistics simulations to assist  
43  
44 groundwater flow models: *Hydrogeology Journal*, **23**, no. 5, 883-900. doi:10.1007/s10040-  
45  
46  
47 015-1258-x  
48  
49  
50 Feller, W., 1971. An introduction to probability theory and its applications, vol. 2: John Wiley and  
51  
52 Sons.

1  
2  
3 Geological Survey of Northern Ireland - GSNI, 1968, Carrickfergus, Northern Ireland Sheet 29.  
4  
5  
6 Solid geology. 1:63,360: Southampton, Ordnance Survey for the Geological Survey of  
7  
8 Northern Ireland.  
9  
10  
11 Geological Survey of Northern Ireland - GSNI, 1997, Northern Ireland. Solid Geology (2nd  
12  
13 Edition). 1:250 000: British Geological Survey, Keyworth, Nottingham.  
14  
15  
16 Guo, L., X., Meng, and G., Zhang, 2014, Three-dimensional correlation imaging for total  
17  
18 amplitude magnetic anomaly and normalized source strength in the presence of strong  
19  
20 remanent magnetization: Journal of Applied Geophysics, 11, 121-128.  
21  
22  
23 doi:10.1016/j.jappgeo.2014.10.007  
24  
25  
26 Halliday, D., R. Resnick, and J., Walker, 2012, Fundamentos de Física: Eletromagnetismo, vol. 3:  
27  
28 Grupo Gen-LTC. ISBN: 9788521619055  
29  
30  
31 Hansen, R. O., and M., Simmonds, 1993, Multiple-source Werner deconvolution: Geophysics, 58,  
32  
33 no. 12, 1792-1800. doi:10.1190/1.1443394  
34  
35  
36 Hartman, R. R., D. J., Teskey, and J. L., Friedberg, 1971, A system for rapid digital aeromagnetic  
37  
38 interpretation: Geophysics, 36, no. 5, 891-918. doi:10.1190/1.1440223  
39  
40  
41 Herrmann, O., 1971, On the approximation problem in nonrecursive digital filter design. IEEE  
42  
43 Transactions on Circuit Theory, 18(3), 411-413. doi: 10.1109/TCT.1971.1083275.  
44  
45  
46 Holland, M., and K. T., Witthüser, 2011, Evaluation of geologic and geomorphologic influences  
47  
48 on borehole productivity in crystalline bedrock aquifers of Limpopo province, South  
49  
50 Africa: Hydrogeology Journal, 19, no. 5, 1065-1083. doi:10.1007/s10040-011-0730-5  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60

1  
2  
3 Ku, C. C., and J. A., Sharp, 1983, Werner deconvolution for automated magnetic interpretation  
4  
5 and its refinement using Marquardt's inverse modeling: *Geophysics*, **48**, no. 6, 754-774.  
6  
7 doi:10.1190/1.1441505  
8  
9

10  
11 Li, Y., S. E., Shearer, M. M., Haney, and N., Dannemiller, 2010, Comprehensive approaches to 3d  
12  
13 inversion of magnetic data affected by remanent magnetization: *Geophysics*, **75**, no. 1, L1-  
14  
15 L11. doi:10.1190/1.3294766  
16  
17

18  
19 Liu, S., X., Hu, Y., Xi, T., Liu, and S., Xu, 2015, 2D sequential inversion of total magnitude and  
20  
21 total magnetic anomaly data affected by remanent magnetization: *Geophysics*, **80**, no. 3,  
22  
23 K1-K12. doi:10.1190/geo2014-0019.1  
24  
25

26 Nabighian, M. N., 1972, The analytical signal of 2D magnetic bodies with polygonal cross-section:  
27  
28 Its properties and use for automated anomaly interpretation: *Geophysics*, **37**, no. 3, 507-  
29  
30 517. doi.org/10.1190/1.1440276  
31  
32

33 Ostrowski, J. S., M., Pilkington, and D. J., Teskey, 1993, Werner deconvolution for variable  
34  
35 altitude aeromagnetic data: *Geophysics*, **58**, no. 10, 1481-1490. doi:10.1190/1.1443362  
36  
37

38 Reford, M. S., 1964, Magnetic anomalies over thin sheets: *Geophysics*, **24**, no. 4, 532-536.  
39  
40 doi:10.1190/1.1439388  
41  
42

43 Reid, A. B., J. M., Allsop, H. Granser, A. J., Millett, and W. Somerton, 1990, Magnetic  
44  
45 interpretation in three dimensions using Euler deconvolution: *Geophysics*, **55**, 80-91.  
46  
47 doi.org/10.1190/1.1442774  
48  
49

50

51

52

53

54

55

56

57

58

59

60

1  
2  
3 Reid, A. B., J. Ebbing, and S. J. Webb, 2014, Avoidable Euler Errors – the use and abuse of Euler  
4 deconvolution applied to potential fields: Geophysical Prospecting, **62**, 1162–1168.  
5  
6 doi.org/10.1111/1365-2478.12119  
7  
8

9 Smith, R. S., J. B. Thurston, T. Dai, and I. N. MacLeod, 1998, iSPITM – The improved source  
10 parameter imaging method: Geophysical Prospecting, **46**, no. 141–151.  
11  
12 doi.org/10.1046/j.1365-2478.1998.00084.x  
13  
14

15 Smith, R. S., A. Salem, and J. Lemieux, 2005, An enhanced method for source parameter imaging  
16 of magnetic data collected for mineral exploration: Geophysical Prospecting, **53**, no. 655–  
17 665. doi.org/10.1111/j.1365-2478.2005.00494.x  
18  
19

20 Tellus, 2022, Tellus project database storage, Geological Survey, Ireland. [https://www.gsi.ie/en-](https://www.gsi.ie/en-ie/data-and-maps/Pages/Geophysics.aspx#Tellus2022_Merged)  
21 ie/data-and-maps/Pages/Geophysics.aspx#Tellus2022\_Merged, accessed 19 January 2022.  
22  
23

24 Thurston, J. B., and R. S. Smith, 1997, Automated conversion of magnetic data to depth, dip and  
25 susceptibility contrast using the SPI (TM) method: Geophysics, **62**, no. 3, 807–813.  
26  
27 doi.org/10.1190/1.1444190  
28  
29

30 Tompson, D. T., 1982, EULDPH – A new technique for making computer-assisted depth estimates  
31 from magnetic data: Geophysics, **47**, 31–37. doi.org/10.1190/1.1441278  
32  
33

34 Tuma, S. L., and C. A. Mendonça, 2007, Stepped inversion of magnetic data: Geophysics, **72**, no.  
35 3, L21–L30. doi:10.1190/1.2711661  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60

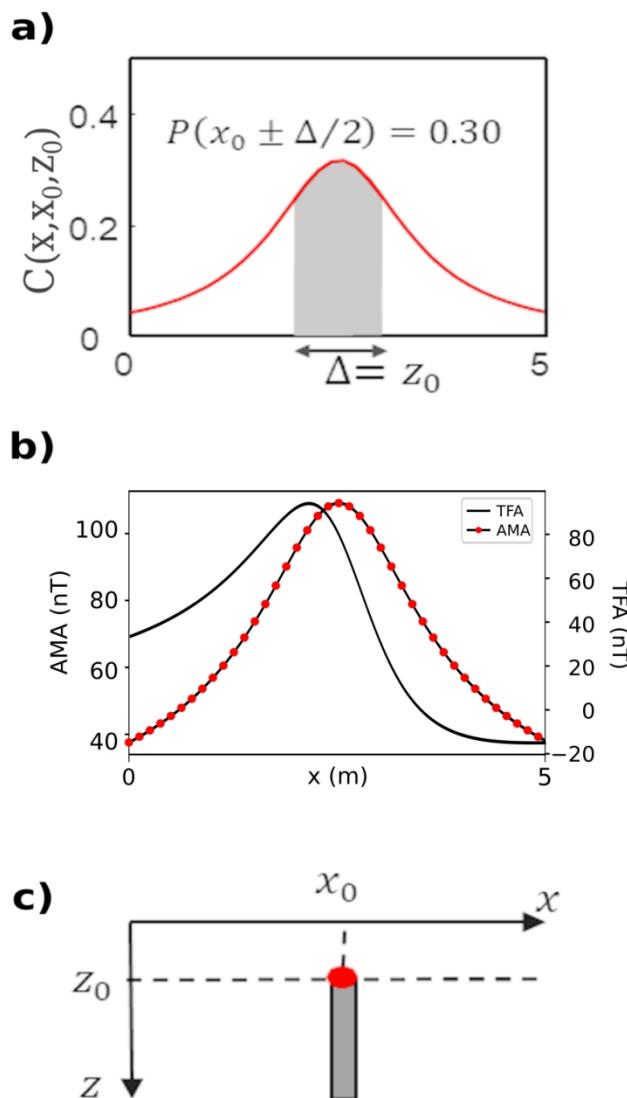


Figure 1– Schematic representation of AMA,  $|T(x)|$ , from a thin-sheet model with a line of current with Cauchy probability density function,  $C(x, x_0, z_0)$ : a) The Cauchy probability (shadow area) calculated for a line of current at  $(x_0, z_0)$  for interval  $x_0 \pm \Delta/2$ ; b) AMA calculated for thin-sheet (bell shape black line), line of current (red dots) and, TFA for the thin-sheet (black line); c) a magnetic thin-sheet (gray) and equivalent line of current (red circle) that generates a same AMA response.

217x358mm (118 x 118 DPI)

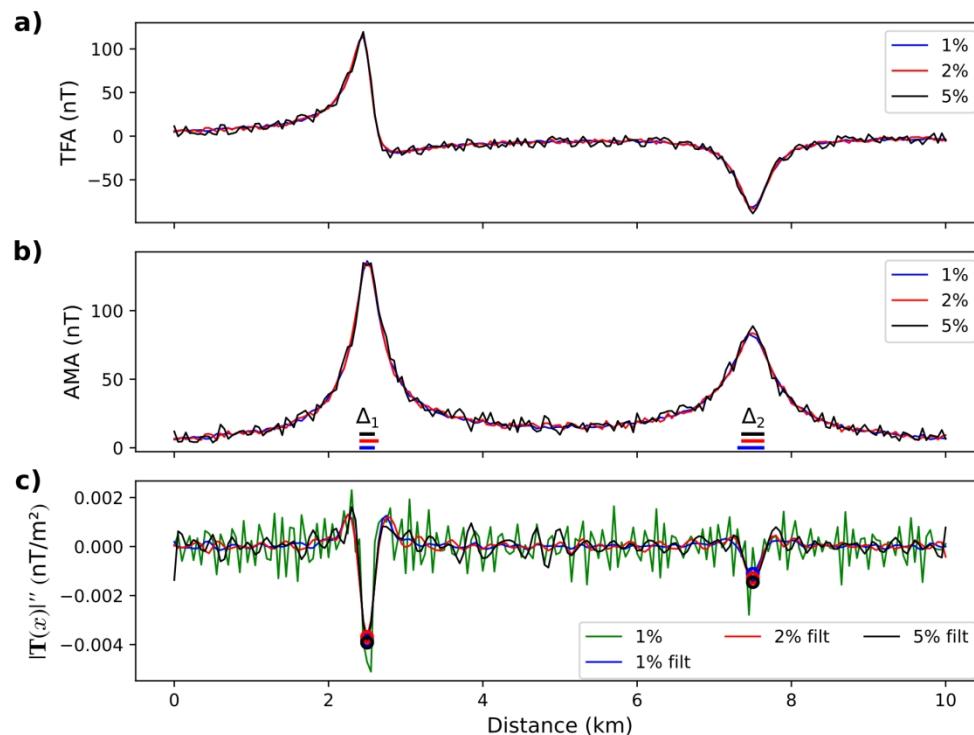


Figure 2: Noise level test for model 1 with two thin-sheets. Zero-mean, Gaussian random noise levels of 1%, 2% and 5% with respect to the AMA maximum amplitude. a) TFA corrupted with 1% noise (blue line), with 2% of noise (red line) and 5% of noise (black line). b) AMA corresponding to TFA anomalies and intervals  $\Delta$  from different noise levels. c) AMA second-order x derivative from different noise levels after low pass filtering and for the unfiltered data input (green line) with noise level of 1%. Local minima for AMA second derivative (circles) for each noisy data input (same color as for the curves).

413x309mm (118 x 118 DPI)

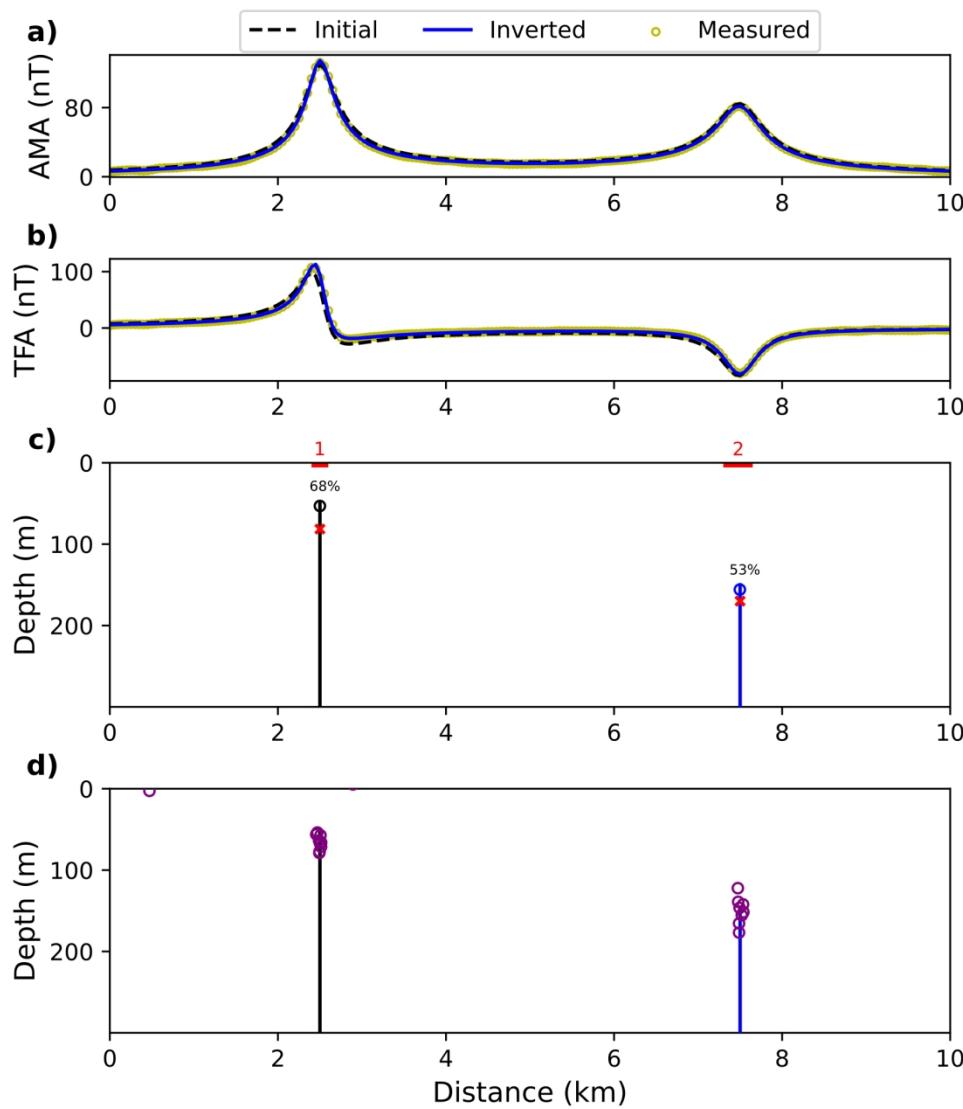


Figure 3: Inversion results for the model simulating two dikes with minor interfering anomalies; synthetic data corrupted with 1% of the AMA maximum amplitude. a) Measured AMA (yellow circles), AMA calculated from initial model (black dashed line) and AMA fitted by the nonlinear procedure (blue line). b) TFA measured (yellow circles), calculated from initial trial solution (black dashed line) and calculated from the inverted model (blue line). c) True model (vertical lines) with normal (black) and reverse magnetization (blue). Inverted solution with normal (black circles) and reverse magnetization (blue circles). d) Euler deconvolution solutions (purple circles).

387x429mm (118 x 118 DPI)

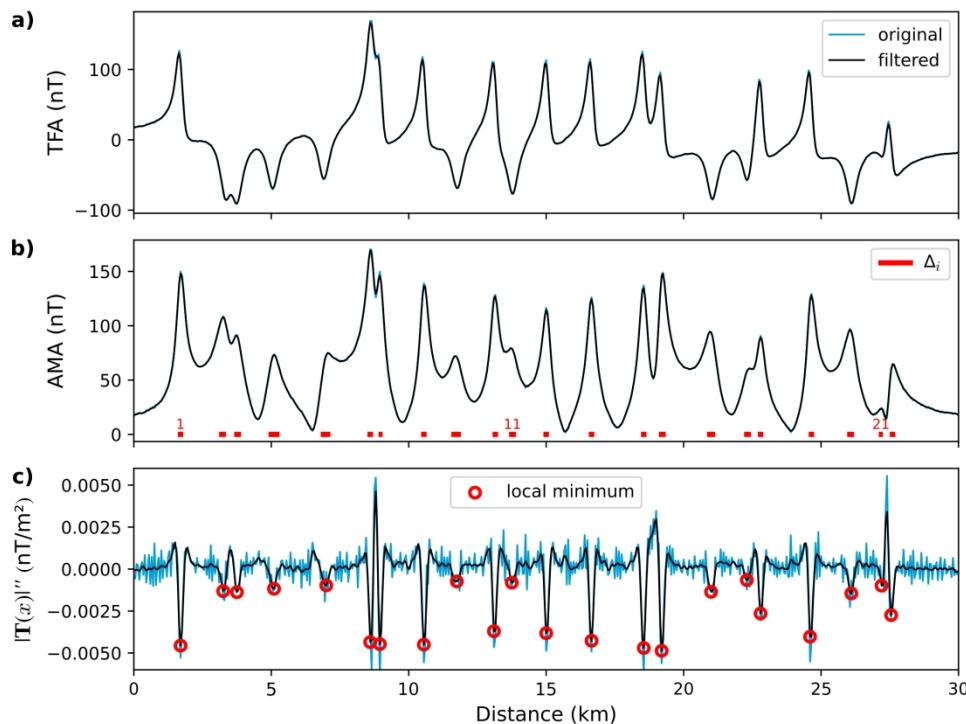


Figure 4– Automatic procedure to define intervals with negative AMA second x-derivatives applied to synthetic data concerning the model 2. a) Unfiltered (blue) and filtered (black) TFA for randomly Gaussian, zero-mean and standard deviation of 1 nT corrupted synthetic data. b) Unfiltered (blue) and filtered (black) AMA calculated by Fourier component-changing from a). Intervals with negative AMA second x-derivative are marked in red, and numbered from left-to-right; c) unfiltered (blue) and filtered (black) AMA second x-derivative, with marked points of local minimum (red circumferences). Highly oscillating unfiltered AMA derivative preventing a stable definition for intervals with negative derivative or points with local minimum.

Data filtered with a low-pass Butterworth filter with order 2 and 0.002 cycles/m cut-off ( $\sim 500$  m wavelength).

516x387mm (118 x 118 DPI)

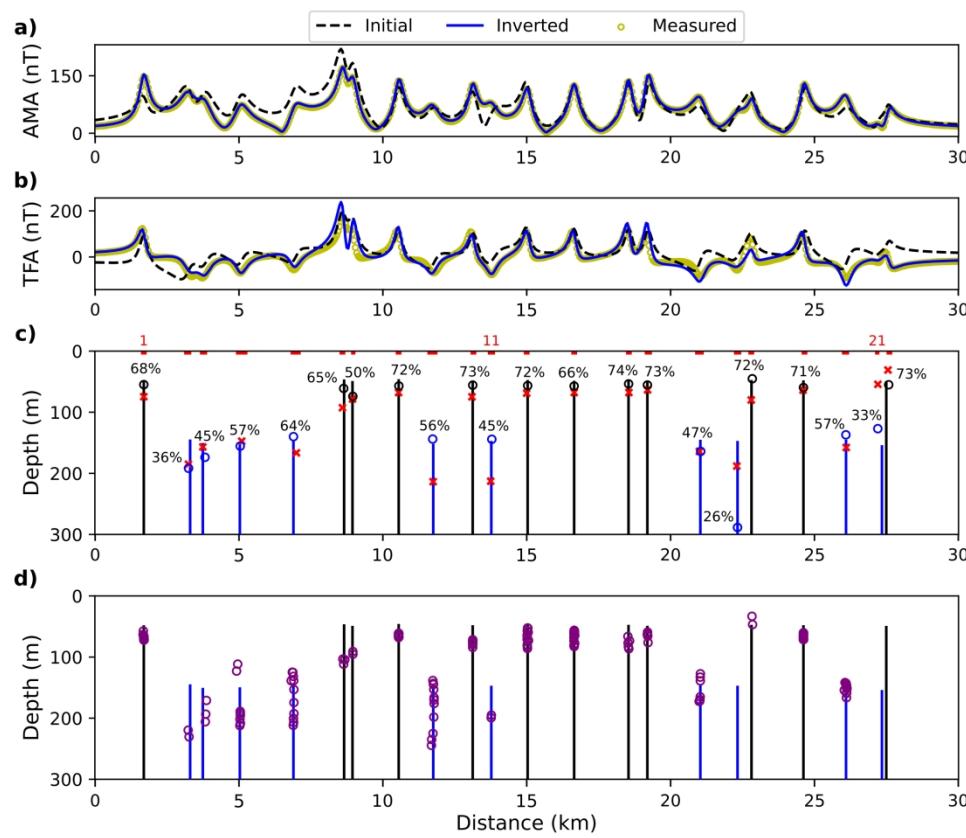


Figure 5– Inversion results for a synthetic data application concerning model 2: a) AMA for the synthetic filtered data set (yellow circles), evaluated from the line of current trial model (black dashed) and from the AMA inverted model (blue line); b) TFA for the synthetic filtered data (yellow circles), evaluated from the solution fitting the AMA profile (black dashed) and evaluated from the TFA inverted model (blue line); c) True thin-sheet models with normal (black lines) and reverse (blue lines) magnetization, trial solutions from the line of current models (red crosses), and inverted solutions (circles) assigning normal (black) and reverse (blue) magnetization. The 22 intervals where the AMA has negative second x-derivative are marked (red segments). Probabilities for the equivalent line of current expressed in %. d) Euler deconvolution solutions (purple circles) determined with structural index 1 and 500 m long moving window, totaling 142 solutions; the true models plotted as reference.

516x429mm (118 x 118 DPI)

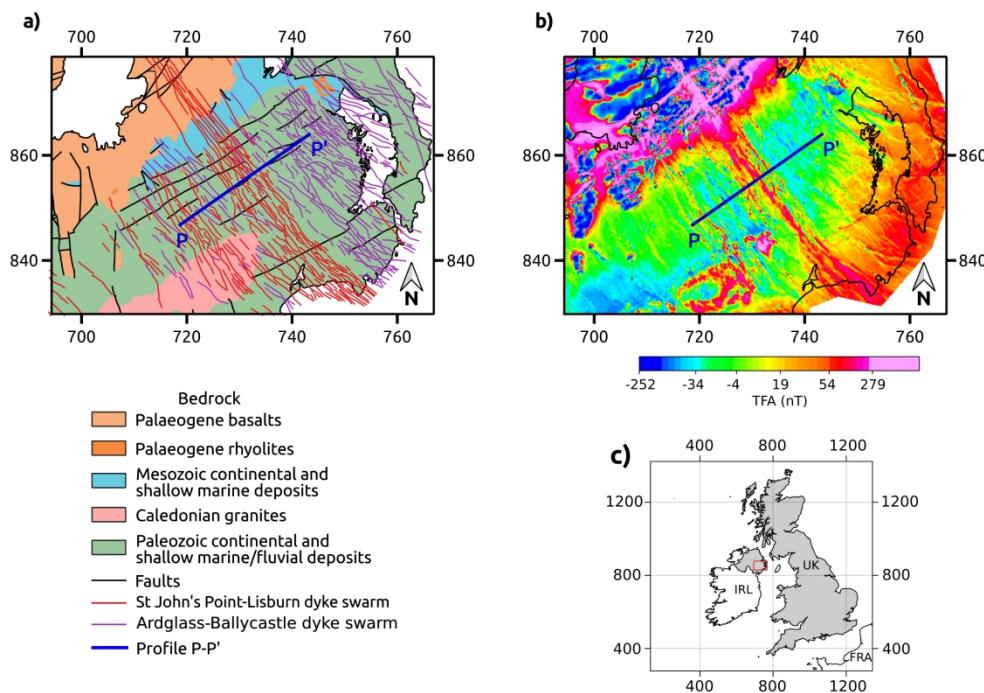


Figure 6– Location of the real case study using the TM65/Irish Grid EPSG: 29902 projection (unities in kilometers) ; a) location of the profile with respect to Paleogene regional dyke swarms (red and purple lines) within the Silurian Gala Group and the Antrim Lava Group (orange); b) TFA map gridded with minimum curvature algorithm using cell size of 50 m and the P-P' profile (blue line) marked; c) Location map of the study area (red polygon).

531x375mm (118 x 118 DPI)

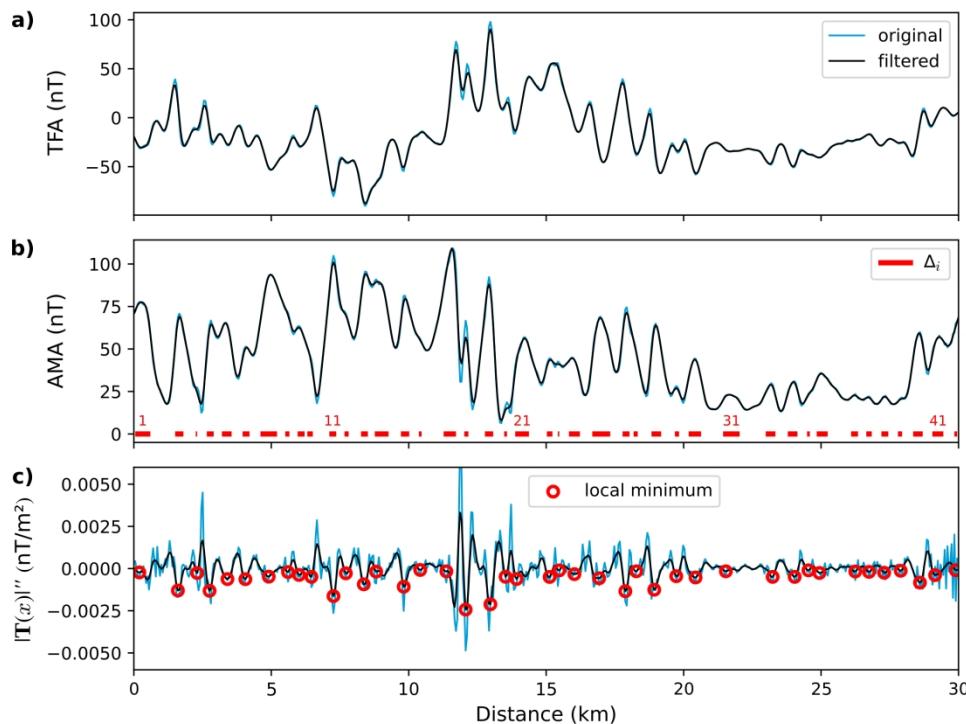


Figure 7– Automatic procedure to define intervals with negative AMA second x-derivatives applied to the profile P-P'. a) Unfiltered (blue) and filtered (black) TFA for real data. b) Unfiltered (blue) and filtered (black) AMA for real data. Intervals with negative AMA second x-derivative are marked in red, and numbered from left-to-right. c) Unfiltered (blue) and filtered (black) AMA second x-derivative, with marked points of local minimum (red circumferences). Data filtered with a low-pass Butterworth filter with order 2 and 0.00125 cycles/m cut-off ( $\sim 800$  m wavelength).

516x387mm (118 x 118 DPI)

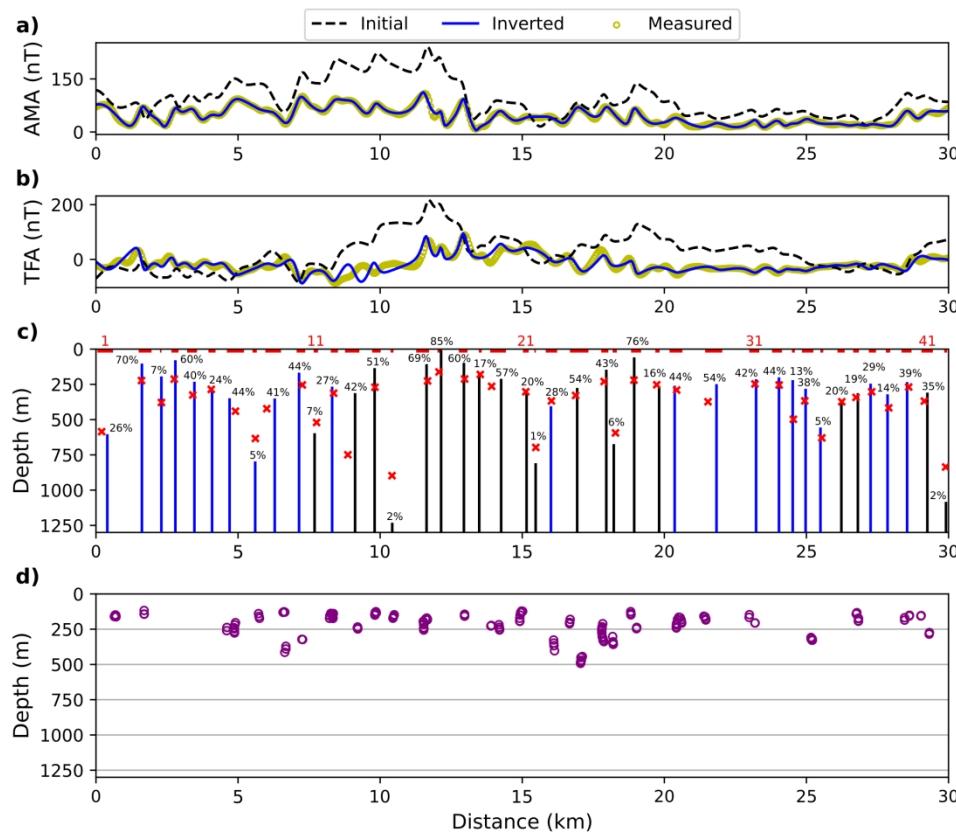


Figure 8– Inversion results for Tellus project profile P-P': a) AMA for the real data set (yellow circles), evaluated from the line of current trial model (black dashed) and from the AMA inverted model (blue line); b) TFA for the real data (yellow circles), evaluated from the solution fitting the AMA profile (black dashed) and evaluated from the TFA inverted model (blue line); c) thin-sheet models position (lines) from AMA and TFA inversion constrained to 42 intervals (red segments) where the AMA second x-derivative is negative. Thin sheets with normal (black lines) and reverse (blue lines) magnetization; initial solution from the line of current model (red crosses). Probabilities for the equivalent lines of current in %. d) Euler deconvolution solutions (purple circles) obtained with structural index equal to 1 and a 500 m long moving window, totaling 142 solutions.

516x429mm (118 x 118 DPI)

## LIST OF TABLES

Table 1– Two dikes model results for  $(x_0, z_0)$  location of two thin-sheets at (2500, 50) and (7500, 150) meters, regarding data input with different noise levels of 1%, 2% and 5% of the maximum AMA amplitude. Parameters  $\Delta$ ,  $\hat{x}_0$ , and  $\hat{z}_0$  from the automatic line of current model; parameters  $x_0$ ,  $z_0$ , and  $P$  (Cauchy probability) from inverting the entire profile data; parameters  $x_{0,E}$ ,  $z_{0,E}$  as the Euler deconvolution outputs (mean values of accepted  $n_E$  solutions). Errors in format xx(yy) assuming the estimated value xx in meters and error yy with respect to the true value also in meters.

Thin sheet	parameter	1%	2%	5%
1	$\Delta$ (m)	200	250	200
	$\hat{x}_0$ (m)	2500 (0)	2500 (0)	2500 (0)
	$\hat{z}_0$ (m)	81 (31)	85 (35)	80 (30)
	$x_0$ (m)	2499 (1)	2497 (3)	2505 (5)
	$z_0$ (m)	53 (3)	53 (3)	57 (7)
	$P$ (%)	68	74	66
	$x_{0,E}$ (m)	2493 (7)	2491 (9)	2525 (25)
	$z_{0,E}$ (m)	66 (16)	63 (13)	81 (31)
	$n_E$	9	9	4
2	$\Delta$ (m)	350	300	300
	$\hat{x}_0$ (m)	7500 (0)	7500 (0)	7500 (0)
	$\hat{z}_0$ (m)	170 (20)	153 (3)	142 (8)
	$x_0$ (m)	7496 (4)	7501 (1)	7491 (9)
	$z_0$ (m)	155 (5)	149 (1)	146 (4)
	$P$ (%)	53	50	50
	$x_{0,E}$ (m)	7502 (2)	7528 (28)	7675 (175)
	$z_{0,E}$ (m)	150 (0)	163 (13)	132 (18)
	$n_E$	5	4	5

Thin-sheet	$\Delta$ (m)	Trial solutions				Inverted solutions				
		$\hat{P}$ (%)	$\hat{A}_0$ (A)	$\hat{x}_0$ (m)	$\hat{z}_0$ (m)	$P$ (%)	$A_0$ (A)	$x_0$ (m)	$z_0$ (m)	$I_m$ (deg)
1	200	55	121	1700	75	68	97(2)	1700(1)	55(5)	61(8)
2	250	33	152	3250	185	37	97(2)	3253(56)	192(45)	-45(22)
3	250	38	116	3750	157	45	95(6)	3825(75)	174(21)	-79(10)
4	400	56	89	5100	147	58	106(5)	5049(13)	155(4)	-58(11)
5	350	62	92	7000	166	65	86(13)	6899(2)	140(10)	-51(17)
6	200	48	155	8600	93	65	256(156)	8643(14)	61(13)	40(27)
7	150	40	127	8950	78	50	220(121)	8961(13)	74(23)	116(48)
8	200	65	106	10550	68	73	123(21)	10560(6)	57(9)	85(17)
9	350	48	113	11750	214	56	89(10)	11735(19)	144(10)	-90(23)
10	200	59	99	13100	75	73	91(10)	13126(2)	56(6)	74(6)
11	250	29	124	13750	213	45	97(3)	13788(17)	144(5)	-78(10)
12	200	63	92	15000	69	73	101(2)	15034(1)	57(7)	70(2)
13	200	58	101	16650	68	67	104(3)	16648(0)	57(7)	70(2)
14	200	66	111	18550	68	74	130(30)	18541(4)	54(4)	65(5)
15	250	66	106	19200	63	73	151(53)	19193(2)	56(5)	87(18)
16	300	49	125	21000	164	47	129(29)	21045(12)	164(17)	-98(30)
17	250	36	78	22300	188	26	107(6)	22323(1)	289(139)	-83(16)
18	200	52	77	22800	80	73	45(56)	22837(28)	45(4)	60(8)
19	200	63	89	24600	64	72	110(10)	24615(2)	60(10)	67(1)
20	250	50	124	26100	158	58	142(41)	26088(5)	137(10)	-69(2)
21	150	55	18	27200	54	34	24(76)	27197(144)	127(29)	-44(25)
22	200	78	31	27550	31	74	50(48)	27575(84)	55(4)	25(43)

Table 2– Synthetic data inversion test with model parameters inferred from the automatic line of current model and after AMA-TFA inversion. Probabilities  $\hat{P}$  (trial line of current model) and  $P$  (AMA-TFA inverted model) evaluated with equation 7 for intervals  $x_0^i \pm \Delta_i/2$ ,  $i = 1:22$  thin-sheets; amplitude factor  $A_0$  and corresponding error in parenthesis regarding true model 100 A factor; inverted magnetization inclination  $I_m$  and corresponding error in parenthesis regarding true model inclination of  $+68^\circ$  and  $-68^\circ$ ; inverted  $x_0$  and  $z_0$  line of current location and respective errors in parenthesis with respect to the true parameters of the testing model.

Table 3— Model parameters from the automatic line of current model ( $\hat{A}_0, \hat{x}_0, \hat{z}_0$ ) and after AMA-TFA inversion ( $A_0, x_0, z_0, I_m$ ) of profile P-P' with errors in parenthesis evaluated by solution non-uniqueness. Probability for intervals  $x_0^i \pm \Delta_i/2, i = 1:42$  (as pictured in Figure 8) for respective  $x$  and  $z$ -location evaluated according to equation 7 for the automatic line of current model ( $\hat{P}$ ) and the AMA-TFA inverted model ( $P$ ).

Inferred dike	$\Delta$ (m)	Trial solutions			Inverted solutions					
		$\hat{P}$ (%)	$\hat{A}_0$ (A)	$\hat{x}_0$ (m)	$\hat{z}_0$ (m)	$P$ (%)	$A_0$ (A)	$x_0$ (m)	$z_0$ (m)	$I_m$ (deg)
1	550	31	225	200	585	26	335 (23)	399 (0)	612 (13)	-62 (2)
2	300	50	70	1603	223	70	87 (15)	1616 (4)	111 (0)	-6 (8)
3	50	6	52	2304	378	7	71 (23)	2302 (6)	202 (8)	-52 (26)
4	250	46	61	2755	213	60	35 (0)	2794 (7)	88 (2)	-7 (27)
5	350	38	107	3406	325	40	99 (24)	3464 (6)	240 (22)	-65 (4)
6	250	34	71	4057	286	24	104 (1)	4085 (0)	308 (10)	-47 (8)
7	601	43	201	4908	440	44	177 (5)	4702 (34)	357 (2)	-11 (6)
8	150	9	230	5609	634	5	243 (11)	5602 (7)	805 (7)	-61 (11)
9	250	22	134	6010	422	41	120 (20)	6291 (9)	359 (4)	-11 (15)
10	200	25	128	7262	254	44	146 (25)	7146 (2)	176 (5)	-25 (0)
11	250	38	184	7763	520	7	170 (38)	7693 (6)	605 (4)	2 (5)
12	150	10	138	8364	312	27	149 (18)	8310 (15)	275 (13)	-39 (6)
13	250	30	341	8865	749	42	256 (48)	9117 (14)	321 (13)	9 (8)
14	500	23	101	9816	270	51	78 (16)	9805 (3)	143 (0)	77 (9)
15	300	42	256	10417	897	2	143 (11)	10425 (4)	1240 (3)	86 (54)
16	100	4	123	11669	226	69	100 (32)	11632 (64)	116 (23)	90 (0)
17	450	20	47	12070	162	85	23 (9)	12144 (15)	17 (2)	90 (0)
18	150	47	98	12972	212	60	94 (2)	12947 (2)	106 (8)	90 (0)
19	300	52	12	13523	180	17	6 (8)	13485 (4)	174 (4)	14 (6)
20	100	32	53	13923	264	57	79 (0)	14257 (26)	220 (1)	90 (0)
21	500	60	66	15125	302	20	36 (3)	15152 (14)	303 (9)	90 (0)
22	200	26	149	15476	697	1	77 (1)	15471 (2)	818 (1)	90 (0)
23	50	2	82	16027	367	28	123 (14)	16010 (5)	413 (2)	-21 (1)
24	400	37	102	16878	329	54	133 (0)	16933 (22)	284 (41)	7 (1)
25	651	55	77	17880	229	43	60 (9)	17957 (13)	155 (10)	48 (0)
26	250	43	156	18280	594	6	77 (0)	18221 (3)	682 (4)	65 (8)
27	150	9	65	18932	220	76	34 (9)	18939 (20)	67 (20)	20 (3)
28	350	55	34	19733	253	16	17 (0)	19816 (0)	279 (4)	56 (23)
29	150	25	64	20434	290	44	36 (5)	20364 (13)	268 (17)	-30 (5)

## 1 Geophysics

2

1	30	450	50	41	21536	373	54	28 (10)	21835 (13)	257 (1)	-15 (3)
2	31	601	50	36	23189	247	42	44 (6)	23228 (5)	222 (74)	-90 (2)
3	32	350	49	39	24040	254	44	47 (6)	24034 (1)	209 (11)	-79 (10)
4	33	350	48	56	24541	498	13	29 (8)	24517 (0)	229 (4)	-66 (13)
5	34	100	8	62	24942	367	38	64 (12)	24971 (1)	290 (4)	-63 (27)
6	35	400	38	86	25543	629	5	96 (25)	25493 (0)	565 (6)	-11 (59)
7	36	250	25	43	26244	373	20	48 (8)	26229 (2)	368 (4)	14 (51)
8	37	200	23	37	26745	342	19	42 (3)	26810 (2)	321 (3)	90 (59)
9	38	250	32	33	27295	302	29	48 (11)	27259 (2)	254 (4)	-90 (127)
10	39	150	14	42	27896	416	14	39 (8)	27855 (2)	329 (13)	-3 (60)
11	40	350	45	80	28598	269	39	80 (3)	28543 (7)	243 (17)	-90 (0)
12	41	400	38	95	29149	369	35	56 (13)	29255 (2)	317 (7)	0 (0)
13	42	100	4	249	29900	836	2	373 (43)	29911 (10)	1092 (0)	58 (5)

For Peer Review

Apêndice B

---

“*Thin sheet automatic interpretation of dike swarm magnetic transects using regularized second derivatives*” pré-print em Earth ArXiv.

THIN SHEET AUTOMATIC INTERPRETATION OF DIKE SWARM MAGNETIC TRANSECTS  
USING REGULARIZED SECOND DERIVATIVES

Carlos Alberto Mendonça,  
University of São Paulo, Department of Geophysics, Rua do Matão, 1226, São Paulo, 05508-090,  
SP, Brazil. carlos.mendonca@iag.usp.br

Felipe Lisboa Cavalcante,  
University of São Paulo, Department of Geophysics, Rua do Matão, 1226, São Paulo, 05508-090,  
SP, Brazil. felipe.cavalcante@usp.br

Janaína Anjos Melo  
University of São Paulo, Department of Geophysics, Rua do Matão, 1226, São Paulo, 05508-  
090, SP, Brazil. janaina.melo@usp.br

COMPUTER CODE AVAILABILITY:

Program ATSInterp v.0 -Automatic Thin-Sheet Interpretation is made available at  
[https://github.com/camendonca697/ATSInterp\\_v0.git](https://github.com/camendonca697/ATSInterp_v0.git)

## ABSTRACT

Dike swarms are major continental structures recording large igneous provinces and crustal extension processes generating rifts and sedimentary basins. A key point in dike swarm studies is determining a minimum number of dikes that are necessary to explain the observed magnetic anomalies and inferences about position and depth for specific units. We develop an automatic interpretation procedure to interpret the complex anomalies resulting from densely juxtaposed dikes forming a swarm, each dike with different depth and magnetization attributes. The automatic parameter estimation is based on the ratio of the amplitude of the magnetic anomaly (AMA) by its second-order derivative, the dike position and depth determined from simple algebraic expressions based on the thin-sheet model representation. The second derivative of the AMA serves to individualize intervals with specific dike units, thereby determining a minimum number of dikes based on their sharp or subtle concave-down expressions in the AMA profile. Tikhonov regularization is applied to prevent noise enhancing in evaluating numerical derivatives using a finite-difference scheme. A set of MATLAB programs are presented to evaluate the automatic interpretation of magnetic transects, a profile across the Ponta Grossa Dike Swarm in Southern Brazil serving as a testing data set since its results can be compared with a published dike model obtained from data inversion. Dike location and depth obtained with the automatic procedure accurately recover the model parameters obtained from nonlinear data inversion suggesting the utility of the proposed procedure to obtain a reliable model from complex anomalies.

## INTRODUCTION

Large igneous provinces are associated to flood basalts, sills and plutonic layered systems usually connected by multi-stages dike intrusions plumbing magma across different crustal levels. The real extension and complexity of sheeted dike swarms were revealed as regional-long magnetic lineaments when aeromagnetic databases were compiled by companies and geological surveys. Aeromagnetic lineaments are useful in revealing the extension of subsurface tabular magnetic bodies but rarely the observed magnetic anomalies are one-by-one associated to single out cropping dikes. It is then assumed that most bodies may be seated at deeper levels, as such relying on magnetic data interpretation to infer dike location and related magnetic properties indicative of dikes from distinct intrusive events. Processing techniques centering fields over sources help the construction of geological maps and allow algebraic expressions to develop automatic interpretation methods. Many of the available applications are based on the properties of the analytical signal amplitude (ASA) (Roest & Pilkington, 1992) or the amplitude of the magnetic anomaly (AMA) (Li et al. 2010; Guo et al. 2014). Both ASA and AMA are not directly measured but instead evaluated from data processing applied to the observed total field anomaly (TFA) by applying conventional linear filtering procedures (Blakely, 1996, chapter 12). AMA and ASA are effective in outlining the distribution of magnetic sources, even in terrains with prevalent remanent magnetization with unknown direction that makes asymmetric the TFA with respect to the dike position. For two-dimensional (2D) sources, ASA (Li, 2006) and AMA (Liu et al., 2015) are invariant with magnetization direction, further simplifying the interpretation of elongated anomalies and magnetic lineaments from dike swarms. Depending on their properties and geometry, such tabular features may have a significant impact on subsurface conditions including the flow regime and exploration for groundwater resources (Cavalcante et al., 2020).

We introduce a discontinuous, interval-defined function obtained from rationing the AMA by its second  $x$ -derivative to automatically determine intervals within which a dike unit is expected. The choice for AMA is advised since it is less distorted by shallow sources (geological

noise) and more effective in capturing fields from deeper sources (Li et al., 2010; Liu et al., 2015; Mendonça et al., 2019). The use of AMA second  $x$ -derivative aids the identification of intervals where the AMA is concave down to discriminate side-by-side sources with subtle variations in the observed anomalies. For dike swarms, the number of such domains gives a preliminary estimate for a minimum number of prisms that is necessary to explain the observed anomaly, a key parameter for more demanding approaches based on data inversion. The second derivative for AMA was used by Bastani & Pedersen (2001) but, to our knowledge, not applied to individualize adjacent dikes or automatic depth estimates. Since numerical derivation is a noise-enhancing operation, a Tikhonov smoothing approach (Cullum, 1971; Stickel, 2010) was applied to obtain stable derivatives. The smoothening Tikhonov condition effectively works under different noise specifications or variations from applying different gridding methods. A numerical simulation is presented to show the effectiveness of the proposed method in characterizing tightly juxtaposed prisms with variable depth and magnetization properties. A real data application illustrates the automatic approach applied to a dike swarm transect, showing how the approximate results obtained with the proposed automatic procedure does provide a reliable model for geological interpretation as well as a trial solution to input a nonlinear data inversion procedure.

## THEORY

The thin sheet model has been used in magnetic data interpretation to represent dikes and geological contacts (Reford, 1964; Hartman et al., 1971) and served as the basis for the well-known Werner deconvolution technique with multiple applications in the interpretation of magnetic data (Ku & Sharp, 1983; Hansen and Simmonds, 1993; Ostrowski et al., 1993). This model is particularly valid to interpret airborne magnetic data acquired at flying heights of about 100 m or more because under such a condition the anomaly from a 10 m to 15 m wide dike, for example, gives a magnetic field equivalent to that one from a sheet. Following Ostrowski et al. (1993), the expressions for the  $x$  and  $z$  components,  $T_x(x)$  and  $T_z(x)$ , for the magnetic field from a vertical thin sheet, at a profile position  $(x, z)$ , for  $z = 0$  at the ground level, are

$$\begin{cases} T_x(x) = -2Jw \frac{\cos(i_m) z_0 + \sin(i_m) (x - x_0)}{(x - x_0)^2 + z_0^2} \\ T_z(x) = 2Jw \frac{\sin(i_m) z_0 - \cos(i_m) (x - x_0)}{(x - x_0)^2 + z_0^2} \end{cases}, \quad (1)$$

where  $w$  is the thin sheet thickness,  $(x_0, z_0)$  is the coordinate position for the sheet top. For targets with induced magnetization only  $J = kT_L$ , for  $k$  as the rock magnetic susceptibility (dimensionless in the SI), and  $T_L$  is the intensity of local main field (nT). The angle  $i_m$ , such that  $\tan(i_m) = \tan(i)/\cos(\alpha)$ , is the magnetization inclination,  $i$ , projected at the vertical plane containing the  $x$ -axis profile, making a clockwise angle  $\alpha$  with respect to the magnetic north. The anomalous vector field,  $\mathbf{T}(x) = T_x(x)\mathbf{e}_x + T_z(x)\mathbf{e}_z$ , for unitary vectors  $\mathbf{e}_x$  and  $\mathbf{e}_z$  along the profile and the vertical (positive downward), has field intensity  $|\mathbf{T}(x)| \equiv [T_x^2(x) + T_z^2(x)]^{1/2}$  which is equivalent to the AMA as defined by Li et al. (2010). The observed TFA is  $T_t(x) = \cos(I_g) T_x(x) + \sin(I_g) T_z(x)$ , for  $\tan(I_g) = \tan(I)/\cos(\alpha - D)$ ; where  $I$  and  $D$  are respectively the inclination and declination of the local main field. From the  $x$  and  $z$  field components in equation 1, the thin sheet AMA is

$$|\mathbf{T}(x)| = \frac{2Jw}{\sqrt{(x - x_0)^2 + z_0^2}} , \quad (2)$$

which is invariant with magnetization inclination  $i_m$ . The intensity field in equation 2 also is equivalent to the field from an infinite line of current with intensity  $\mathcal{A}_0 = 4\pi wM$ , with  $M = J/\mu_0$ , such as

$$|\mathbf{T}(x)| = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\mathcal{A}_0}{\sqrt{(x - x_0)^2 + z_0^2}} . \quad (3)$$

To explore the equivalence of the thin sheet response with a line of current, the thin-sheet AMA will be expressed in terms of the equivalent current  $\mathcal{A}_0$  instead product  $2Jw$ . This correspondence reduces the number of model parameters to three unknown variables:  $(x_0, z_0, \mathcal{A}_0)$  simplifying model representation. From equation 3, the second  $x$ -derivative,  $d^2|\mathbf{T}(x)|/dx^2 \equiv |\mathbf{T}(x)|''$ , of the intensity field  $|\mathbf{T}(x)|$  is

$$|\mathbf{T}(x)|'' = \frac{\mu_0 \mathcal{A}_0}{2\pi} \frac{2(x - x_0)^2 - z_0^2}{[(x - x_0)^2 + z_0^2]^{\frac{5}{2}}} . \quad (4)$$

We introduce the apparent depth function,  $z_a(x)$ , as the ratio

$$z_a(x) \equiv \sqrt{-\frac{|\mathbf{T}(x)|}{|\mathbf{T}(x)|''}} , \quad (5)$$

as such, defined in the interval where  $|\mathbf{T}(x)|'' < 0$ , in which the intensity field  $|\mathbf{T}(x)|$  is concave down. Based on equations 2 to 5, the  $z_a$  depth function for the vertical thin-sheet model is

$$z_a(x) = \frac{(x - x_0)^2 + z_0^2}{\sqrt{z_0^2 - 2(x - x_0)^2}} , \quad (6)$$

defined in the interval  $|x - x_0| < z_0/\sqrt{2}$  where the second derivative is negative. For  $x = x_0$  the apparent depth-function  $z_a(x_0) = z_0$  automatically determines the thin sheet depth as the position of its equivalent line of current. The position  $x_0$  is determined by the minimum of the second derivative  $|\mathbf{T}(x)|''$ . When plotted for all points with negative second derivative, the  $z_a(x)$  function describes a hyperbole-like curve with centred at  $(x_0, z_0)$ . Once  $x_0$  is determined, the equivalent current  $\mathcal{A}_0 \equiv \mathcal{A}_0(x_0)$  can be obtained from equation 4 as

$$\mathcal{A}_0(x_0) = -\frac{2\pi}{\mu_0} z_0^3 |\mathbf{T}(x_0)|'' . \quad (7)$$

Figure 1 illustrates a synthetic case in which  $z_a(x)$  is evaluated from equation 6 (thus assuming a vertical, infinitely depth-extending thin prism) and numerically from fields evaluated from a

dipping prism with width  $w$ . The second derivative of field intensity  $|\mathbf{T}(x)|$  for the dipping prism was evaluated numerically by applying a central difference scheme  $(T_{i+1} - T_{i-1})/2\delta_x$ , with  $T_{i-1}$  and  $T_{i+1}$  as the evaluated points at positions  $x \pm \delta_x$ . In Figure 1,  $z_a^d(x)$  is the depth function evaluated from data processing applied to the TFA (previously evaluating the corresponding AMA and its second x-derivative), and  $z_a^m(x)$  the depth function evaluated from the corresponding thin sheet model according to equation 6. As shown in Figure 1, similar depth functions are obtained from both thick and thin prism models, illustrating that depth estimates with thin sheet models (equation 6) give approximated estimates for wider and dipping prisms. This property of the vertical thin-sheet model was already recognized by Hartman et al. (1971) when developing the Werner deconvolution for automatic aeromagnetic data interpretation. The appropriateness of this approximation will be further illustrated in the section with numerical simulations.

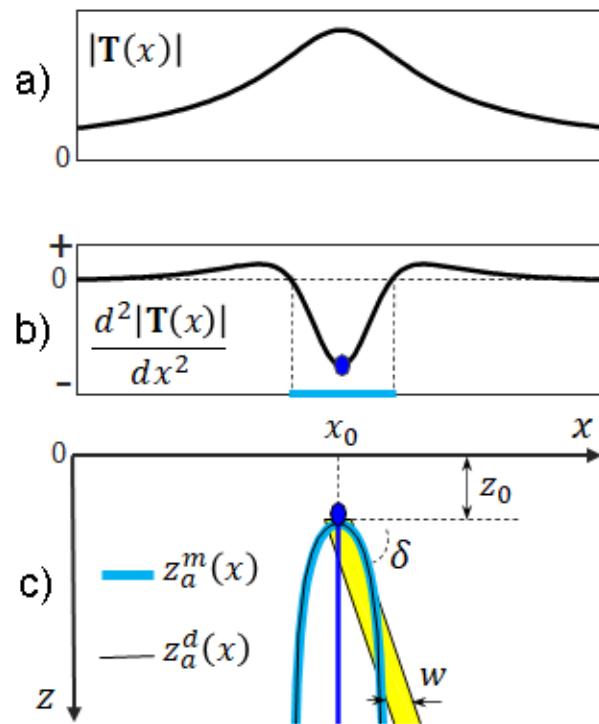


Figure 1 - Schematic representation of field intensity AMA from a dipping-prism model (yellow) and corresponding thin-sheet model (blue): (a) second x-derivative  $d^2|\mathbf{T}(x)|/dx^2$ ; (b) correspondent depth functions evaluated from the thin sheet model,  $z_a^m(x)$ , (blue line) and from the dipping-prism  $z_a^d(x)$  (black line). Points with null second derivative (red circles) and interval (red line) where the depth function  $z_a^d(x)$  is defined (negative second derivative). Minimum in the Dipping prim with geometrical  $(x_0, z_0, w, \delta)$  parameters, the thin sheet with  $(x_0, z_0)$  parameters. The AMA field equivalent to a line of current (blue circle) at the top of the thin-sheet. Both prisms with infinite depth extension. Location  $x_0$  is determined by the minimum point in the AMA second x-derivative, depth  $z_0$  determined by  $z_a^d(x_0)$ .

## COMPUTATIONAL IMPLEMENTATION

The evaluation of numerical derivatives configures an unstable operation since amplifying small random variations caused by the noise content in the input data. This kind of instability defines an ill-posed problem that can be solved by applying the Tikhonov regularization theory to stabilize numerical derivatives evaluated from noisy time series or vector data (Eilers, 2003; Stickel, 2010). The regularized derivative procedure was introduced by Cullum (1971) and since then found applications in many fields of the engineering and experimental sciences (Eilers, 2003; Wagner, 2020). The problem can be formulated as a Tikhonov regularization problem (Eilers, 2003; Stickel, 2010). Code implementation was done with the MATLAB function `rdiff` (Wagner, 2021) with option for Tikhonov regularization (Wagner, 2020; pg. 79). In this implementation the regularization parameter is automatically determined by applying the discrepancy principle criterion. The discrepancy principle (Groetsch, 1984, pg. 43) defines a posteriori strategy based on data input error level. The optimum parameter tunes the residuals Euclidean norm comparable to a scaled factor for the Euclidean norm of the error in data. As in the `rdiff` implementation, trial regularization parameters are calculated, and that one satisfying the discrepancy criterion then selected. The MATLAB function `findpeaks` was applied to find the AMA second  $x$ -derivative local minima. The `findpeaks` when applied to a vector  $v$  returns the distribution of entries with local maximum satisfying the condition that a local peak in an  $i$ -th entry  $v_i$  must be larger than its neighboring  $v_{i-1}$  and  $v_{i+1}$  entries. To find the local minima distribution in  $v$ , `findpeaks` is applied to  $-v$ .

## NUMERICAL SIMULATION

Depth determination with the  $z_a(x)$  function is illustrated with program “RunMe\_Synthetics.m” implementing up to 10 prismatic models simulating conditions with variable dip and depth, as well as induced and remanent magnetization and variable depth. To each prism in the model is assigned by the auxiliary script “aux01\_TestingModels.m” the following parameters:  $x_0$ ,  $z_0$ ,  $w/2$ ,  $\delta$ ,  $M$ ,  $\alpha$ ,  $M_{inc}$ ,  $T_{inc}$ ,  $z_b$ , respectively for the x-z top position, half-width, dip angle, magnetization intensity (A/m), dike strike, inclination of magnetization, inclination for the local main field, and depth to the bottom. Figure 2 shows the results corresponding from a particular model (Model 6) as the option 6 in the “aux01\_TestingModels.m” script. This model has 6 prisms with tops at different depths (4 km to 9 km, from left to right). TFA and AMA were evaluated along a 100 km long profile at sampling rate  $\Delta x=0.35$  km. All prisms in this model have induced magnetization ( $M_{inc} = T_{inc}$ ) of 1.0 A/m for  $T_{inc}=30^\circ$  and  $z_b=24$  km. AMA response was corrupted with zero-mean, Gaussian noise with a standard deviation of 2 nT to evaluate distortions in evaluating noise enhancing derivatives with simple central difference and Tikhonov regularized schemes. As shown in Figure 2, the  $z_a$  function from noisy-data captures the same pattern with noise-free data defining sharped hyperboles with peaks outlining the true depths. The intervals where negative second  $x$ -derivative define discontinuous domains where AMA is concave down, the second derivative minima picking the AMA apices with good approximations for prism position  $x_0$ .

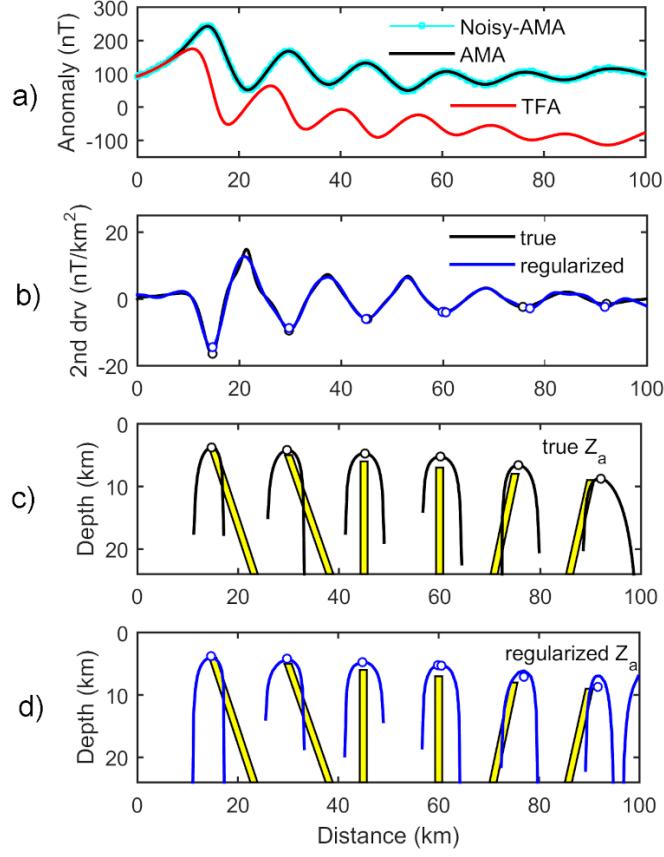


Figure 2 – Numerical simulation with a multi prism model: a) noise-free TFA (red line), noise-free AMA (black) and noise-corrupted AMA (cyan); b) second x-derivative of noise free AMA (black line) and the noise-corrupted AMA (blue line) with regularization and respective local minima (circles); c) true prismatic models (yellow),  $z_a$ -function (black hyperboles) from noise-free AMA,  $z_a(x_0)$  depth estimates (white circles); d)  $z_a$ -function from noise-corrupted AMA (blue). The six prisms in the model have increasing depth to the top, from 4 km depth down to 9 km depth from left-to-right. The dip of the prisms is equal to 70° (1 to 2), 90° (3 to 4) 110°, all prisms with induced magnetization only (local main field with inclination of 30°) and magnetization intensity of 1.0 A/m. Sampling space  $\Delta x=0.25$  m. This is the model-6 in the “RunMe\_Synthetics.m” file. A set of 10 models can be tested with this script.

Figure 3 shows the AMA second x-derivative evaluated from noise-free and noise-corrupted AMA, the Tikhonov regularization providing a stable (non-oscillating) second derivative. The amplitude loss observed in the regularized derivative is caused by the smoothing criterion embedded in the Tikhonov regularization as described in Appendix A. At least for the tested model, this loss in amplitude does not compromise minima location or depth evaluation according to equation 4. Figure 3 illustrates the need for regularization in evaluating the second x-derivative for a noisy data input by comparing the Tikhonov regularized derivative with noise-free and noise corrupted results. Noise in data was simulated by Gaussian, additive, zero-mean pseudo-random values with a standard deviation of 2 nT. The true derivative reference was numerically evaluated by computing fields at points  $x_i \pm \delta_x$  with  $\delta_x = \Delta x/50$ , for data sampling  $\Delta x=0.35$  m

and applying a central difference scheme. Non-regularized numerical derivative for the noise data applied a central difference scheme directly to the noise-corrupted data. The same corrupted data set was used to evaluate the regularized derivative. As shown in Figure 3, the non-regularized derivative amplifies the noise content leading to meaningless results. The regularized approach, otherwise, provides reliable results reproducing the noise-free derivative curve despite a minor amplitude loss caused by the smoothing criterion the Tikhonov regularization applies.

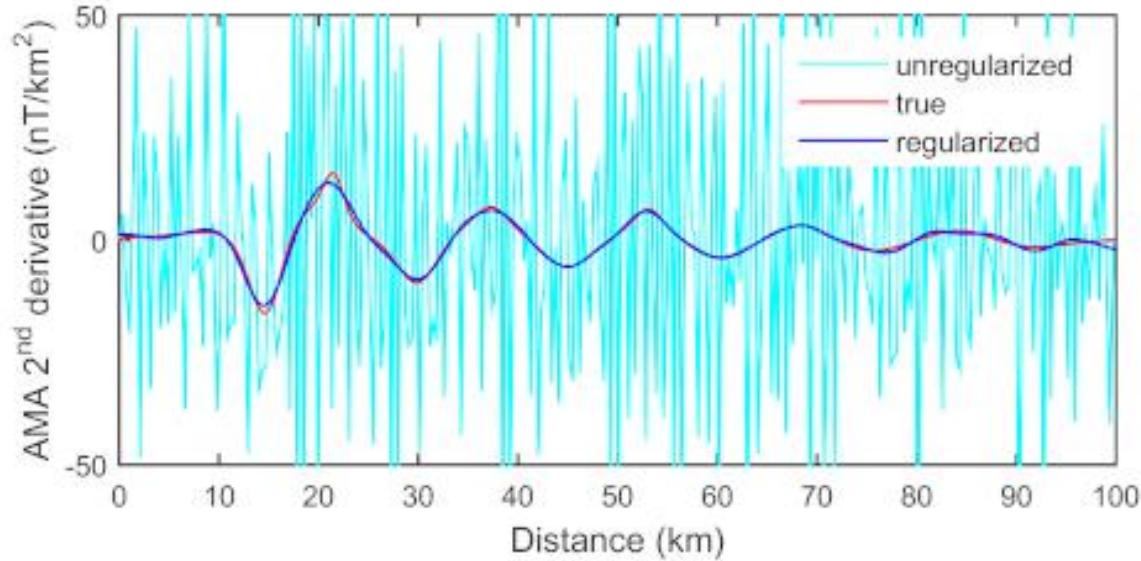


Figure 3 –AMA profile second numerical derivatives: a) noise-free (red line) and noise-corrupted (cyan) AMA profile, and regularized 2<sup>nd</sup> derivative (blue). Pseudo random noise in data generated assuming a zero-mean Gaussian distribution with standard deviation of 2 nT. True derivative numerically evaluated with a central difference scheme at points  $x_i \pm \delta_x$  with  $\delta_x = \Delta x/50$ . AMA profile from model in Figure 2.

Table 1 with true and estimated model parameters shows that location and depth errors (expressed in terms of the sampling space  $\Delta x=0.35$  km) are below  $3\Delta x$ . Error scaling by the sampling spacing establishes a fair ground to compare deeper and shallower sources or situated away from the origin. For an automatic technique, this margin of error can be regarded as satisfactory considering the noise level in data and the simple approximation of wider dipping prisms with a vertical thin sheet model. Worth to note is that model parameters were determined without any data inversion approach, but simply by evaluating the ratio between two data processing products (the AMA and its second derivative). The amplitude factor  $A_0$  have a higher error margin (in %) by taking as reference the product  $4\pi Mw$  for each dike. Low accuracy in  $A_0$  may prevent the identification of same size dikes with contrasting magnetization intensity but still valuable as semi-quantitative discrimination of dike populations as well as dike locations.

	True model			$z_a$ -estimates			Errors		
	$x_0$ (m)	$z_0$ (m)	$4\pi Mw$ (A)	$x_0$ (m)	$z_0$ (m)	$\mathcal{A}_0$ (A)	$x_0$ ( $\times \Delta x$ )	$z_0$ ( $\times \Delta x$ )	$\mathcal{A}_0$ (%)
1	8	4	7.5	6.8	4.5	13.7	4.8	2.0	83
2	15	3	7.5	14.6	2.9	9.1	1.6	0.4	21
3	22	4	7.5	21.5	3.1	5.7	2.0	3.6	24
4	29	3	7.5	28.8	2.6	6.8	0.8	1.6	9
5	36	4	7.5	35.7	2.9	5.0	1.2	4.4	33
6	43	3	7.5	42.9	2.9	8.5	0.4	0.4	13
7	50	6	11.3	50.9	5.0	8.2	3.6	4.0	27
8	60	6	11.3	60.3	4.4	6.8	1.2	6.4	40
9	70	6	11.3	70.4	4.9	9.1	1.6	4.4	19
10	80	6	11.3	80.7	5.6	12.3	2.8	1.6	9
11	90	6	11.3	91.4	6.2	16.7	5.6	0.8	48

Table 1 – Model parameters for thick (yellow prism) and thin sheet (black) prismatic models and correspondence of  $z_a$ -function from both models,  $z_a^m$  from the thin-sheet model and  $z_a^d$  from observed data from a true wide prism. Both prisms with top at  $x_0$  and  $z_0$ , the wider prism with dipping angle  $\delta$  and width  $w$ . Magnetization-to-width product  $4\pi Mw$  for a thick prism and correspondent amplitude term  $A_0$  evaluated with the thin sheet model. Errors evaluated with respect to the true model value. Sampling space  $\Delta x = 1.5$  m.

## REAL DATA APPLICATION

The proposed technique is applied to a magnetic profile across the southern branch of the northwest portion of Ponta Grossa Dike Swarm (PGDS), at the eastern border of the Phanerozoic Paraná Basin, in the Paraná State, Brazil (Figure 4a). The background geology (Figure 4c) is composed by Tonian to Ediacaran metavolcano-sedimentary sequences and arc-related granite stocks (Passarelli et al., 2019). The Precambrian basement is part of the Apiaí Terrane, a tectonic block of the Neoproterozoic Ribeira Belt recording the last stages of the West Gondwana amalgamation (Campanha et al., 2019). The northern portion of the area is covered by Devonian sandstones of the Furnas Formation. Only few diabase dikes of the Cretaceous Serra Geral Formation (Renne et al., 1996) are mapped from ground-based geology. The available magnetic data was acquired with 500 m spaced, North-South flight lines at constant 100 m height above the ground. The xyz-database is made available by the CPRM- Brazilian Geological Survey (<https://geosgb.cprm.gov.br/>) under identification of survey 1095, Paraná-Santa Catarina database. The evaluation of AMA from gridded TFA data required the evaluation of the x, y, and z components of the anomalous magnetic field by applying conventional phase transformation filtering (Blakely, 1996, pg. 328), as implemented in the component changing options of the GEOSOFT-Oasis Montaj version 9.10. This CPRM survey was developed in 2011, for a local main field with intensity of 22640 nT, inclination of -34°, and declination of -18°. The entire data set was processed at a regular grid of 50 m and resampled at the same rate along profile PP' transverse to the dikes. The extension and shape of the observed magnetic lineaments suggest the existence of multiple non-outcropping dikes, coincident with the mean strike (N30W) of the

outcropping dikes. As in other cases, the extension and distribution of dike swarms in the Brazilian shield have been inferred from their aeromagnetic expressions (Pessano et al., 2021), not directly from outcropping inspections.

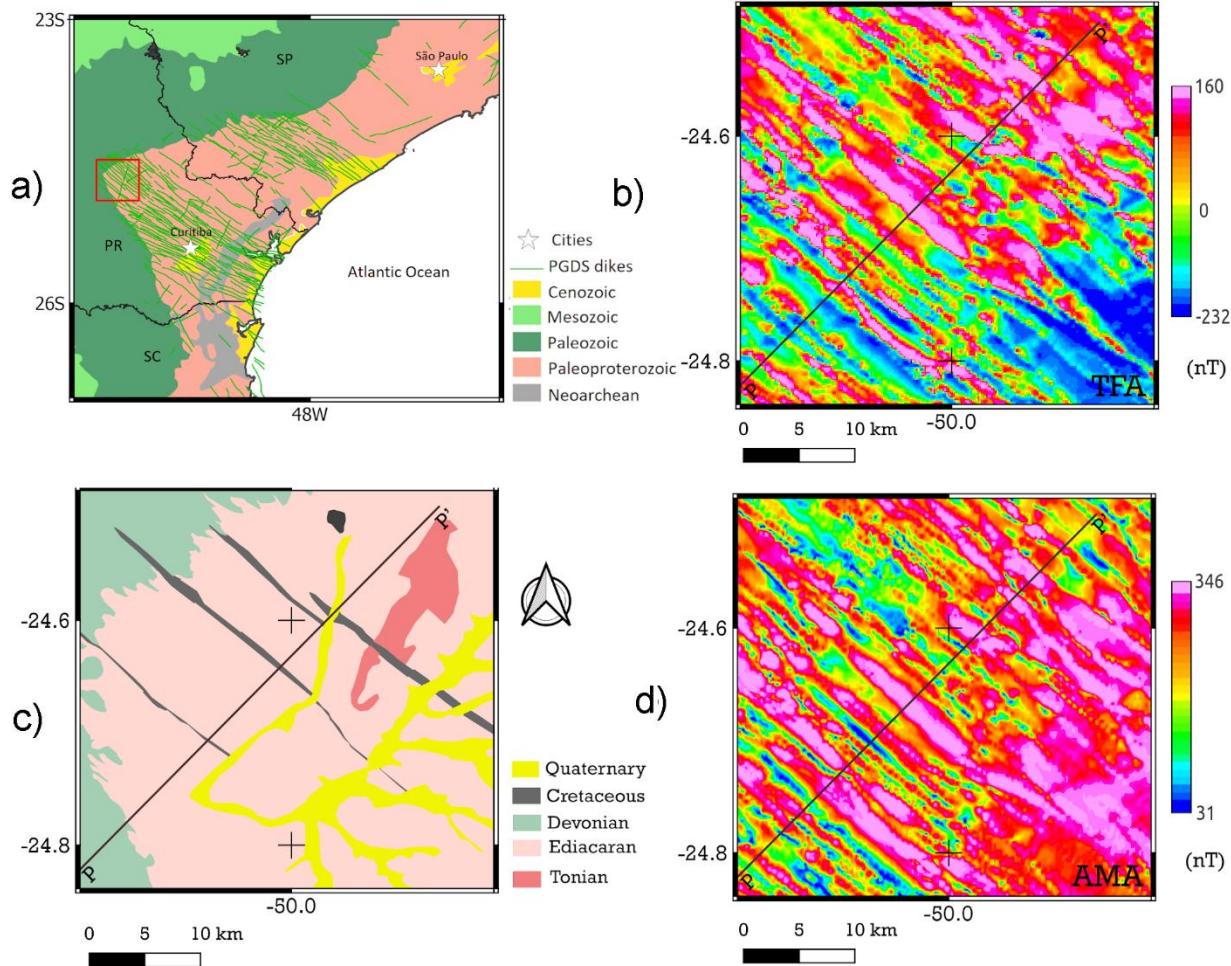


Figure 4 – Ponta Grossa Dike Swarm (PGDS) localization and magnetic anomalies from multiple dikes: a) PGDS localization at the Precambrian Brazilian Shield (Neoarchean to Proterozoic), the study area (red polygon) at the northern portion of the southern branch of the swarm; c) schematic geological map for the study area with Tonian and Ediacaran Precambrian blocks and outcropping Cretaceous dikes; b) Total field anomaly (TFA) and d) Amplitude magnetic anomaly (AMA). The extension of the elongated magnetic anomalies in TFA; and AMA suggests the existence of non-outcropping dikes closely allocated side-by-side. Profile PP' investigated with  $z_a$ -depth function and non-linear data inversion.

The magnetic anomaly along profile P-P' in Figure 4 was inverted by Cavalcante et al. (2020), according to an inversion approach defining a trial number of dikes as given by the well-shaped peaks in the AMA profile. A preliminary model fitting the AMA profile was used to fit the TFA profile, at this stage by interactively including additional prisms to improve data fitting at specific portions of the profile. As shown in Figure 5, this approach produced a model with 51

thin-sheets, by minimizing a non-linear misfit function with 204 unknown parameters. As implemented by Cavalcante et al. (2020), each thin sheet in the model has four unknown parameters ( $x_0, z_0, A_0, i_m$ ), parameter  $A_0$  such that  $3.39 \leq A_0 \leq 1695$  A/m, the lower bound corresponding to the product between the minimum dike width (0.3 m) by the minimum magnetization intensity (0.68 A/m); the upper bound given by the product of maximum width (500 m) and maximum magnetization intensity (3.39 A/m). Lower and upper bounds for dike width and magnetization were provided by Raposo (1995). Model parameters and corresponding TFA data fitting from Cavalcante et al. (2020) are presented in Figure 5, the magnetization direction represented as “normal” (aligned to the present main field) and “reverse”. The existence of reverse magnetization has been recognized in paleomagnetic studies (Raposo, 1995) and inferred by the change in the negative-to-positive pattern (from South-to-North) as expected from TFA anomalies with induced magnetization only.

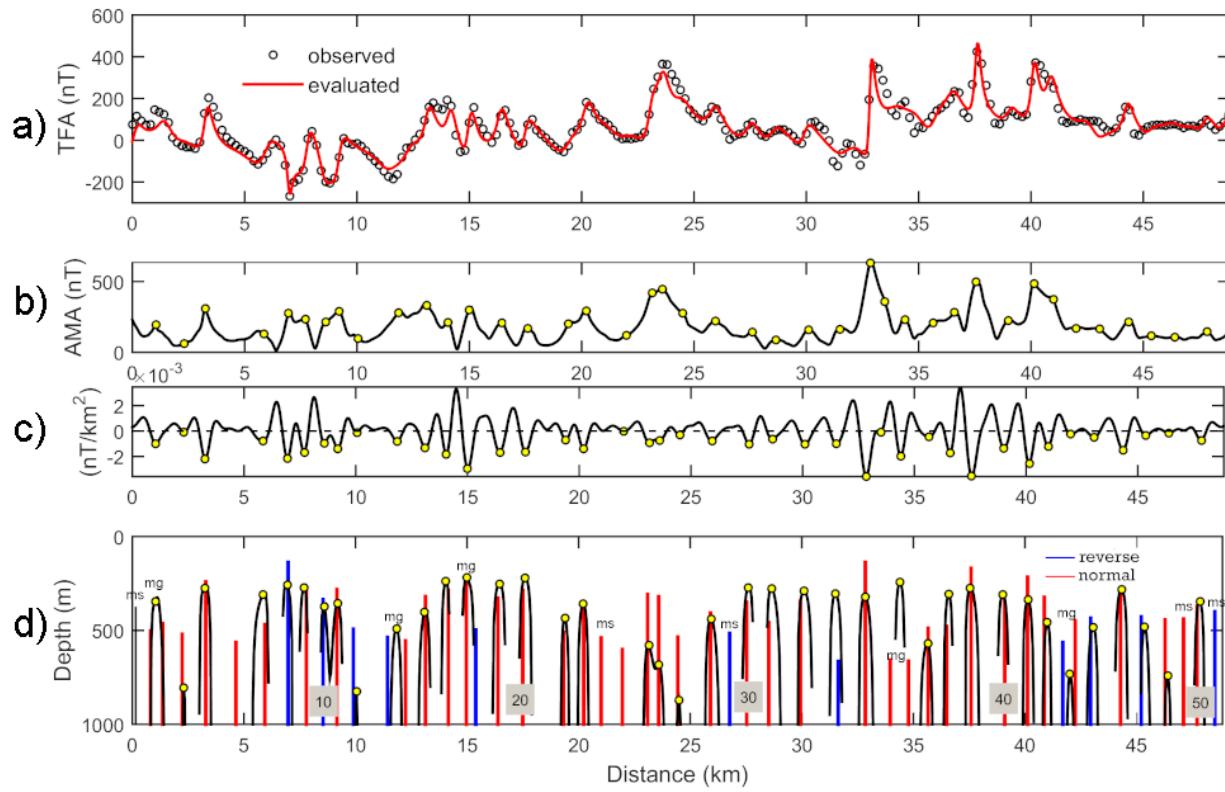


Figure 5 – Profile PP' across the southern branch of the PGDS: a) observed TFA (square) and model evaluated fitting data with 51 thin sheets as obtained by Cavalcante et al. (2020); b) AMA obtained from processing the TFA profile and points with local maximum (circles); c) Tikhonov regularized second x-derivative and points with local minima (circles); d) thin sheet model with normal (red) and reverse (blue) magnetization as in Cavalcante et al. (2020) and corresponding  $z_a(x)$  depth function (black line) and maximum points  $z_a(x_0)$  for local minima  $x_0$  in the second derivative profile. Missed (ms) dikes recognized in the non-linear inversion but not as minima points in the second derivative. Merged (mg) dikes identified as two bodies in the non-linear inversion but just as a single one by second-derivative minima. Prism numbers 10, 20, 30, 40, and 50 to facilitate the comparison of automatic and data inversion parameters as in Table 2.

Table 2 shows model parameters from data inversion and the corresponding ones from the automatic depth function. As in Table 2 and Figure 5, there is a good agreement between both models. Most of the dikes in the inverted model are situated close to AMA peaks (Figure 5b) and were automatically recognized by the local minima of the AMA regularized second derivative (Figure 6c). A set of local minima occurs at the AMA flanks, in places where AMA curvature show inflections or asymmetrical decay with respect to the local main peak. From the 51 thin sheets in the inverted model, 36 were automatically identified, 23 of them with  $x_0$  error less than  $2\Delta x$ , 18 of them with  $z_0$  error less than  $2\Delta x$ . A set of 10 prisms at places with no sharp AMA apex is marked as “merged”, a condition in which two prisms in the inverted model are mapped as a single prism by the depth function. The automatic estimate for the merged prisms 18 and 19, for example, recovers the location and depth for the prism 18 meanwhile missing the adjacent deeper prism. Only five prisms in the inverted model were not identified by the depth function as marked as missed in Figure 5 and Table 2. Local minima oscillations near the zero in the second derivative profile assign deep-seated dikes, which for the sake of graphical representation were clipped to a depth of 1000 m (Figure 5d). As in the numerical simulation, the errors in current intensity  $\mathcal{A}_0$  are high but still useful as a trial model for a nonlinear data inversion procedure. Location and depth parameters, otherwise, are accurate enough to be useful in semiquantitative or geological interpretation. The inclusion of additional dikes undetected by the automatic procedure is justified when additional constraints on depth or magnetization properties are incorporated. This criterion justifies the inclusion of prisms without sharpened expressions in the observed fields, but necessary to keep consistency with geological and petrophysical constraints. The good agreement between the inverted and automatically estimated model parameter justifies the use of the automatic solution in preliminary interpretation stages as well as to obtain a trial model to input more complex data inversion routines.

## CONCLUSIONS

The automatic parameter estimator by using the ratio of the AMA by its second  $x$ -derivative shows efficiency in identifying closed juxtaposed dikes as observed in continental dike swarms. The obtained results at a transect of the PGDS are in good agreement with those ones obtained with data inversion. The automatic model representation provided by the  $z_a$  function can be used as an objective criterion to establish a minor number of dikes necessary to explain the observed data set as well as provide reliable estimates for dike location, the depth to the top, and amplitude factor expressing the magnetization to prism-width product for a thin prism or the current intensity for an equivalent line of current. We propose that solutions automatically obtained with the  $z_a$ -function should be used as trial solutions for more demanding data inversion approaches. In doing so, existing airborne magnetic data sets may be rapidly explored using the presented automated approach to highlight priority areas for subsequent model refinement or further detailed analysis. Location and depth obtained with the automatic procedure accurately recover the model parameters obtained from nonlinear data inversion suggesting the utility of the proposed procedure in providing preliminary model inference from complex anomalies generated by multiphase dike swarms.

	Inverted			$z_a$ -function			Error		
	$x_0$ (km)	$z_0$ (m)	$\mathcal{A}_0$ (A)	$x_0$ (km)	$z_0$ (m)	$\mathcal{A}_0$ (A)	$x_0$ ( $\times \Delta x$ )	$z_0$ ( $\times \Delta x$ )	$\mathcal{A}_0$ (%)
1	0.1	378	340	missed					
2	0.8	502	119	merged					
3	1.4	464	340	merged					
4	2.2	520	121	2.30	806	396	1.4	5.7	226
5	3.3	241	289	3.30	265	399	0.2	0.5	38
6	4.6	564	41	4.80	1000	< 1	3.1	8.7	-
7	5.9	468	331	5.90	303	211	0.8	3.3	36
8	7.0	138	140	6.90	247	312	1.6	2.2	123
9	7.8	285	339	7.70	273	341	1.9	0.2	1
10	8.6	335	229	8.60	373	495	1.0	0.8	116
11	9.2	282	305	9.20	357	631	0.6	1.5	107
12	9.9	492	46	10.05	824	635	3.0	6.6	1291
13	11.4	536	174	merged					
14	12.2	555	331	merged					
15	13.1	319	340	13.15	398	826	0.3	1.6	143
16	14.2	288	275	14.05	238	249	2.1	1.0	9
17	15.0	248	336	15.00	218	307	0.7	0.6	9
18	15.4	498	216	merged					
19	16.4	328	339	merged					
20	17.5	287	249	17.60	221	177	2.1	1.3	29
21	19.3	509	271	19.35	433	527	0.7	1.5	95
22	20.2	354	328	20.20	358	641	0.5	0.1	95
23	21.0	539	124	missed					
24	22.0	601	164	22.10	1000	< 1	2.8	8.0	-
25	23.1	309	340	23.10	577	1714	0.3	5.4	404
26	23.6	320	340	23.60	681	2308	0.3	7.2	578
27	24.4	534	292	24.50	871	1935	1.1	6.7	563
28	25.9	406	269	25.90	437	640	0.1	0.6	138
29	26.8	515	55	missed					
30	27.5	350	180	27.65	270	192	2.4	1.6	7
31	28.5	458	230	28.65	277	1651	2.6	3.6	43
32	29.9	344	218	30.10	289	253	3.3	1.1	16
33	31.6	665	340	31.50	304	282	2.7	7.2	17
34	32.8	137	340	32.85	320	1177	0.0	3.7	246
35	34.0	657	340	merged					
36	34.8	663	291	merged					
37	35.7	488	340	35.65	570	863	0.3	1.6	153
38	36.5	478	340	36.60	307	498	2.1	3.4	46
39	37.6	169	340	37.55	275	735	0.8	2.1	116
40	39.1	344	158	39.00	309	399	1.9	0.7	153
41	40.1	216	340	40.15	336	969	0.6	2.4	185
42	40.9	323	340	41.00	457	1155	2.7	2.7	73
43	41.7	563	426	41.25	1000	< 1	9.0	8.7	-
44	42.3	448	931	merged					
45	42.9	435	2045	merged					
46	44.3	301	3050	44.30	280	321	0.3	0.4	32
47	45.2	427	1665	45.35	481	388	2.7	1.1	193
48	46.3	444	835	46.40	741	610	2.4	6.0	818
49	47.1	439	964	missed					
50	47.7	371	2446	47.80	345	298	1.6	0.5	53
51	48.5	400	2361	missed					

Table 2- Thin sheet model parameters with 51 thin sheets obtained from non-linear data inversion (Cavalcante et al., 2020) and corresponding values obtained with the automatic  $z_a$  depth function. Errors in  $x_0$  and  $z_0$  evaluated as multiple of the grid space  $\Delta x = 50$  m. Errors in  $A_0$  evaluated as a percent of the value obtained with data inversion. Prism numbering from 1 to 51 as marked for multiples of 10 in profile PP' of Figure 5.

## ACKNOWLEDGMENTS

Thanks to Jakub Wagner for developments with regularized derivatives. This study was supported by FAPESP 2019/20172-7; CNPq 304450/2022-7 and in part by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Finance Code 001

## REFERENCES

- Aster, R.C., B. Borchers, & C. Thurber, 2012, Parameter estimation and inverse problems, 2nd Edition. Academic Press.
- Blakely, R.J., 1996, Potential theory in gravity and magnetic applications. Cambridge University Press.
- Bastani, M., & L.B. Pedersen, 2001, Automatic interpretation of magnetic dike parameters using the analytical signal technique: Geophysics, (66)551-561. DOI:10.1190/1.1444946.
- Campanha, G. A., F.M. Faleiros, P.A. Cawood, D.I. Cabrita, B.V. Ribeiro, & M.A. Basei, 2019, The Tonian Embu Complex in the Ribeira Belt (Brazil): revision, depositional, age and setting

- in Rodinia and West Gondwana: Precambrian Research, (320)31-34. DOI:10.1016/j.precamres.2018.10.010.
- Cavalcante, F.L., C.A. Mendonça, S.U. Oftedinger, & O.A. de Souza-Filho, 2020, Well productivity in the Ponta Grossa dike Swarm, Brazil: An integrated study with magnetic data inversion and clustering analysis of model solutions: Journal of Hydrology, 588, 125079. DOI:10.1016/j.jhydrol.2020.125079.
- Cullum, J., 1971, Numerical differentiation and regularization: SIAM J. Numer. Anal., 8(2), 254-265. DOI:10.1137/0708026.
- Eilers, P., 2003, A perfect smother: Analytical Chemistry, 75(14), 3631–3636. DOI: 10.1021/ac034173t.
- Groetsch, C., 1984, The theory of Tikhonov regularization for Fredholm equations of the first kind. Pitman Publishing.
- Guo, L., X. Meng, & G. Zhang, 2014, Three-dimensional correlation imaging for total amplitude magnetic anomaly and normalized source strength in the presence of strong remanent magnetization: Journal of Applied Geophysics, 11, 121-128. DOI:10.1016/j.jappgeo.2014.10.007.
- Hansen, R.O., & M. Simmonds, 1993, Multiple-source Werner deconvolution: Geophysics, 58(12), 1792-1800. DOI:10.1190/1.1443394.
- Hartman, R.R., D.J. Teskey, & J.L. Friedberg, 1971, A system for rapid digital aeromagnetic interpretation: Geophysics, 36(5), 891-918. DOI:10.1190/1.1440223.
- Ku, C.C., & J.A. Sharp, 1983, Werner deconvolution for automated magnetic interpretation and its refinement using Marquardt's inverse modeling: Geophysics, 48(6), 754-774. DOI:10.1190/1.1441505.
- Li, X., 2006, Understanding 3D analytic signal amplitude: Geophysics, 71(2), L13-L16. DOI:10.1190/1.2184367.
- Li, Y., S.E. Shearer, M.M. Haney, & N. Dannemiller, 2010, Comprehensive approaches to 3D inversion of magnetic data affected by remanent magnetization: Geophysics, 75(1), L1-L11. DOI:10.1190/1.3294766.
- Liu, S., X. Hu, Y. Xi, T. Liu, & S. Xu, 2015, 2D sequential inversion of total magnitude and total magnetic anomaly data affected by remanent magnetization: Geophysics, 80(3), K1-K12. DOI:10.1190/geo2014-0019.1.
- Mendonça, C.A., W.P. Soares, & F.L. Cavalcante, 2019, Annihilator transform for magnetic lineaments removal in dike swarms: Geophysics, 84(4), J31-J41. DOI:10.1190/geo2018-0308.1.
- Ostrowski, J.S., M. Pilkington, & D.J. Teskey, 1993, Werner deconvolution for variable altitude aeromagnetic data: Geophysics, 58(10), 1481-1490. DOI:10.1190/1.1443362
- Passarelli, C. R., S.K. Verma, I. McReath, M.A. Basei, & O. Siga-Jr, 2019, Tracing the history from Rodinia break-up to Gondwana amalgamation in the Embu Terrane, southern Ribeira Belt, Brazil: Lithos, (342-343), 1-17. DOI:10.1016/j.lithos.2019.05.024.
- Pessano, P.C., C.E. Ganade, M. Tupinambá, & W. Teixeira, 2021, Updated map of the mafic dike swarms of Brazil based on airborne geophysical data: Journal of South American Earth Sciences: (107), 103076. DOI: 10.1016/j.jsames.2020.103076.
- Raposo, M., 1995, Episódios intrusivos no Arco de Ponta Grossa determinados através de um estudo paleomagnéticos: Revista Brasileira de Geociências, (25)3-19. DOI:10.25249/0375-7536.1995319.

- Reford, M.S., 1964, Magnetic anomalies over thin sheets: *Geophysics*, 29(4), 532-536. DOI:10.1190/1.1439388.
- Renne, P.R., K. Deckart, M. Ernesto, G. Féraud, & E.M. Piccirillo, 1996, Age of the Ponta Grossa dike swarm (Brazil), and implications to Paraná flood volcanism: *Earth and Planetary Science Letters*, 144, 199-211. DOI:10.1016/0012-821X(96)00155-0.
- Roest, W.R., J. Verhoef, & M. Pilkington, 1992, Magnetic interpretation using the 3-D analytic signal: *Geophysics*, 57(1), 116-125. DOI:10.1190/1.1443174.
- Stickel, J., 2010, Data smoothing and numerical differentiation by a regularization method: *Computers & Chemical Engineering*, 34(4), 467-475. DOI: 10.1016/j.compchemeng.2009.10.007.
- Wagner, J., 2020, Regularized differentiation of measurement data in systems for healthcare-oriented monitoring of elderly persons. PhD Thesis, Warsaw University of Technology: <https://repo.pw.edu.pl/docstore/download/WUT11e668e05d284ea4b708c21ca9ca4803/> [July 16, 2021].
- Wagner, J., 2021, Regularized numerical differentiation. Accessed on July 17. <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/74165>

## Apêndice C

---

“*Dyke positioning according to sedimentary basins markers by processing airborne magnetic data at basalt covered áreas*”, em revisão na revista Geophysical Journal International.



## Dyke positioning according to sedimentary basins markers by processing airborne magnetic data at basalt covered areas

Journal:	<i>Geophysical Journal International</i>
Manuscript ID	Draft
Manuscript Type:	Research Paper
Date Submitted by the Author:	n/a
Complete List of Authors:	Cavalcante, Felipe; Universidade de São Paulo, Geofísica Mendonça, Carlos; Universidade de São Paulo Oftedinger, Ulrich; Queen's University Belfast
Keywords:	Magnetic anomalies: modelling and interpretation < GEOMAGNETISM and ELECTROMAGNETISM, South America < GEOGRAPHICAL OR OTHER LOCATION, Inverse theory < GEOPHYSICAL METHODS

SCHOLARONE™  
Manuscripts

# DYKE POSITIONING ACCORDING TO SEDIMENTARY BASINS MARKERS BY PROCESSING AIRBORNE MAGNETIC DATA AT BASALT COVERED AREAS

Felipe Lisboa Cavalcante,  
Department of Geophysics, University of São Paulo, Rua do Matão, 1226, São Paulo, SP, Brazil,  
[felipe.cavalcante@usp.br](mailto:felipe.cavalcante@usp.br)

Carlos Alberto Mendonça,  
Department of Geophysics, University of São Paulo, Rua do Matão, 1226, São Paulo, SP, Brazil,  
[carlos.mendonca@iag.usp.br](mailto:carlos.mendonca@iag.usp.br)

Ulrich S. Ofterdinger  
School of Natural and Built Environment, Queen's University Belfast, David Keir Building,  
Stranmillis Road, Belfast, United Kingdom, u.ofterdinger@qub.ac.uk

1  
2  
3 Original paper date of submission: 10/02/2023  
4  
5  
6  
7  
8 Revised paper date of submission: ----  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26 SUMMARY  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60

Airborne magnetics have found few applications in investigating basalt-trapped areas because anomaly interferences from deep and shallow sources prevent a clear identification of subjacent dyke systems. The structural positioning of dykes is of major importance in basin studies due to their role as a heat source for maturing organic matter and plumbing capacity to feed intrusive bodies and surface lava flows. Aeromagnetic data in such a scenario can outline faults and basin framework but face difficulties in identifying the distribution of dykes seated at different depth levels. We present a procedure that sequentially combines conventional processing techniques to identify and retrieve the magnetic anomaly content with two-dimensional (2D) properties, as expected from tabular dykes with contrasting magnetic properties with respect to the background medium. The mean direction of 2D anomalies is quantitatively evaluated by tracking the directions in which the horizontal component of the transformed anomaly mostly vanishes. The observed field is then cosine-direction filtered to retain the anomaly content along this mean

1  
2  
3 direction. Once isolated, the filtered 2D content of the anomaly is interpreted with multiple thin-  
4 sheet models to determine the dyke distribution and their respective depths to the top. The inferred  
5 depths are interpreted with respect to basin stratigraphic markers to recognize dykes possibly  
6 serving as heat source for geothermal or petroleum and gas maturation, acting as compartments to  
7 aquifer systems, or determining the location of former conduits once feeding the lava flow  
8 volcanism. The developed procedure is applied to the Ponta Grossa Dyke Swarm, along its  
9 Northwestern continuation beneath the basalt capped sedimentary sequences of the Paleozoic  
10 Paraná Basin. The distribution of the dykes recognizes a sequence confined to the bottom  
11 Paleozoic formations with petroleum and gas potential, a sequence intercepting the upper layers  
12 forming the Guarani aquifer system (GAS), and dykes at different depth levels within the basalt  
13 Serra Geral traps, indicative of at least two feeding events supplying the Mesozoic surface lava  
14 flows.  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60

**Key words:** Basalt traps, Dykes, Aeromagnetics, Paraná Basin

## 1. Introduction

41 Large igneous provinces (LIPs) typically create extensive basalt covered areas where  
42 modern exploration efforts focus on groundwater, mineral, geothermal and petroleum-gas  
43 resources, as well as fundamental studies about the architecture of volcanic systems and crustal  
44 evolution. Alongside to thick flood-basalt layers, the LIP volcanism gives rise to multiple intrusive  
45 bodies, including dykes, sills, and plutons, which may occur at different depth levels below the  
46 basalt traps. Intrusive activity can induce petroleum-gas maturation in basins containing organic-  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60

rich sediments, some basins with clear association of generated petroleum resources with intrusive bodies (Monreal et al. 2009). As estimated by Aarnes et al. (2011) for the Karoo Basin, a single ~15 m thick sill (covering an area of ~1000 km<sup>2</sup>) can generate several gigatons of methane, the organic carbon mineralization fully completed close to the intrusion. Intrusive activity in coal fields tends to enhance the coal energy content or inducing coal-seam accumulations (Gurba & Weber 2001; Cooper et al. 2007; Kalkreuth et al. 2020). The relatively narrow thermal halos, approximately 1.0 to 1.5 times the width of the dyke (Bica et al. 2022), suggest hydrothermal advection as the main heat transport mechanism (Cooper et al. 2007). For aquifer systems, a set of sheeted dykes affects aquifer productivity and water quality properties by creating flow barriers compartmentalizing a continuous sedimentary aquifer (Dickson et al. 2015) or affecting surface-groundwater interactions in coastal plains (Comte et al. 2017). Similarly, intrusive dyke structures may affect subsurface heat transfer and create thermal anomalies which may impact on the exploration of geothermal resources (Burchardt et al., 2022).

Despite widely recognized as a mature geophysical tool in many exploratory scenarios, airborne magnetics is still considered ineffective in identifying the distribution of dyke systems underlying basalt-trapped areas. Magnetic anomalies observed in basalt traps often are very complex, as generated from randomly distributed magnetic sources at different depth levels. Such pattern response is particularly intriguing considering that most basalt terrains appear as a succession of gentle horizontal slabs as cropping out along incised valleys or eroded landscapes. If indeed uniformly magnetized, the magnetic anomaly from such horizontal traps should be null, a well-known magnetostatic response expected from homogeneous slabs (Blakely 1996, pg. 97).

According to this formulation, any tabular model with variable magnetization  $M$  produces the same magnetic field as a slab with magnetization  $M + M_0$ , the uniform magnetization  $M_0$  accounting for a null response. Therefore, the presence of complex anomaly patterns over sub-horizontal basalt layers suggests the existence of multiple internal and/or deeper-seated magnetic structures generating the complex anomaly observed at the ground surface. Finding the location of the subjacent dykes in such complex magnetic scenario is particularly challenging since their response may pass as hidden amongst the multitude of interfering anomalies. In fact, few aeromagnetic studies for dyke distribution are developed over basalt traps, most studies focusing on mapping regional lineaments and faults affecting the basin structural framework. Notable studies are reported for the Columbia River Group (Prieto, Perkins & Berkman 1985; Blakely et al. 1995) Deccan Trap (Negi et al. 1986; Anand & Rajaram 2004; Rajaran et al. 2017; Sridhar et al. 2018; Arora et al. 2018), and Antrim Lava Group (Cooper et al. 2012; Anderson et al. 2018). To our knowledge, none of the previous studies were specifically focused on characterizing the distribution of dyke systems below basalt traps using aeromagnetic data sets as a primary tool.

This study presents a procedure that combines available filtering and data inversion techniques to identify and retrieve anomaly contributions from dykes located below or intercepting a sequence of basalt layers. An objective criterion for identifying the mean azimuth of subtle magnetic lineaments is developed according to a direct-search approach to determine a specific direction along with the horizontal component of the observed field mostly vanishes. In the case of homogeneous and elongated sources (as assumed for tabular, dyke-like bodies), the horizontal field component along the strike of the 2D structure nulls its magnetic field response meanwhile

1  
2  
3 preserving the contribution from non-elongated, bulk sources. Once the mean direction for the  
4 lineaments is identified, a cosine-direction filter is applied to the observed magnetic anomaly to  
5 extract the magnetic anomaly content strictly associated with the magnetic lineaments. Depths to  
6 the top from inverting the 2D anomaly content are then determined and interpreted based on known  
7 stratigraphic markers for the sedimentary basin. By correlating the position of dykes with these  
8 reference markers, it is possible to identify dykes solely confined to the basement of the basin (in  
9 principle not directly affecting aquifers or reservoir systems), or serving as heat source for  
10 maturing organic-rich sediments, or barriers to aquifers or hydrocarbon reservoirs at different  
11 depth levels of the sedimentary sequence. The positioning of the dykes relative to the basalt cap  
12 helps to infer locations of dykes that potentially served as feeders to the extensive lava flow  
13 volcanism capping the basin sediments.

## 2. Theoretical aspects

3  
4  
5 The proposed procedure applies conventional processing and data inversion schemes in the  
6 following order: i) determination of the mean directions for subtle or hidden lineaments by  
7 processing a gridded data set; ii) extraction of the anomaly content along the lineament direction  
8 previously identified, iii) data inversion of magnetic fields along a profile transversal to the  
9 lineaments to determine the location and depth to the top for a set of thin-sheet, 2D models  
10 representing the unknown distribution of the subsurface dykes. Each stage in this sequential  
11 processing scheme has its own theoretical formulation, as described below.

### 2.1 Lineament identification

The initial step in studying dyke systems beneath basalt traps is to objectively identify the mean direction of lineaments from available gridded data sets, a necessary step previously to extract the anomaly content along a given direction with conventional, band-pass directional filtering. The identification of lineaments can be made by applying the annihilator transform (Mendonça, Pareshi & Cavalcante 2019), based on the principle that a null magnetic field is produced when evaluating the horizontal component of the magnetic anomaly along the direction  $\alpha$  coincident with the strike of the associated 2D homogeneous sources. This component-changed anomaly nulls the contribution of the associated 2D homogeneous structures meanwhile preserving the anomalies generated by 3D sources or lineaments with different directions. As formerly applied (Mendonça et al., 2019), the annihilator transform was used to verify the homogeneity of different dyke entities composing a dyke swarm and, by nulling the anomalies caused by the dykes, identify the distribution of nearby 3D structures. The formulation for the annihilator transform starts from representing the observed magnetic total field anomaly (TFA) as  $T_t \equiv T_t(x,y,h)$ , assumed as measured at a constant height  $h$  above the ground plane in a right-hand x-y coordinate system (x northward-pointing). The TFA can be expressed as the dot product  $T_t = \mathbf{t} \cdot \mathbf{T}$ , where  $\mathbf{t}$  represents the unitary vector for the local main field with inclination  $I$ , and declination  $D$ . The anomalous vector field  $\mathbf{T} \equiv \mathbf{T}(x,y,h)$  such that  $\mathbf{T} \equiv T_x \mathbf{e}_x + T_y \mathbf{e}_y + T_z \mathbf{e}_z$  is expressed in terms of its x, y, and z-components  $T_x \equiv T_x(x,y,h)$ ,  $T_y \equiv T_y(x,y,h)$  and,  $T_z \equiv T_z(x,y,h)$ , for unitary vectors  $\mathbf{e}_x$ ,  $\mathbf{e}_y$ , and  $\mathbf{e}_z$  respectively north, easting and downward-pointing. The x, y, and z components of the anomalous vector field  $\mathbf{T}$  are not directly measured in common surveys but can be determined by applying component-change transforms (Blakely, 1996, pg. 328) to the observed TFA. In this

context, the annihilator transform simply consists in obtaining the  $\alpha$ -horizontal component,  $T_\alpha \equiv T_\alpha(x,y,h)$ , of the observed magnetic field, the direction  $\alpha$  coincident with the strike of the elongated bodies causing the magnetic lineaments. In the Fourier domain, this field-component transform is done (Mendonca et al., 2019) with filter

$$F(k_x, k_y) = \frac{i[\cos(\alpha)k_x + \sin(\alpha)k_y]}{i[\cos(D)k_x + \sin(D)k_y]\cos(I) + \sin(I)K} \quad (1)$$

where  $k_x$  and  $k_y$  are the wavenumbers in the Fourier domain,  $i = \sqrt{-1}$ , and  $K = (k_x^2 + k_y^2)^{1/2}$ .

Mean direction for a set of parallel lineaments can be identified by tracking the anomaly amplitude decay for trial strike directions in the feasibility interval of  $[0^\circ, 180^\circ]$ . The lineaments mean direction can be determined (Mendonça et al., 2019) by evaluating the absolute norm

$$Q(\alpha') = \iint_{XY} |\nabla T_{\alpha'}| dx dy \quad (2)$$

at the observation plane  $XY$ , of the gradient intensity of the transformed anomaly  $T_{\alpha'}$ , along trial directions  $\alpha'$  in the feasibility interval of  $[0^\circ, 180^\circ]$ , the gradient intensity given by

$$|\nabla T_{\alpha'}| = \left[ \left( \frac{\partial T_{\alpha'}}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial T_{\alpha'}}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial T_{\alpha'}}{\partial z} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

Since selectively zeroing the fields from elongated bodies, meanwhile keeping contributions from 3D sources, the minimum point of  $Q(\alpha')$  in its feasibility range determines the mean direction for lineaments even in situations where the lineaments are not readily discernible in the gridded anomaly.

## 2.2 Lineament extraction

The filter expression in equation (1) is effective for nullifying the anomaly content along the mean strike of the lineaments but cannot retrieve them. A simple subtraction of the transformed  $T_\alpha$  and observed  $T_t$  fields, for example, does not recover the lineaments since the 3D anomaly content in both fields are evaluated along distinct ( $\alpha$  and  $t$ ) components, as such not kept at the same values. A conventional band-pass, cosine-directional filtering is then advised to isolate the anomalies generated by the elongated sources. For mean direction  $\alpha$ , the band-pass cosine-directions filter is

$$L_n(K) = 1 - \left| \cos^\eta \left( \alpha - \theta + \frac{\pi}{2} \right) \right| \quad (4)$$

that keeps the spectra content along the direction  $\alpha$ , being  $\theta = \tan^{-1}(k_x/k_y)$ , the index  $\eta$  typically set to 1 or 2, allowing a narrower bandwidth when set to  $\eta=2$ . After filtered, the resulting anomaly,  $F_t \equiv F_t(x,y,h)$ , retrieves the lineaments along the direction  $\alpha$ . The subscript  $t$  in  $F_t$  indicates that the filtered anomaly can still be regarded as a total field anomaly, as such, conceived as a field component along the main field direction  $\mathbf{t}$ .

## 2.3 Lineament data inversion

In the third step of the interpreting procedure, a method described in Cavalcante et al. (2020) was applied to profiles perpendicular to the direction  $\alpha$  once determined. This method involves a multiple thin-sheet data inversion, utilizing a two-step inversion approach (Tuma & Mendonça, 2007; Liu et al., 2015) firstly inverting the AMA (amplitude of the magnetic anomaly) that is less sensitive to the thin sheet magnetization direction to then invert the TFA. The profile AMA,  $|\mathbf{T}(\chi)|$

, for distances  $\chi$  along transversal profiles is given for 2D anomalies (Li et al. 2010; Guo, Meng & Zhang 2014) as

$$|\mathbf{T}(\chi)| = \sqrt{T_x^2(\chi) + T_z^2(\chi)} , \quad (5)$$

which, by using the thin-sheet model (Ostrowski et al., 1993) is

$$|\mathbf{T}(\chi)| = \frac{A\mu_0}{\sqrt{(\chi - \chi_0)^2 + z_0^2}} \quad (6)$$

with top at  $(\chi_0, z_0)$ , for amplitude factor  $A = 2Mw$  accounting for the product of the magnetization intensity  $M$  and thin sheet half-width  $w$ . The profile TFA is expressed by  $T_t(\chi) = \cos I_p T_x(\chi) + \sin I_p T_z(\chi)$ , for angle  $I_p$  standing for the inclination of the local main field projected at profile vertical plane, for field components

$$\begin{cases} T_x(\chi) = -A\mu_0 \frac{\cos(I_m)z_0 + \sin(I_m)(\chi - \chi_0)}{(x - x_0)^2 + z_0^2} \\ T_z(\chi) = A\mu_0 \frac{\sin(I_m)z_0 - \cos(I_m)(\chi - \chi_0)}{(\chi - \chi_0)^2 + z_0^2} \end{cases} , \quad (7)$$

the angle  $I_m$  standing for the inclination of the body magnetization as projected along the profile vertical plane. A model with  $J$  thin-sheets then requires  $p = 4J$  parameters  $(\chi_0^j, z_0^j, A^j, I_m^j)$ ,  $j = 1:J$  to be described. The  $p$  unknown model parameters can be determined by nonlinear data fitting of the  $N$ -data points for AMA  $\mathbf{T}^o(\chi^n)$  and TFA  $T_t^o(\chi^n)$ ,  $n = 1:N$ . Since insensitive to the magnetization inclination of the model thin-sheets, the AMA profile can be inverted firstly to determine parameters  $(\chi_0^j, z_0^j, A^j)$  which then are used as constraints in determining the magnetization

1  
2  
3      inclinations  $i_m^j$  by fitting the profile TFA. In both nonlinear data fitting stages, the Euclidian norm  
4      of the residuals between the observed data values and model evaluated ones. For the AMA profile,  
5      by representing the  $p$  unknown parameters  $(x_0^j, z_0^j, A^j, i_m^j)$ , as a  $p$ -dimensional vector  $\mathbf{p}$ , the residuals  
6      Euclidean norm is written as  
7  
8  
9  
10

$$Q(\mathbf{p}) = \sum_{n=1}^N (|\mathbf{T}^o(\chi^n)| - |\mathbf{T}^c(\chi^n, \mathbf{p})|)^2, \quad (8)$$

11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19      the AMA model response  $|\mathbf{T}^c(\chi^n, \mathbf{p})|$  evaluated from model defined by vector  $\mathbf{p}$ . Since insensitive  
20      to magnetization inclination, the evaluation of the model response AMA can be done by  
21      prescribing a dummy value to the thin-sheets magnetization directions. The minimization of  $Q(\mathbf{p})$   
22      gives model  $\mathbf{p}_A$  fitting the AMA profile. Solution  $\mathbf{p}_A$  is then complemented with magnetization  
23      inclinations  $i_m^j, j = 1:J$  by fitting the TFA profile, highly sensitive to the thin-sheet magnetization  
24      direction. The TFA data fitting is implemented by minimizing the Euclidean norm of residuals as  
25      in equation (8) but changing the observed and calculated terms in this equation by  $T_t^o(\chi^n)$  and  $T_t^c$   
26      ( $\chi^n, \mathbf{p}$ ). This two-steps inversion exploring the AMA invariance with source magnetization  
27      direction simplifies the data inversion approaches by reducing the number of unknown variables to  
28       $3J$  and  $J$ , respectively inverting the AMA and the TFA profiles. This approach based on the AMA  
29      invariance with the magnetization direction is particularly valid for widely-separated thin-sheets  
30      with minor interferences of individual anomalies. To evaluate the existence of alternative solutions  
31      and model parameter uncertainty, a random search procedure was applied to the AMA-TFA  
32      stepped inversion (Cavalcante et al. 2019), the search for model solutions repeated several times  
33      (10 or more), starting from randomly selected initial models.  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60

1  
2  
3   **2.4 Flowchart for data processing and inversion**  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10

11  
12  
13   The combination of data processing and data inversion approaches can be summarized in the  
14   following steps:  
15  
16  
17

18   Step 1: Evaluate  $Q(\alpha')$  for trial directions  $\alpha'$  in  $[0^\circ, 180^\circ]$  using equation (2).  
19  
20  
21

22   Step 2: Determine the mean direction  $\alpha$  as the minimum of  $Q(\alpha')$  in  $[0^\circ, 180^\circ]$ .  
23  
24  
25

26   Step 3: Apply cosine-direction filtering to  $T_t$  using equation (4) to obtain the filtered TFA,  $F_t$ .  
27  
28  
29

30   Step 4: Perform a Fourier transform on  $F_t$  grid to obtain the filtered TFA and AMA;  
31  
32  
33

34   Step 5: Extract profiles along  $\alpha + 90^\circ$  direction from filtered TFA and AMA.  
35  
36  
37

38   Step 6: Invert the extracted profiles using a multiple thin-sheet procedure.  
39  
40  
41

42   Step 7: Interpret the inferred position of the dykes with reference to stratigraphic markers.  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60

### 3. Elements for geological interpretation

Some aspects must be considered before analyzing the depth estimates for a dyke distribution below a basalt capped areas because, despite highly effective in transporting large amounts of magma, it is possible that many deeper and/or tiny dykes may pass undetected due to subtle magnetic anomalies. Let us start by assuming that the critical width preventing dyke freezing while ascending from deeper crustal levels varies between 2 and 20 meters (Petford et al. 1994; Cruden & Weinberg 2018). According to representative channeled ascending models (Cruden &

Weinberg 2018; pg. 33), a 2 m wide dyke can achieve a flow rate of 10 mm/s, thus delivering an amount of magma up the surface from the mantle upper levels (a path of ~40 km) in approximately 46 days; a 10 meters wide dyke would deliver the same amount in about 2 days. By assuming a dyke length-to-width ratio between 100 and 1000, as observed in out-cropping dykes, a single 2 m wide dyke for a breadth of 200 meters thus has the potential to deliver a large volume of magma of about 346,000 m<sup>3</sup>/day, enough to fill a 1 m thick lava pool with an area of 1 km<sup>2</sup> in about 2 days. Such characteristics of mean-sized dykes have significant implications in searching for dykes beneath basalt traps because relatively narrow dykes functioning as efficient basalt feeders may be rather small to produce a measurable magnetic anomaly. For example, the anomaly amplitude at a flight height of 100 meters for a thin dyke with a width of 2 meters and a magnetization of 1 A/m located 200 meters below the ground surface, is ~17 nT, which may be missed amongst multiple interfering anomalies from intra trap or subjacent magnetic structures. A ticker (10 m width) and more magnetized (3,0 A/m) dyke, as observed in gabbro-norite intrusions, may increase the anomaly amplitude to ~250 nT, certainly providing a well-recognized feature in gridded magnetic maps. Fig. 1 illustrates additional structural conditions in which larger dykes can be identified. As represented in this conceptual representation, regional markers are assigned for the bottom of basalt layers T<sub>1</sub> and T<sub>2</sub>, intra basin marker S, and the basin basement B. Dyke d<sub>1</sub>, for example, being confined to the basement, does not affect the basin systems. On the other hand, dyke d<sub>2</sub> affects the sedimentary sequence below marker S but not necessarily the overlaying layers, thus serving as a heat source or reservoir barriers for the basin basal unities. Dyke d<sub>3</sub> can be considered a potential feeder for lava flow T<sub>2</sub>, while dyke d<sub>4</sub> could be associated to feeders for younger lava

flow  $T_1$ . Specific attributes such as magnetization direction or top of dykes bound by stratigraphic markers can provide additional information about the volcanism evolution. Post-volcanism fault systems disrupting the lateral continuity of the basaltic layers also can generate expressive magnetic anomalies. Such anomalies however usually present variable amplitudes along the strike; a more uniform amplitude is expected from magnetic lineaments associated to intrusive bodies. The extensive fields of saucer-shaped intrusive bodies as described in the Karoo Basin (Polteau et al., 2008; Coetze and Kisters, 2016; Coetze, Kisters, and Chevallier, 2019) possibly may be a ubiquitous feature below basalt plateaus since compatible with anomaly patterns prescribing contributions from deeper-seated sources, further blurring the contributions from isolated tabular dykes.

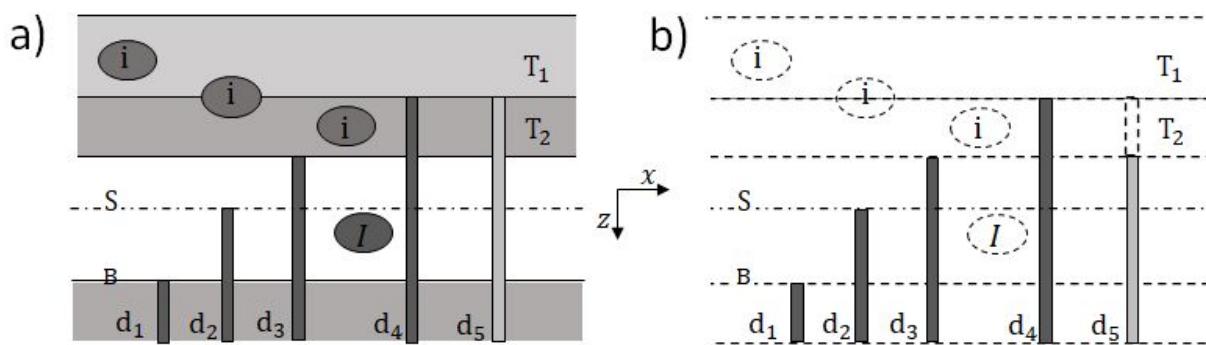


Figure 1: a) Magmatic structures at a basalt covered basin and b) corresponding magnetization model (darker for formations with higher magnetization contrast) to interpret the filtered anomaly with minor contributions from 3D structures (dashed features). Basalt trap with two ( $T_1$  and  $T_2$ ) lava flow sequences, each one with multiple internal (i) contrasting features; below trap sill-like structures (I) in the sedimentary sequence with a stratigraphic marker (S). Dykes ( $d_1$  to  $d_5$ ) at different depth levels. Dyke  $d_5$  with no contrast with layer  $T_2$ , makes its top as appearing at the bottom of the layer  $T_2$ .

## 4. Numerical simulations

### 4.1 Lineament mean-direction determination

To simulate a complex anomaly as observed in basalt covered areas, a mosaic of tabular and bulk structures was composed with 3D magnetic prisms (Plouff, 1976). Intra-trap and underlaying sill-like structures were simulated by generating a random distribution of prisms with magnetization intensity of 0.5 A/m. The intra-trap inhomogeneities were represented by a set of 20, 1 km wide cubic prisms with depth to the top randomly distributed in the interval of  $800 \pm 500$  m, as confined to a 1 km thick basalt layer with top 300 m deep. The underlying sill system were simulated with 180, 8 × 8 km wide and 200 m thick prisms, randomly distributed in the interval  $1900 \pm 600$  m. Such deeper-seated prisms were necessary to produce a synthetic anomaly featuring the same anomaly pattern observed in real data sets. A pair of 25 m wide tabular prisms with infinite depth extension and tops at 600 m (in the middle of the basalt layer) and 1300 m (at the bottom of the basalt layer) was used to simulate a highly magnetized dykes with a magnetization intensity of 10 A/m. To simulate dykes with normal and reversal magnetization, the magnetization inclination for the prisms was set to  $30^\circ$  and  $-30^\circ$ , regarding a local main field with an inclination of  $-30^\circ$ , and declination of  $0^\circ$ . By keeping the same background inhomogeneities, the pair of tabular bodies were evaluated for three strike conditions. As shown in Fig. 2a and 2b by simulating a pair of parallel dykes with directions of  $90^\circ$  and  $60^\circ$ , respectively, and a pair of non-parallel dykes (Fig. 2c). For all cases the TFA model response was evaluated at  $100 \times 100$  km data window, at a regular separation of 250 m, at the height of 100 m above the ground surface. As shown in Figs 2b, 2d, and 2f, the true directions for the tabular prisms were clearly identified by the amplitude decrease in the  $Q(\alpha')$  curve, with well-defined points of minimum for the models with parallel tabular prisms. A minimum point at  $60^\circ$  still is observed for the model with two non-parallel

1  
2  
3 prisms, the associated E-W ( $90^\circ$ ) lineament from the deeper prisms only causing a curve inflection.  
4  
5

6 These results suggest that a well-behaved  $Q(\alpha')$  curves with no-inflections or local minima can be  
7 regarded as indicative of a set of subparallel dykes, with local minima or curve inflections as  
8 expressions of non-parallel lineaments. For non-parallel lineaments the mean direction in the  $Q$   
9 ( $\alpha'$ ) curve is mostly conditioned by the distribution of the higher amplitude lineaments. The mean  
10 direction from multiple intercepting lineaments is mostly affected by the shallow sources mean  
11 direction, minor accounting for the lineaments from sources at deeper levels.  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60

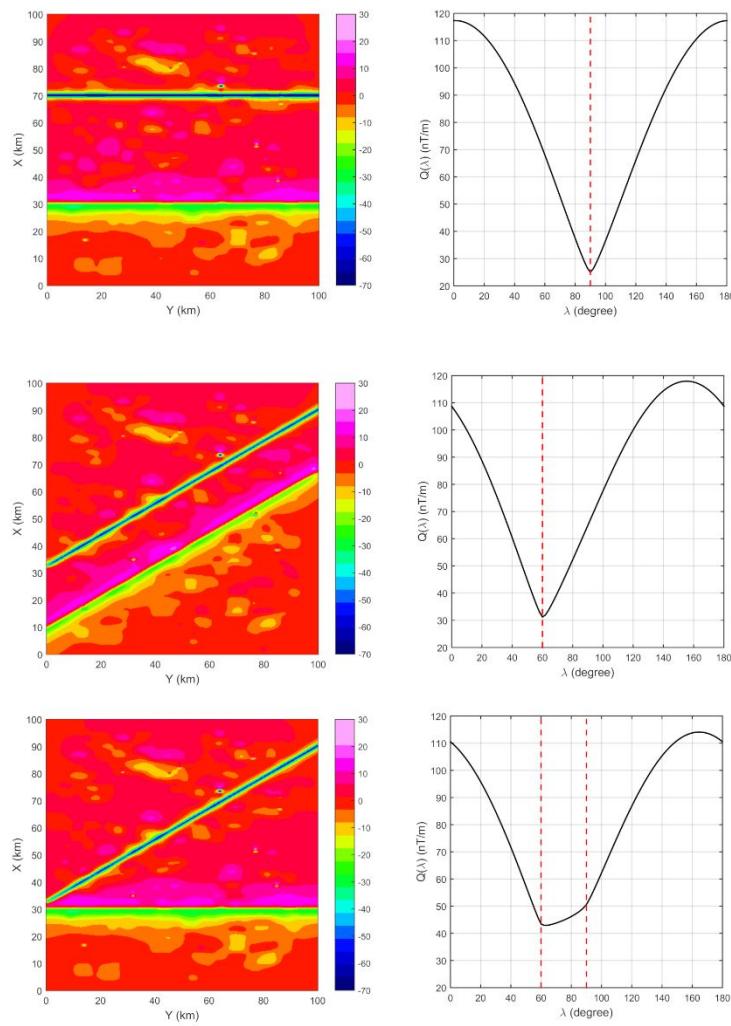


Figure 2: Determination of mean lineament direction for a pair of a) East-West parallel tabular prisms; b) 60° trending prisms, and c) 60° and 90° prisms, with respective  $Q(\alpha')$  curves with marked true strike directions (red dashed line).

#### 4.2 Lineament extraction

For the sake of simplicity, only the filtering results for the E-W lineaments in Fig. 2a will be presented by cosine-directional filtering the observed TFA anomaly to extract their E-W anomaly content ( $\alpha = 90^\circ$  as in Fig. 2b). To compare the input and the output magnetic fields, the original

(Figs 3a and 3c) and filtered (Figs 3b and 3d) TFA and AMA anomalies are presented. The filtered TFA was obtained directly after applying the cosine-directional filtering, the filtered AMA by applying component change transformations on the filtered TFA, to then evaluate the AMA (square-root of the squared components sum) from the filtered TFA. As shown in the original and filtered outputs in Fig. 3, the filtered products better enhance the continuity of the lineaments by removing local distortions caused by interfering 3D sources. Due to partial superposition of the spectral content of 2D and 3D sources, part of the contributions from the 3D bulk sources still can be recognized in the filtered maps.

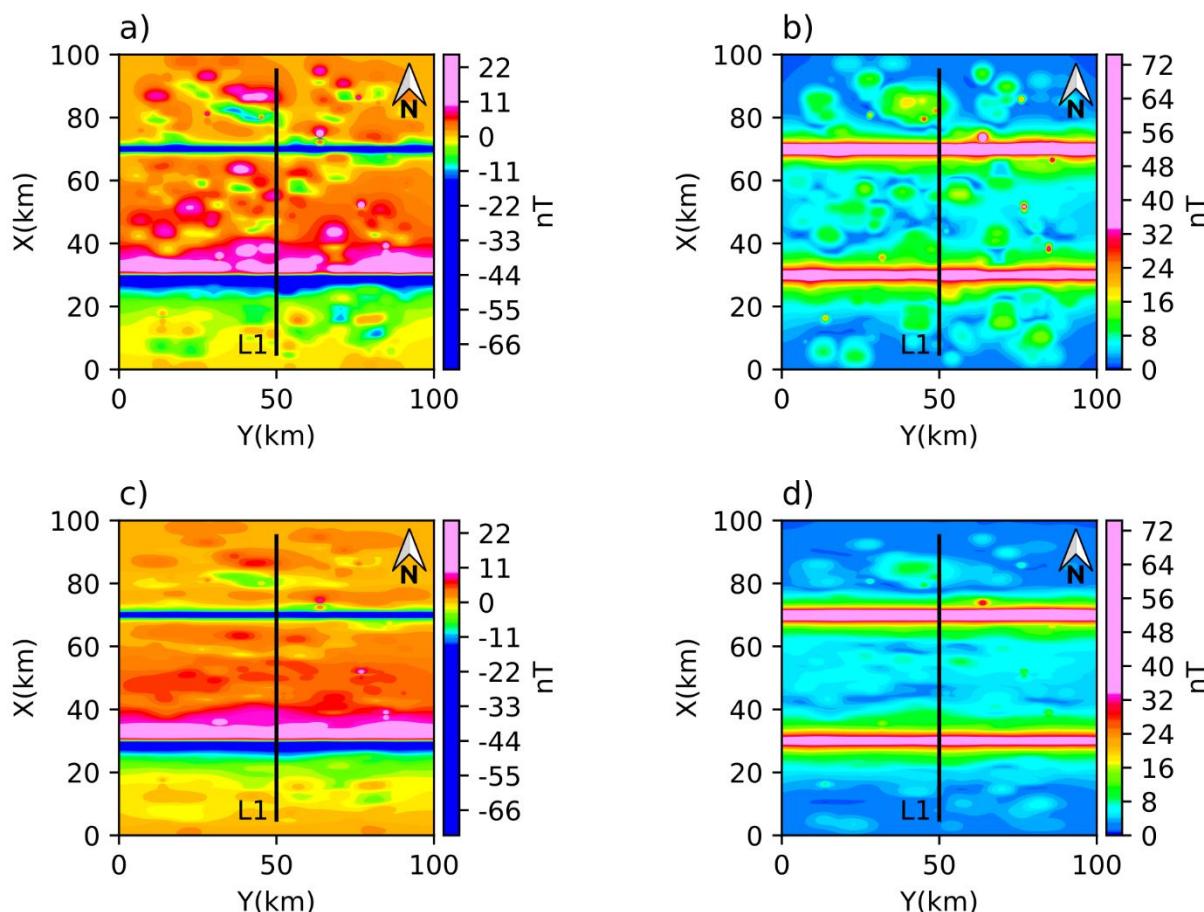


Figure 3: Data processing and profile extraction for synthetic data with magnetic lineaments. a) Total field anomaly (TFA) from two prisms with magnetization of  $10 \text{ A/m}$ , azimuth of  $90^\circ$ ,  $25 \text{ m}$  thick, top at  $600 \text{ m}$

1  
2  
3     *for the southern prism and 1.3 km for the norther one. Interferences simulated with 200 randomly positioned*  
4     *sources. b) Amplitude of the magnetic anomaly (AMA) for the model. c) The TFA after filtering with*  
5     *directional cosine along direction  $\alpha = 90^\circ$ . d) The AMA calculated from filtered TFA. Profile L1*  
6     *perpendicular to the magnetic lineaments to input filtered AMA and TFA data inversion with a 2D model.*

7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60

The efficiency in recovering the true 2D field contribution from applying the cosine-directions filtering is better visualized (Fig. 4) by plotting the TFA and AMA fields along the N-S profile L1. As in Fig. 4, the true 2D anomaly (directly evaluated from the tabular bodies) is presented to serve as reference to analyze the capacity of the filtering process in recovering the true 2D field. In general, the anomaly peak and its flank decay are well recovered by the directional filtering despite the persistence of partially removed anomaly trends from 3D sources in some parts of the profile. The filtered AMA in Fig. 4a better recognizes the bell-shaped response from the dyke-like prisms and its base line decay towards zero, which are key anomaly attributes for an accurate data modelling. Note that directly modelling on crude input data, with distorted anomaly peaks and asymmetrical flanks, would lead to inaccurate depth inferences, compromising the geological interpretation.

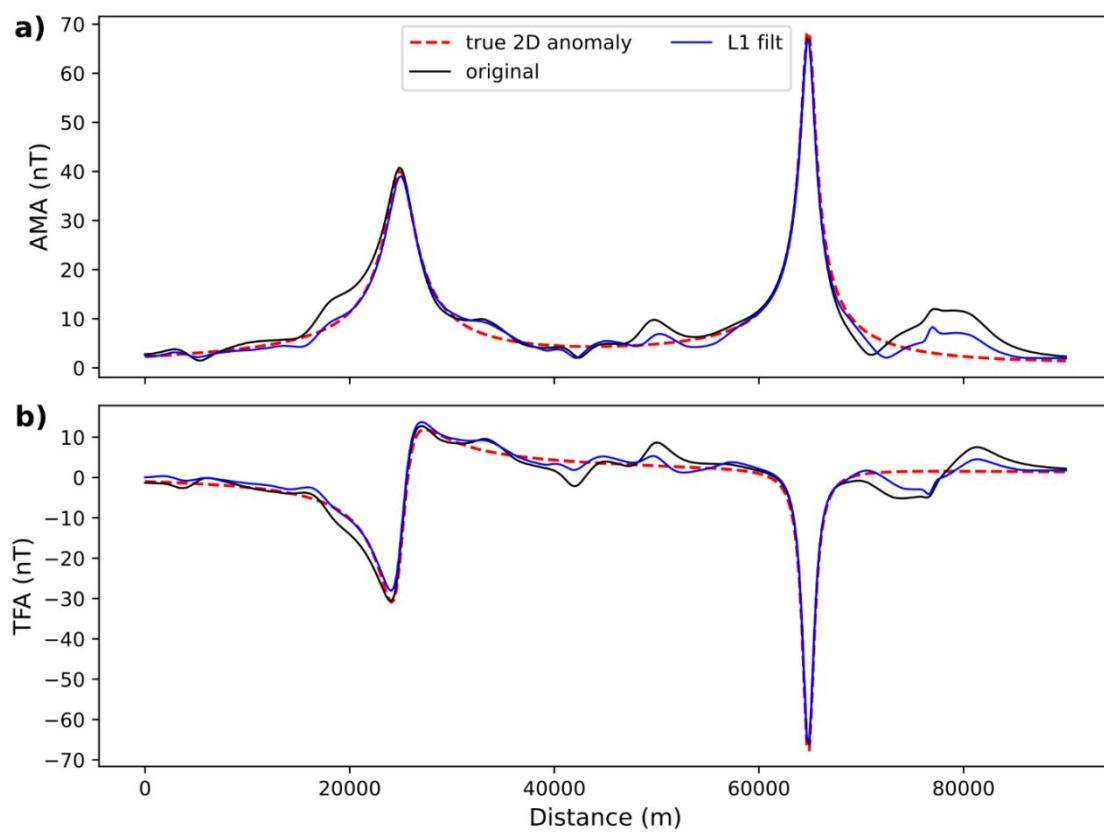


Figure 4: Cosine-directional filtered (blue lines), original (black lines), and the true 2D anomaly (red dashed) along profile L1. a) original TFA extracted and true 2D from Fig. 3a and after lineament recovering in Fig. 3c. b) unfiltered AMA from Fig. 3b and after cosine-directional filtered from Fig. 3d.

#### 4.3 Profile data inversion

The filtered TFA and AMA profiles in Fig. 4 were inverted to illustrate the capacity of the inversion approach in recovering the true position for the top of the tabular bodies. For this testing model with only two ( $J=2$ ) thin sheet models a set of  $p=8$  model parameters are necessary, namely the parameters  $(\chi_0^j, z_0^j, A^j, i_m^j)$ ,  $j = 1:2$ . The AMA profile was firstly inverted to determine the location parameters  $\chi_0$  and  $z_0$  and the anomaly amplitude factor  $A$ , these parameters were then frozen in fitting the filtered TFA profile to determine the thin-sheets magnetization directions. The

1  
2  
3 data fitting procedure was repeated 10 times to find alternative solutions, all solutions satisfying  
4 data fitting with  $Q(\mathbf{p}) \leq 30$  nT. As shown in Fig. 5, for the tabular body at the depth of 1300 m,  
5 the inferred depth was  $1345 \pm 3$  m, for the body at 600 m, it was  $584 \pm 1$  m. The error in  $\chi_0$  location  
6 was below the grid-space distance of 250 m. For true amplitude factors of 300 A and 250 A, the  
7 estimated values were  $291 \pm 4$  A and  $236 \pm 6$  A, respectively about 1% and 3% of the true value. The  
8 magnetization inclination parameters were accurately determined  $-37 \pm 0^\circ$  and  $35 \pm 0^\circ$  for true  $-30^\circ$   
9 and  $30^\circ$  inclinations, successfully identifying the reverse polarity of the deeper prisms and the  
10 normal polarity of the shallower one. Data inversion directly applied to the unfiltered data set failed  
11 to provide comparable data fitting quality and accurate model parameter estimates because the  
12 incapacity of simple thin-sheet model in representing the complex interferences caused by 3D  
13 structures. As a promising result, this inversion simulation test suggests that key depth to the top  
14 and magnetization direction parameters can be accurately determined when inverting the filtered  
15 data set. Such parameters are particularly important in positioning the top of the dykes within the  
16 basin stratigraphic markers and accounting for normal-and-reversal magnetization indicative of  
17 distinct episodes of intrusion. Higher accuracy observed for shallower dykes is of particular  
18 importance to identify dyke systems contributing to superficial lava flows. Deeper dykes, despite  
19 being determined under a higher depth uncertainty, still can provide valuable results depending on  
20 how wide the gaps between stratigraphic markers in the basin are.  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60

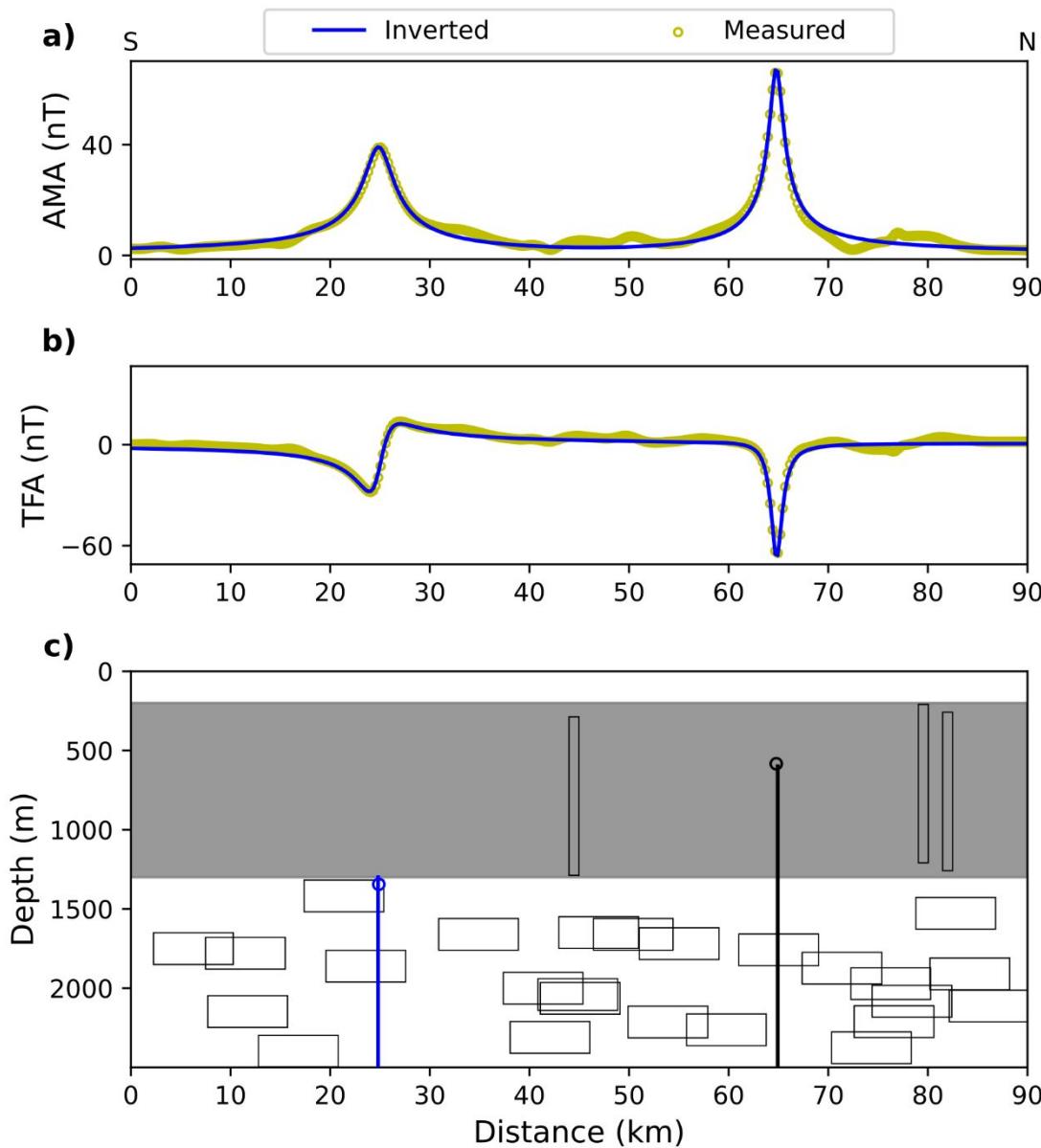


Figure 5: Inversion results of the AMA and TFA filtered lineaments along profile L1. a) filtered AMA (yellow circles) and data fitting (blue line) evaluated from the model. b) filtered TFA (yellow circles) and data fitting evaluated from the model. c) True model with normal (blue line) and reverse magnetization (black line), inverted (circles) depth to the top positions for models with normal and reverse magnetizations following the same colors as the true model. Interfering sources (black polygons) from up to 5 km away projected under the profile, simulated basalt zone (gray area). Interfering sources inside the basalt zone distorted by vertical exaggeration.

## 5. Real data application

### 5.1 Database and background geology

The proposed procedure was experimentally applied to locate the distribution of dykes below a basalt covered area at the Phanerozoic Paraná basin, in Southern Brazil. The available data set identified as aeromagnetic project 28058 was acquired in 2009 by the Brazilian National Petroleum Agency (ANP), covering an area of 217,000 km<sup>2</sup> with North-South flight lines 6 km spaced, at an altitude of 1800 m above the terrain. The inclination of the magnetic field at the time of the magnetic survey was -30°, its declination -18°. The magnetic data was gridded with minimum curvature algorithm (Taylor & Mason 1971) and freely distributed by the ANP at a 1500×1500 m cell size. For the present study, a specific window of the Ponta Grossa Dyke Swarm (PGDS) was selected, to evaluate the continuity of the dyke system towards the basin depocenter, from the areas of outcropping dykes in the Precambrian basement at the basin's eastern border. These magnetic lineaments may suggest the presence of subsurface sources not explicitly recognized from surface geology but possibly compartmentalizing the GAS with impermeable dykes acting as barriers and as such affecting the well productivity and groundwater quality (Cavalcante et al., 2020). For the deeper, organic-rich Devonian formation, the distribution of dykes and interconnected sills and plutons may serve as heat source to mature petroleum systems (dos Santos et al. 2016; Teixeira et al. 2020).

Fig. 6 shows the location of the study area and the observed TFA in the selected window. The geological features and magnetic lineaments associated with the PGDS are indicated in the

1 schematic geological map for the northwestern portion of the Paraná Basin (Fig. 6a). The  
2 outcropping geology in the work window consists of Triassic-Jurassic sandstones  
3 (Botucatu/Pirambóia Formations) forming the Guarani Aquifer System (GAS), early Cretaceous  
4 basalt layers (Serra Geral Formation) and Cretaceous post-volcanic siliciclastic formations (Bauru-  
5 Caiuá Group). The GAS has a mean thickness of 250 m, varying from 50 m to 600 m along the  
6 basin, with groundwater storage of about  $3 \times 10^4$  km<sup>3</sup> (Hirata & Foster 2021). The Serra Geral  
7 Formation is part of the Paraná-Etendeka Large Igneous Province (LIP), responsible for the  
8 extensive lava flow and suites of intrusive bodies both in Africa and South America. According to  
9 a recent re-evaluation of available radiometric dating (Gomes & Vasconcelos, 2021), the Paraná-  
10 Etendeka LIP eruptions started at  $135.0 \pm 0.6$  Ma, the flood volcanism peaking at  $134.4 \pm 0.1$  Ma,  
11 and practically ceasing about  $132.0 \pm 0.2$  Ma. Well-marked NE magnetic lineaments (Fig. 6b)  
12 suggest the continuity of the PGDS basin-inward, either below or across the sedimentary and  
13 volcanic layers of the Paraná basin. The PGDS is accepted as representing a main feeder system  
14 (Almeida et al. 2018) for the high-titanium (high-Ti) lava flows capping the northern portion of  
15 the Paraná basin.

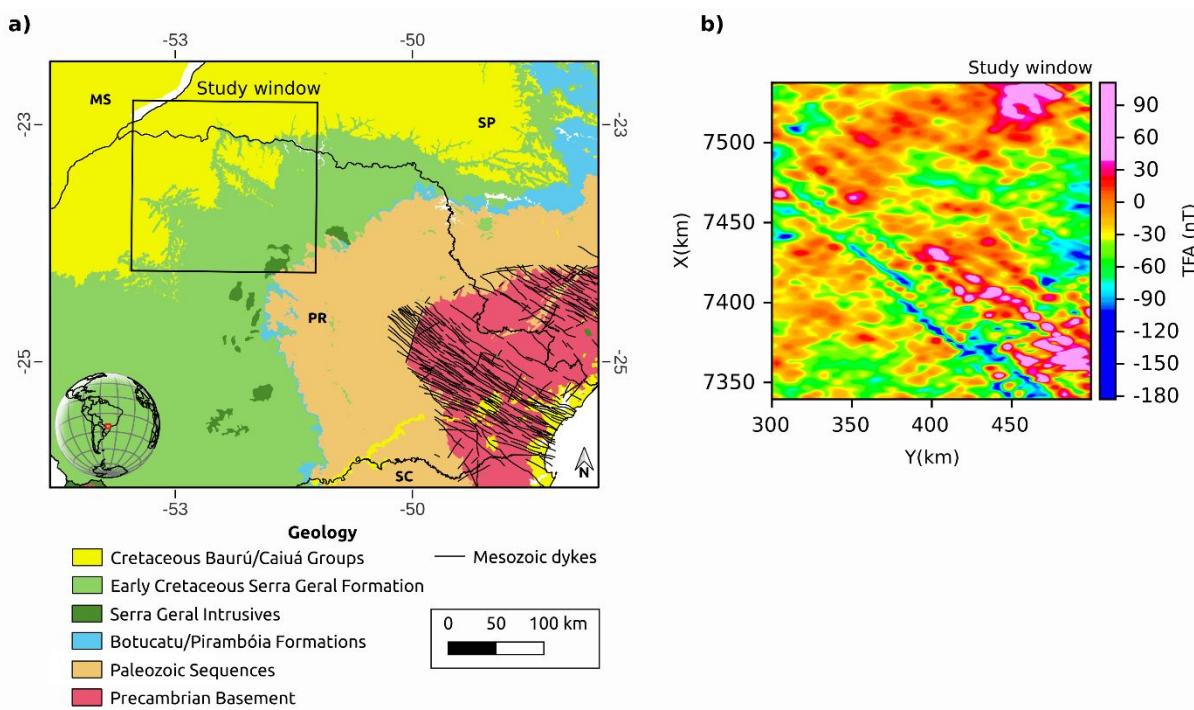


Figure 6: a) Schematic geological map and location of the study area (black polygon) at the states of São Paulo (SP), Mato Grosso do Sul (MS), Paraná (PR) and Santa Catarina (SC)s. b) aeromagnetic map for the study area (cropped from ANP project number 28058). The outcropping Botucatu/Piranbóia formations marks the recharge zone of the GAS (Guarani Aquifer System) at the Eastern border of the Paraná Basin. 5.2 Lineament identification

## 5.2 Lineament identification

Following the proposed steps, the  $Q(\alpha')$  function was evaluated at a regular interval of  $2^\circ$  in the interval of  $[0^\circ, 180^\circ]$  thus requiring 90 operations of component changing and subsequent gradient evaluation. As shown in Fig. 7, the  $Q(\alpha')$  for the study area shows a sharp minimum at  $\alpha = 125^\circ$  without curve inflections suggesting the existence of a secondary lineament direction. The inferred strike for the magnetic lineaments coincides with the PGDS mean strike as determined at the edge of the Paraná basin (Mendonça, Pareshi & Cavalcante 2019), thus supporting the evidence

of a northwestern continuation of the PGDS basin inward. At the point of minimum, the absolute norm of the gradient intensity is about 13.3 nT/m, which expresses the effect of bulk 3D sources not nulled with the annihilation transform. The loss of amplitude at  $\alpha=125^\circ$  is about 7.1 nT/m with respect to the maximum amplitude at  $35^\circ$  of the lineaments along the transversal direction, thus with an amplitude loss of  $7.1/13.2 \approx 0.54$ .

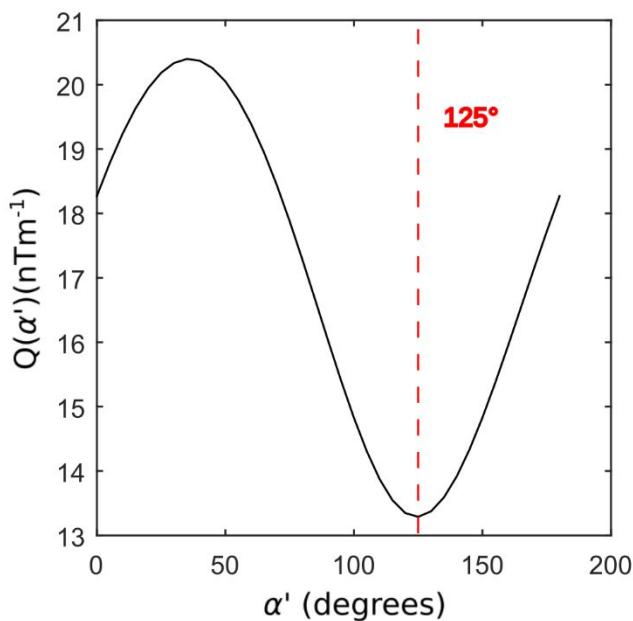
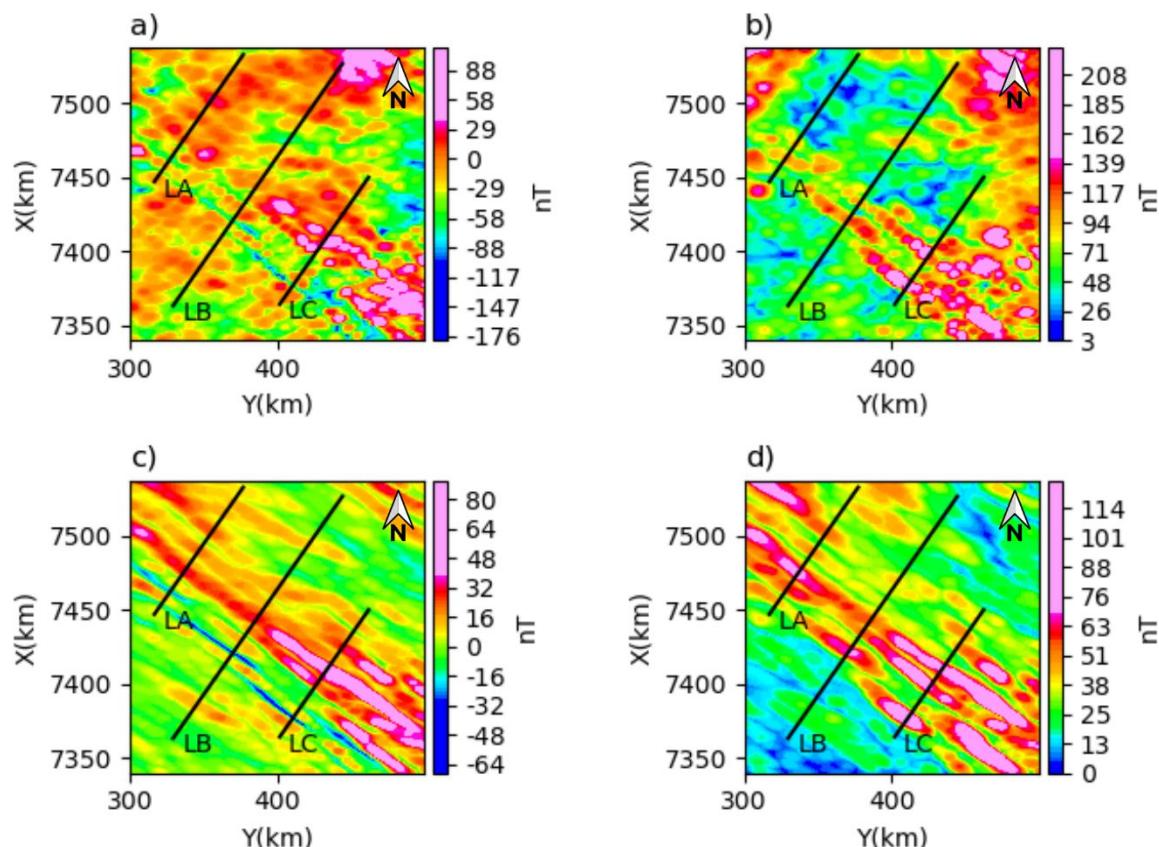


Figure 7: Lineament direction determination for the study area. Trial  $\alpha'$  from 0 to  $180^\circ$  used to calculate  $Q(\alpha')$ . The minimum  $\alpha = 125^\circ$  (dashed red line) points to a mean direction coincident of the PGDS lineaments.

### 5.3 Lineament extraction

As recognized in the study area, the mean direction of  $\alpha = 125^\circ$  was used to filter the input TFA anomaly with cosine-directional, band-pass filtering. To narrow the range of the band pass filter an exponent  $\eta=0.5$  was applied. Fig 8 with the original (Figs. 8a and 8b) and lineament removed

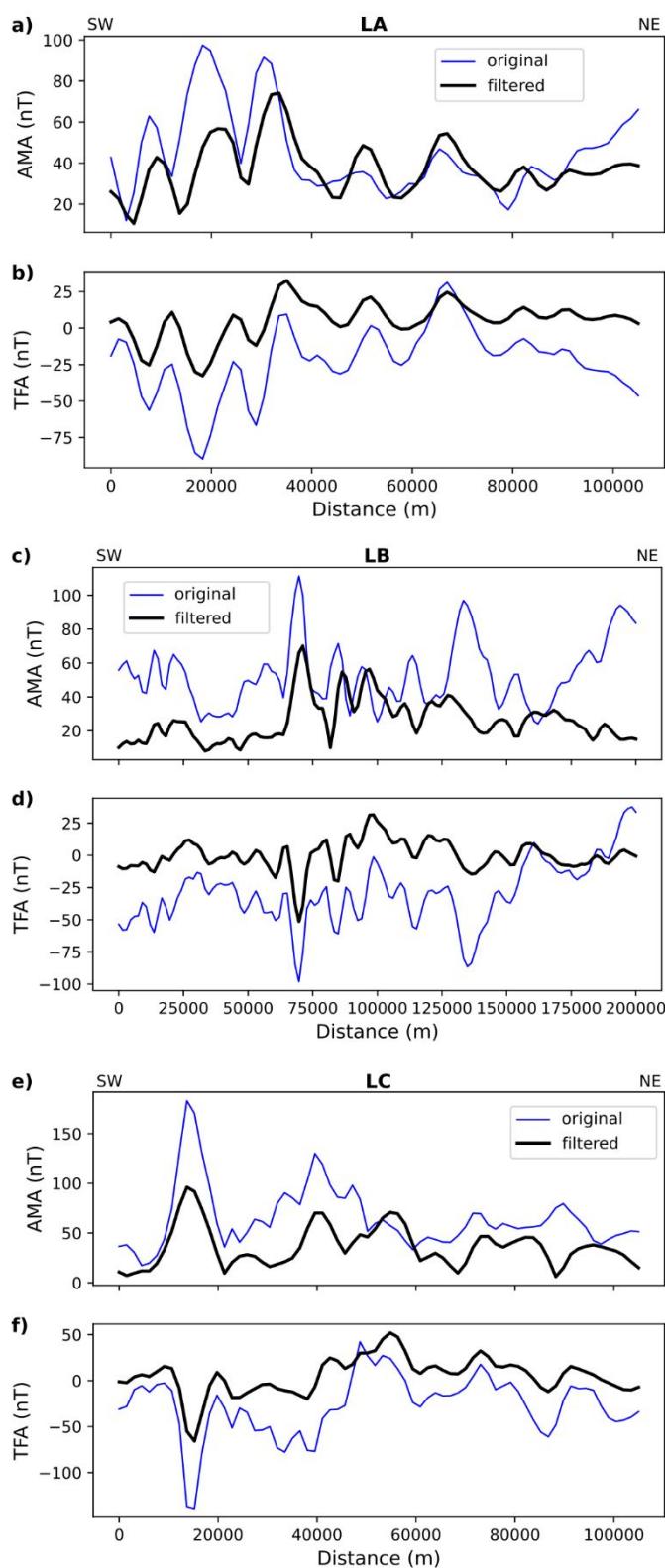
(Figs 8c and 8d) TFA and AMA anomalies, shows that map crenulations due to multiple 3D sources were substantially attenuated after the lineament extraction, better enhancing the continuity of the lineaments already identified as well as revealing subtle lineaments trends that barely could be recognized in the original maps. Also better outlined is the breadth of specific lineaments, as revealed by segments with uniform crests with constant AMA values (Fig. 8d). The transects LA, LB, and LC were selectively positioned looking to intercept the continuous portions of these segments, avoiding the lineaments terminations, a necessary condition to apply a data inversion approach based on 2D (thin-sheet) model representations. Three profiles were selected looking to intercept the PGDS along its SE-NW extension.



*Figure 8: Original and lineament-removed TFA and AMA data and selected LA, LB, and LC profiles for 2D data inversion. a) Original total field anomaly (TFA). b) Original amplitude of the magnetic anomaly*

(AMA). c) Lineament removed TFA after directional filtering with main direction  $\alpha = 125^\circ$ . d) Lineament removed AMA better outlining the breadth and the continuity of specific lineaments.

As shown in Fig. 9, for this real data application the original and the filtered AMA and TFA anomalies are rather different along the three profiles. The filtered anomalies suppress some of the anomaly content indicative of shallow sources (the anomaly high-frequency content in Fig. 9f, for example), or long wavelength content indicative of regional contributions (the NE portion of the LB profile, in Fig. 9c). A common point in all cases is a better positioning of the anomaly base line close to a near-zero flat level, a necessary condition to accurately modelling the associated AMA and TFA anomalies. Better bell-shaped features are observed in the filtered AMA, in all cases modifying their respective amplitude range after repositioned by the reference base level correction and suppression of local anomalies without 2D properties.



1  
2  
3 *Figure 9: Original (blue) and cosine-directional filtered (black) TFA and AMA fields for selected profiles*  
4 *in the study area. a) TFA and b) AMA for the profile LA. c) TFA and d) AMA for the profile LB. e) TFA and*  
5 *f) AMA for profile LC.*

6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60

#### 5.4 Profiles data inversion

The filtered AMA and TFA fields along profiles LA, LB, and LC were extracted from the gridded data set and then served as input to 2D data inversion. Similar to the numerical simulation, a random search procedure (Cavalcante et al. 2019) was also applied to the real data. The search was performed 10 times for each profile starting from randomly selected initial solutions, with values lying inside geological constraints for the region. Based on the number of identifiable pikes in each AMA profile, the profiles LA, LB, and LC were respectively modelled with 7, 14, and 8 thin-sheets, as such with 28, 56 and 32 unknown model parameters to be inverted. The average computational time for data inversion with 10 alternative solutions was about 50 minutes for the LA and LC profiles and 1.5 hours for the LB one. The data fitting provided by the alternative solutions is shown as enveloping curves that recover the main tendencies of the data. The thin-sheet distribution from each model with better data fitting is pictured in the figures, the set of alternative solutions used to calculate the depth to the top standard deviations as presented in the figures. To establish a correlation between the depths obtained from the inversion process and stratigraphic markers, a data set with 1614 wells from CPRM-SIAGAS (Brazilian Geological Survey) and Petrobras S/A were interpolated and evaluated all along the study area. The borehole data set was effective in outlining key stratigraphic makers positioning the base of the Serra Geral

Formation, the GAS distribution spanned by the Botucatu and Pirambóia Formations, and the Paraná basement depth.

Fig. 10 shows the results for profile LA, all alternative solutions fitting the same data set with an error level below 20 nT for the AMA profile and 35 nT for the TFA profile. Regarding the profile extension, the inference of 7 dikes along this profile gives a dyke linear density of about 0.07 dykes/km. As shown in Fig. 10c, most (4 out of 7) are settled near the bottom of the Serra Geral Formation, the depth-to-the-top uncertainty ranging from 106 m to 322 m, a relatively wide margin regarding the GAS mean thickness along this profile is 182 m despite ticker at the northeastern edge of the profile. These dykes, nevertheless certainly positioned at the bottom of the basalt layers, then possibly serving as potential feeders of the earlier stages of basalt flows. They potentially also can compartmentalize the GAS continuity, creating barriers to the groundwater flow. Two deeper dykes, despite their higher depth uncertainty, still seem well-positioned below the GAS, thus circumventing the sedimentary sequences at the bottom of the basin. A single dyke at the southern edge of the profile seems to reach the upper levels of the stratigraphic sequence, as such intercepting the bottom levels of the Serra Geral basalts. All sheets in the model show normal polarity.

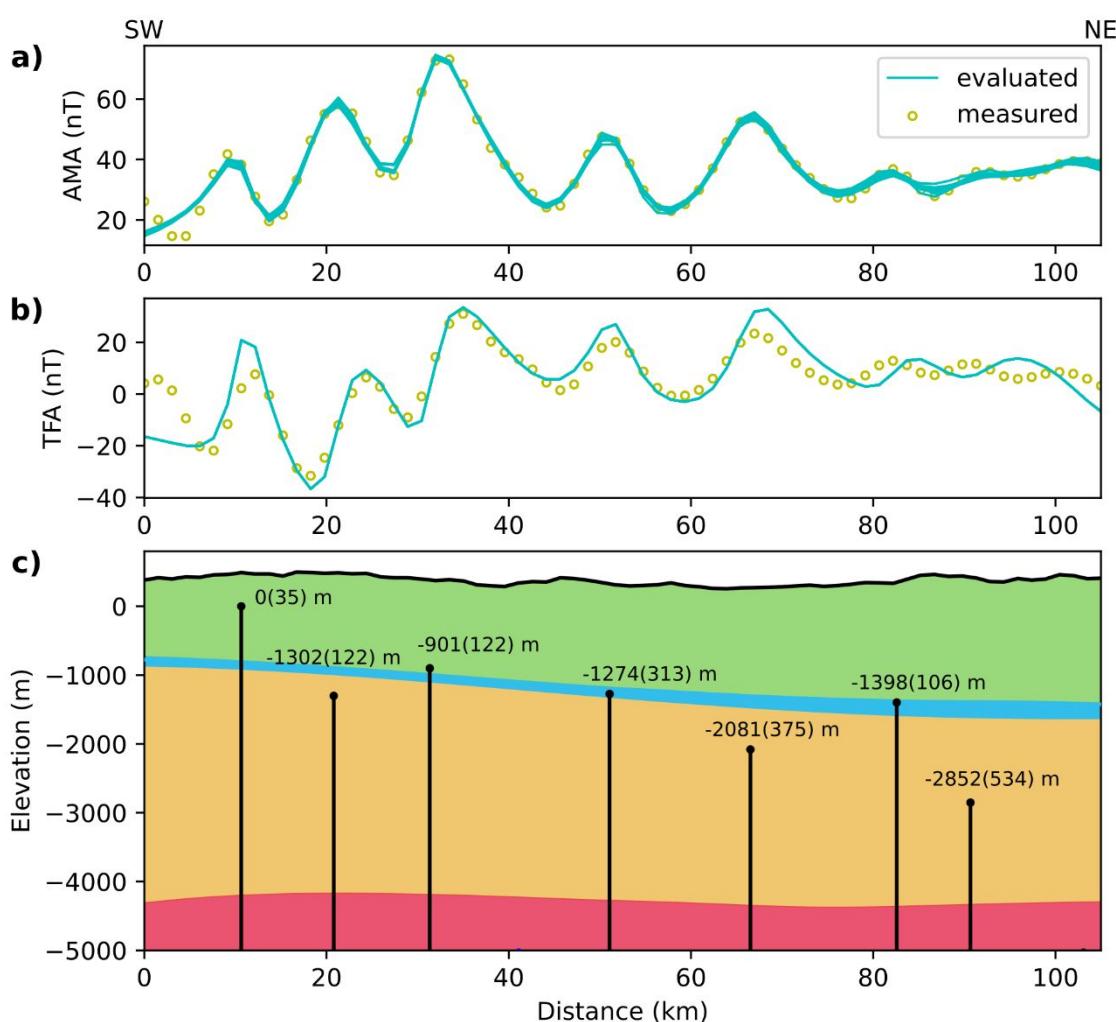
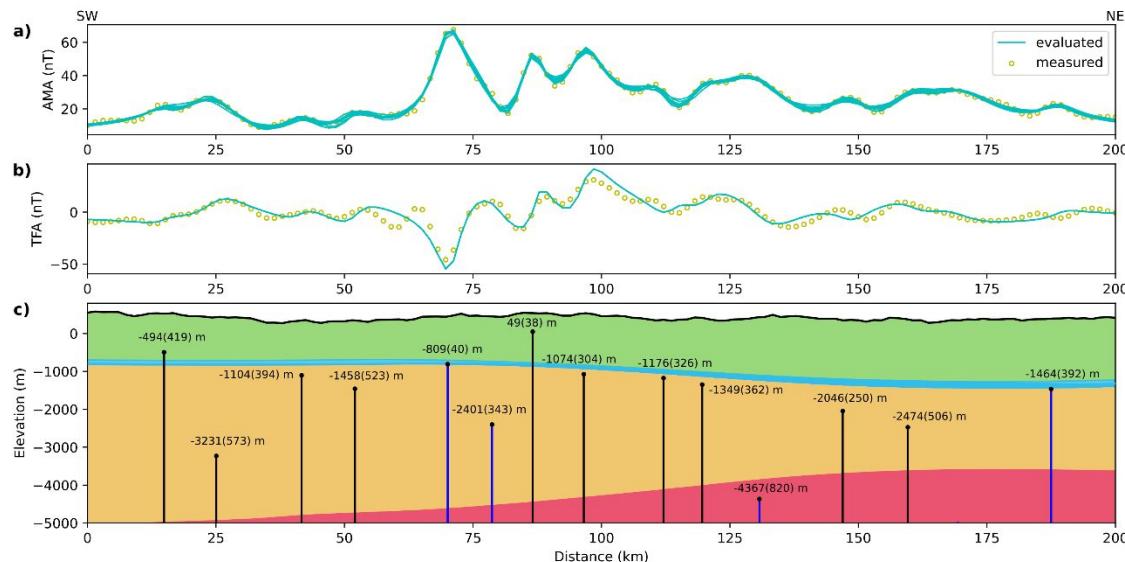


Figure 10: Results of the inversion with the thin-sheet procedure for the profile LA. a) TFA adjust for ten inversions starting from 10 random initial solutions (blue lines), TFA profile extracted from filtered data (yellow circles). b) AMA adjust for the ten inversions (blue lines), AMA calculated from filtered TFA (yellow circles). c) Solution with sources positioned in terms of elevation, pair  $(x_0, z_0)$  for the sources (black dots), normal polarity of inclination of the magnetization marked to the dykes (black lines), estimated elevation of the top of the dykes (Arabic numbers) with error calculated from the solutions variation in parenthesis. The layers inferred from borehole data are colored, Serra Geral Formation (green), GAS (blue), Paleozoic formations (beige), basement (red).

Fig. 11 shows the results for the 200 km long profile LB at the central portion of the study area, the data fitting for 10 alternative solutions below 20 nT and 30 nT respectively for the AMA and the TFA profiles. Since 14 thin sheets were identified, a linear density of 0.07 dykes/km still

persists at this portion of the PGDS. Even with a higher depth uncertainty (250 m to 573 m), a set of 5 dykes (out of 14) seems to be well positioned below the GAS or deep as much at the basin basement or Paleozoic sequences at the bottom. The dykes apparently bound at the GAS are not precisely depth located (errors from 40 m to 392 m) regarding a thinner mean thickness (148 m) of the aquifer at this portion of the basin. Two intra-trap dykes are inferred, one of them with accurate depth location (alternative solutions with a standard deviation of 38 m) at a shallow level, the other at the southern edge of the profile better positioned at the bottom of the basalt layers, which are indicative of at least three basalt outpouring episodes, these two dykes serving as candidates for lava flow supplying at the Serra Geral upper basalt flows. Curiously, two dykes gently touching the GAS-basalt interface show reverse magnetization, possibly suggesting early lava flows under a reverse paleomagnetic condition. For this profile, 4 dykes (~71%) are inferred as embodying reverse magnetization (marked in blue as in Fig. 11c).



*Figure 11: Results of the inversion with the thin-sheet procedure for the profile LB. a) TFA adjust for ten inversions starting from 10 random initial solutions (blue lines), TFA profile extracted from filtered data (yellow circles). b) AMA adjust for the ten inversions (blue lines), AMA calculated from filtered TFA (yellow circles). c) Solution with sources positioned in terms of elevation, pair  $(x_0, z_0)$  for the sources (black dots),*

normal polarity of inclination of the magnetization (black lines), reverse polarity of inclination of the magnetization (blue lines), estimated elevation of the top of the dykes (Arabic numbers) with error calculated from the solutions variation in parenthesis. The layers inferred from borehole data are colored, Serra Geral Formation (green), GAS (blue), Paleozoic formations (beige), basement (red).

Fig. 12 shows the results for profile LC, with 10 alternative solutions fitting the data below 40 nT and 45 nT for the AMA and the TFA profiles, the linear density of 0.07 dykes/km still persisting. For this profile, the sources seem more evenly distributed, with at least two dykes confined to the GAS horizon (accuracy depth of 2 m and 21 m) regarding a GAS mean thickness of 181 m at this portion of the basin. If compared with profiles LA and LB, at this portion of the basin, the GAS is rather compartmentalized at the southern portion with three well-mapped dykes. Inter trap dykes are accurately inferred at the northern portion of the profile, possibly suggesting the existence of dykes feeding a second main stage of the Serra Geral basal outpouring. Since Profile LC is located closer to the southeastern edge of the Paraná Basin, the basin basement is found at a shallower level, all of the inferred dykes penetrating the sedimentary sequences, at least of them well below the GAS horizon. A predominance of normally magnetized dykes is inferred, but two dykes at the southern portion show reverse magnetization.

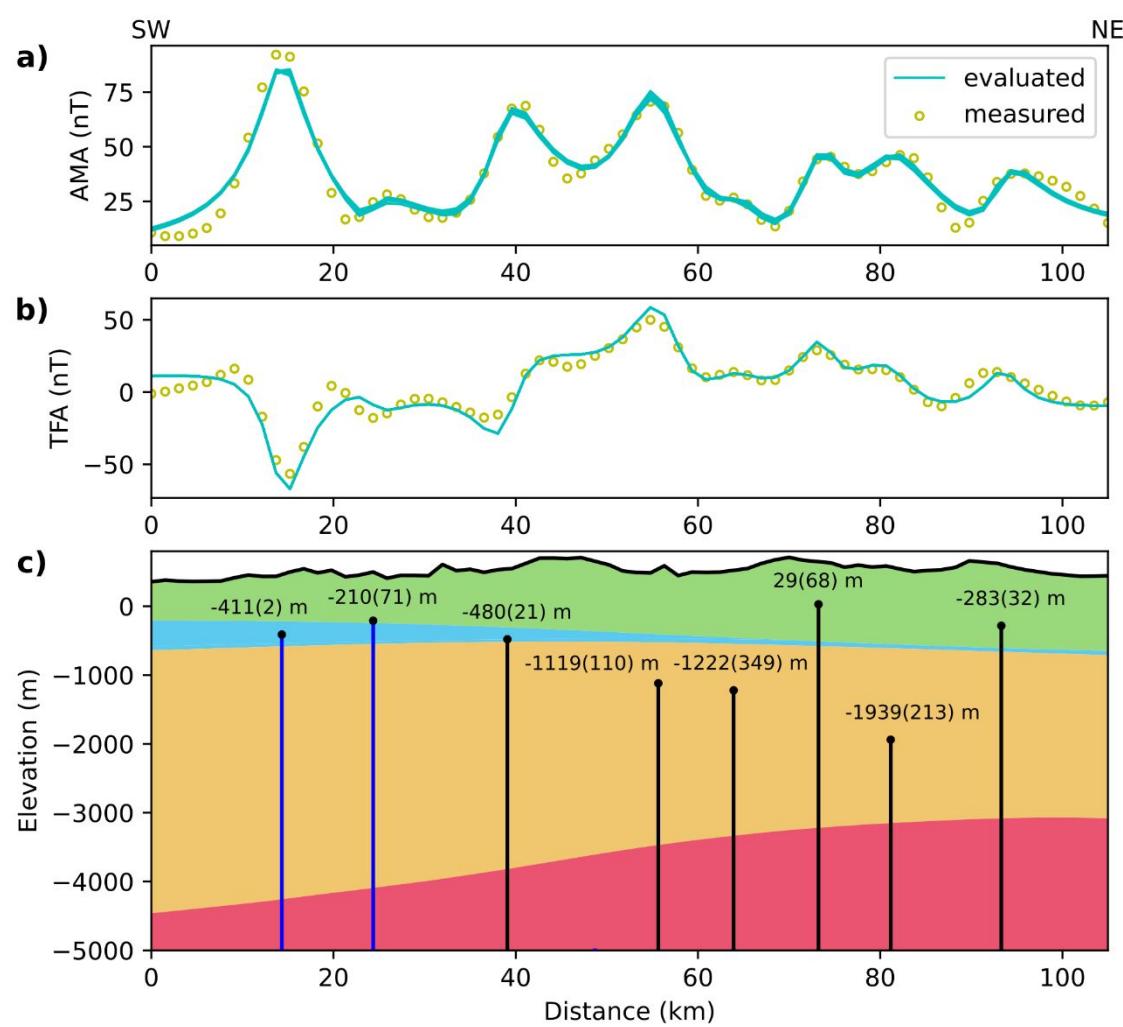


Figure 12: Results of the inversion with the thin-sheet procedure for the profile LC. a) TFA adjust for ten inversions starting from 10 random initial solutions (blue lines), TFA profile extracted from filtered data (yellow circles). b) AMA adjust for the ten inversions (blue lines), AMA calculated from filtered TFA (yellow circles). c) Solution with sources positioned in terms of elevation, pair  $(x_0, z_0)$  for the sources (black dots), normal polarity of inclination of the magnetization (black lines), reverse polarity of inclination of the magnetization (blue lines), estimated elevation of the top of the dykes (Arabic numbers) with error calculated from the solutions variation in parenthesis. The layers inferred from borehole data are colored, Serra Geral Formation (green), GAS (blue), Paleozoic formations (beige), basement (red).

Fig. 13 summarizes the distribution of the inferred dykes along profiles LA, LB and LC as they appear when plotted against the filtered TFA as background. A code of colors is used to locate the depth to the top inferences in terms of stratigraphic markers for the basin. The depth inferences

are ranked into three groups according to their proximity to different geological horizons. Due to the uncertainty in dyke depth estimates with respect to the GAS mean thickness, the groups were qualitatively defined as being (1) closer to the upper portions of the Serra Geral Formation, (2) closer to the base of the Serra Geral Formation and/or encompassing the GAS, and (3) confined to Paleozoic formations or the basin basement. The depth to the top with respect to the mean sea level is marked Fig. 13, showing that shallower dykes are inferred in the southeastern portion of the study area. The reference line AC outlines the distribution of blue points assigning dykes with depths to the top nearing the GAS horizon certainly of interest to groundwater flow modelling and water resources management. The distribution of deeper dykes confined to the Palaeozoic shows no regular pattern, with occurrences either at the southern or northern portions of the profiles. Their precision location, nevertheless, can be of utility in evaluating petroleum and gas resources, with respect to their intersections with occurrences of organic-rich sediments. Shallow dykes (black circles) possibly feeding the basalt lava flows seem situated near the axis of the PGDS.

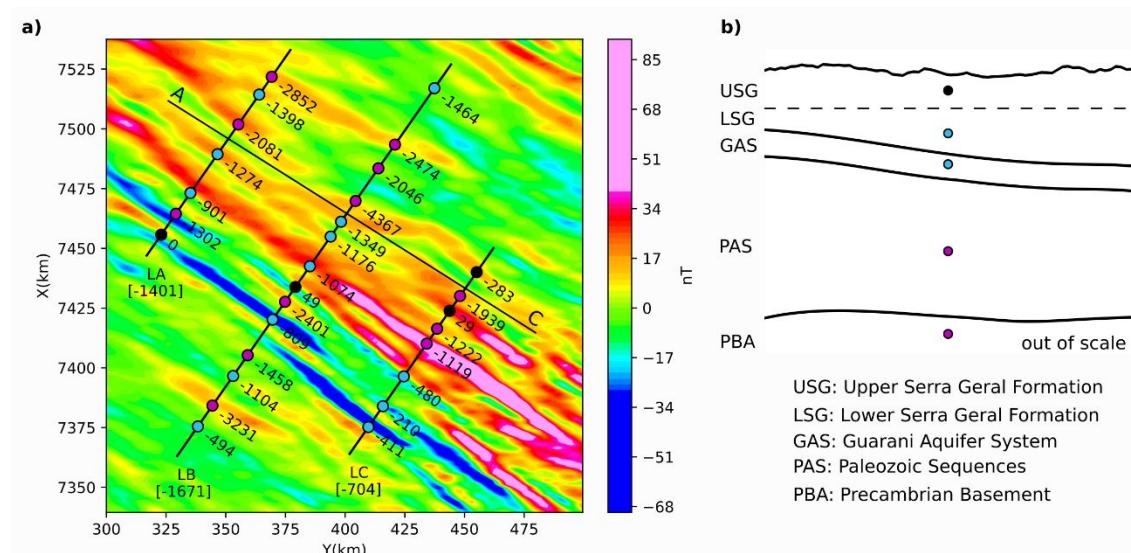


Figure 13: Map view of estimates obtained by inversion procedure. a) Estimates classified proximity to geological horizons placed over TFA map. Dikes with  $z_0$  shallower than half of the thickness of the Serra

1  
2  
3     *Geral Formation (black), dykes with  $z_0$  close to the lower half thickness of Serra Geral Formation and/or*  
4     *encompassing the GAS (blue), dykes with  $z_0$  compatible with deeper Paleozoic sequences or*  
5     *Precambrian basement (purple). Reference line AC (black NW-SE line),  $z_0$  elevation values (numbers),  $z_0$*   
6     *elevation mean values by profile (numbers in square brackets). b) Schematic of the layers and the color*  
7     *classification used in a).*

8  
9  
10  
11  
12  
13

## 14     **6. Conclusion**

15  
16  
17     We developed a procedure for depth positioning of dykes in basalt-covered areas and interpretation

18     based on previous stratigraphic markers identified for the basin. This line of analysis requires a  
19     previous identification of a mean direction of magnetic lineaments and subsequent extraction with  
20     directional filtering previously direct or inverse data modelling with tabular or thin-sheet 2D  
21     models well-suited to represent a dyke system. For the PGDS northwestern extension basin inward  
22     of the Paraná basin depocenter a distribution of dykes was determined and positioned as affecting  
23     lower Palaeozoic petroleum and gas systems, the sandstones formations of the Guarani aquifer and  
24     inferred internal markers for the built-up of the basal capping layers of the Paraná-Etendeka Serra  
25     Geral Formation. Out of 29 depths to the top estimates, 12 of them (41%) seem to be confined to  
26     the deeper Palaeozoic formations of the basin or circumvented to its Precambrian basement, their  
27     distribution certainly generating promising petroleum and gas prospects when intersecting  
28     organic-rich sediments at the bottom sedimentary sequences of the basin. The Guarani aquifer  
29     seems to be the upper bound for another 13 of the mapped dykes, thus suggesting the extension  
30     along with the aquifer formations may be walled by impermeable formations, possibly affecting  
31     its regional flow architecture, water quality properties, and management initiatives. Only 4 dykes  
32     are mapped within the basalt traps and interpreted as possible feeder contributors to the basalt  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60

outpouring at the surface. With at least two groups of dykes within the basalt trap we can infer at least three episodes building up the basalt cover the wider Paraná Basin. To tackle the challenges posed by the depths and the geological and geophysical complexity of the Paraná Basin, future research may benefit from acquiring high-resolution magnetics data, deeper borehole data and improving techniques to be developed. Continuing to advance this area of investigation will help to gain a better understanding of the dykes in the region and their significance in the geological processes of the basin and in its resources. The interpretation model with thin sheets spares the interpretation based on dyke width since the anomaly amplitude factor is expressed by the product of the magnetization intensity and dyke width. Further studies on representative magnetization intensity for deeper-seated dykes may allow the use of the inferred amplitude factor to evaluate the width for the inferred dykes and, with this, a better evaluation of their plumbing capacity. As previously discussed, the inferred dyke systems do not spare the existence of thinner dyke bodies, already effective in magma transportation but small enough to generate a detectable magnetic anomaly.

## ACKNOWLEDGMENTS

Author contributions following the CReDiT taxonomy: Conceptualization: FLC, CAM; Data curation: FLC; Formal Analysis: CAM, UO; Funding Acquisition: FLC, CAM, UO; Investigation: FLC, CAM, UO; Methodology: FLC, CAM; Resources: FLC, CAM; Supervision: CAM; Validation: FLC; Visualization: FLC, CAM, UO; Writing-Original draft: FLC, CAM, UO; Writing-Review and Editing: FLC, CAM, UO.

## REFERENCES

- Aarnes, I., Svensen, H., Polteau, S. & Planke, S., 2011, Contact metamorphic devolatilization of shales in the Karoo Basin, South Africa, and the effects of multiple sill intrusions: Chemical Geology, 281, 181-194. doi:10.1016/j.chemgeo.2010.12.007
- Almeida, V.V., Janasi, V.A., Heaman, L.M., Shaulis, B.J., Hollanda, M.H.B.M. & Renne, P. R., 2018. Contemporaneous alkaline and tholeiitic magmatism in the Ponta Grossa Arch, Paraná-Etendeka Magmatic Province: constraints from U-Pb zircon/ baddeleyite and  $^{40}\text{Ar}/^{39}\text{Ar}$  phlogopite dating of the José Fernandes Gabbro and mafic dykes. J. Volcanol. Geotherm. Res. 355, 55–65. doi:10.1016/j.jvolgeores.2017.01.018.
- Anand, S. P. & Rajaram, M., 2004, Crustal structure of Narmada-Son Lineament: An aeromagnetic perspective: Earth Planets Space, 56, e9-e12. doi:10.1186/BF03352506
- Arora, K., Srinu, Y., Gopinadh, D., Chadha, R. K., Raza, H., Mikhailov, V., Ponomarev, A., Kiseleva, E. & Smirnov, V., 2018, Lineaments in Deccan Basalts: The Basement Connection in the Koyna-Warna RTS Region: Bulletin of the Seismological Society of America, 108, n° 5B, 2919-2932. doi: 10.1785/0120180011
- Bicca, M. M., Kalkreuth, W., Rosa, A. L., Simao, G., Levandowski, J., Silva, T. F. & Anzolin, H. M., 2022, Effect of diabase intrusion on the CBM-bearing coalfields of southern Brazil: A review: Journal of South American Earth Sciences, 119, 104041. doi:10.1016/j.jsames.2022.104041

1  
2  
3 Blakely, R. J., Wells, R. E., Yelin, T. S., Madin, I. P., & Beeson, M. H., 1995, Tectonic setting of  
4 the Portland-Vancouver area, Oregon and Washington: Constraints from low-altitude  
5 aeromagnetic data: Geological Society of America Bulletin, 107, n°9, 1051-1062.  
6  
7 doi:10.1130/0016-7606(1995)  
8  
9

10  
11 Blakely, R. J., 1996, Potential theory in gravity and magnetics applications: Cambridge University  
12 Press.  
13  
14

15  
16 Burchardt, S., Bazargan, M., Gestsson, E. B., Hieronymus, C., Ronchin, E., Tuffen, H., ... &  
17  
18 Saubin, E., 2022, Geothermal potential of small sub-volcanic intrusions in a typical Icelandic  
19  
20 caldera setting: Volcanica, 5, n° 2, 477-507. <https://doi.org/10.30909/vol.05.02.477507>.  
21  
22

23  
24 Cavalcante, F. L., Mendonça, C. A., Ofterdinger, U. S., & De Souza Filho, O. A., 2020, Well  
25 productivity in the Ponta Grossa Dyke Swarm, Brazil: An integrated study with magnetic  
26  
27 data inversion and clustering analysis of model solutions: Journal of Hydrology, 588, 1-14.  
28  
29 doi:10.1016/j.jhydrol.2020.125079  
30  
31

32 Coetzee, A., & Kisters, A., 2016, The 3D geometry of regional-scale dolerite saucer complexes  
33  
34 and their feeders in the secunda complex, Karoo basin. Journal of Volcanology and  
35  
36 Geothermal Research, 317, 66-79. doi:10.1016/j.jvolgeores.2016.04.001  
37  
38

39 Coetzee, A., Kisters, A. F. M., & Chevallier, L., 2019, Sill complexes in the Karoo LIP:  
40  
41 Emplacement controls and regional implications. Journal of African Earth Sciences, 158,  
42  
43 103517. doi:10.1016/j.jafrearsci.2019.103517  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60

- 1  
2  
3 Cooper, J. R., Crelling, J. C., Rimmer, S. M. & Whittington, A. G., 2007, Coal metamorphism by  
4  
5 igneous intrusion in the Raton Basin, CO and NM: Implications for generation of volatiles:  
6  
7 International Journal of Coal Geology, 71, 15-27. doi:10.1016/j.coal.2006.05.007  
8  
9  
10 Cooper, M. R., Anderson, H., Walsh, J. J., Van Dam, C. L., Young, M. E., Earls, G., & Walker,  
11  
12 A., 2012, Palaeogene Alpine tectonics and Icelandic plume-related magmatism and  
13  
14 deformation in Ireland: Journal of the Geological Society, London, 169, 29–36.  
15  
16  
17 doi:10.1144/0016-76492010-182.  
18  
19  
20 Comte, J.-C., Wilson, C., Ofterdinger, U. & González-Quirós, A., 2017. Effect of volcanic dykes  
21  
22 on coastal groundwater flow and saltwater intrusion: A field-scale multiphysics approach  
23  
24 and parameter evaluation. Water Resources Research, 53, 2171–2198.  
25  
26  
27 doi:10.1002/2016WR019480  
28  
29  
30 Cruden, A. R., & Weinberg, R. F., 2018, Mechanisms of magma transport and storage in the lower  
31  
32 and middle crust—magma segregation, ascent and emplacement: Volcanic and Igneous  
33  
34 Plumbing Systems, 13-53.  
35  
36  
37 Dickson, N. E., Comte, J. C., Renard, P., Straubhaar, J. A., Mckinley, J. M., & Ofterdinger, U.,  
38  
39 2015, Integrating aerial geophysical data in multiple-point statistics simulations to assist  
40  
41 groundwater flow models: Hydrogeology Journal, 23, no. 5, 883-900. doi:10.1007/s10040-  
42  
43 015-1258-x  
44  
45  
46 dos Santos Euzébio, R., dos Reis, D. E. S., Bergamaschi, S., Martins, M. V. A. M. A., & Rodrigues,  
47  
48 R., 2016, Oil generation potential assessment and paleoenvironmental interpretation of Irati  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60

Formation (Lower Permian) in northwestern of Paraná Basin (Brazil): Journal of  
Sedimentary Environments, 1(2), 254-267. doi:10.12957/jse.2016.23388

Gomes, A. S. & Vasconcelos, P. M., 2021, Geochronology of the Paraná-Etendeka large igneous  
province: Earth-Science Reviews, 220, 103716. doi:10.1016/j.earscirev.2021.103716

Guo, L., Meng, X., & Zhang, G., 2014, Three-dimensional correlation imaging for total amplitude  
magnetic anomaly and normalized source strength in the presence of strong remanent  
magnetization: Journal of Applied Geophysics, 11, 121-128.  
doi:10.1016/j.jappgeo.2014.10.007

Gurba, L. W. & Weber, C. R., 2001, Effects of igneous intrusions on coalbed methane potential,  
Gunnedah Basin, Australia: International Journal of Coal Geology, 46, 113-131.  
doi:10.1016/S0166-5162(01)00020-9

Hirata, R., & Foster, S., 2021, The Guarani Aquifer System—from regional reserves to local  
use: Quarterly Journal of Engineering Geology and Hydrogeology, 54(1).  
doi:10.1144/qjegh2020-091

Kalkreuth, W., Levandowski, J., Weniger, P., Krooss, B., Prissang, R. & Lima da Rosa, A., 2020,  
Coal characterization and coalbed methane potential of the Chico-Lomã Coalfield, Paraná  
Basin, Brazil – Results from exploration borehole CBM001-CL-RS: Energy Exploration &  
Exploitation, 38, n° 5, 1589-1630. doi:10.1177/0144598720931167

Li, Y., Shearer, S. E., Haney, M. M. & Dannemiller, N., 2010, Comprehensive approaches to 3d  
inversion of magnetic data affected by remanent magnetization: Geophysics, 75, no. 1, L1-  
L11. doi:10.1190/1.3294766

- 1  
2  
3 Liu, S., Hu, X., Xi, Y., Liu, T. & Xu, S., 2015, 2D sequential inversion of total magnitude and  
4  
5 total magnetic anomaly data affected by remanent magnetization: *Geophysics*, 80, no. 3, K1-  
6  
7 K12. doi:10.1190/geo2014-0019.1
- 8  
9  
10 Mendonça, C. A., Pareshi, W. S. & Cavalcante, F. L., 2019. Annihilator transform for magnetic  
11  
12 lineaments removal in dike swarms. *Geophysics*, 84, J31-J41. doi:10.1190/geo2018-0308.1
- 13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25  
26  
27  
28  
29  
30  
31  
32  
33  
34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60  
Monreal, F. R., Villar, H. J., Baudino, R., Delpino, D. & Zencich, S., 2009, Modeling an atypical  
petroleum system: A case study of hydrocarbon generation, migration and accumulation  
related to igneous intrusions in the Neuquen Basin, Argentina: *Marine and Petroleum  
Geology*, 26, 590-605. doi:10.1016/j.marpetgeo.2009.01.005
- Negi, J. G., Dimri, V. P., Agrawal, P. K., & Pandey, O. P., 1986, A spectral analysis of the  
aeromagnetic profiles for thickness estimation of flood basalts of India: *Exploration  
Geophysics*, 17(2), 105-111. doi:10.1071/EG986105
- Ostrowski, J. S., M., Pilkington, and D. J., Teskey, 1993, Werner deconvolution for variable  
altitude aeromagnetic data: *Geophysics*, 58, no. 10, 1481-1490. doi:10.1190/1.1443362
- Petford, N., Lister, J. R., & Kerr, R. C., 1994, The ascent of felsic magmas in dykes: *Lithos*, 32(1-  
2), 161-168. doi:10.1016/0024-4937(94)90028-0
- Plouff, D, 1976, Gravity and magnetic fields of polygonal prism and application to magnetic  
terrain corrections: *Geophysics*, 41, n° 4, 727-741. doi:10.1190/1.1440645
- Polteau, S., Ferré, E. C., Planke, S., Neumann, E. R., & Chevallier, L., 2008, How are  
saucer-shaped sills emplaced? Constraints from the Golden Valley Sill, South Africa.  
*Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 113(B12). doi:10.1029/2008JB005620

Prieto, C., Perkins, C. & Berkman, E., 1985, Columbia River Basalt Plateau – An integrated approach to interpretation of basalt-covered areas: Geophysics, 50, n° 12, 2709-2719.  
doi:10.1190/1.1441891

Rajaram, M., Anand, S. P., Erram, V. C. & Shinde, B. N., 2017, Insight into the structures below the Deccan Trap-covered region of Maharashtra, India from geopotential data: Geological Society, London, Special Publications, 445, n° 1, 219-236. doi:10.1144/SP445.8

Sridhar, M., Markandeyulu, A., Chawla, A. S. & Chaturvedi, A. K., 2018, Analyses of Aeromagnetic Data to Delineate Basement Structures and Reveal Buried Igneous Bodies in Kaladgi Basin, Karnataka: Journal Geological Society of India, 91, 165-173.  
doi:10.1007/s12594-018-0830-0

Taylor, H. L. & Mason C. M., 1971, A systematic approach to well surveying calculations: In. Fall Meeting of the Society of Petroleum Engineers of AIME. One Petro. doi:10.2118/3362-MS

Teixeira, C.A.S., Bello, R.M.D.S., Almeida, N.S., Pestilho, A., Brochsztai, S., de Queiroz, T.B., Andrade, L.S., Júnior, D.G. and Sawakuchi, A.O., 2020, Hydrocarbon generation in the Permian Irati organic-rich shales under the influence of the early cretaceous Paraná Large Igneous Province. Marine and Petroleum Geology, 117, p.104410.  
doi:10.1016/j.marpetgeo.2020.104410

Tuma, S. L., & Mendonça, C. A., 2007, Stepped inversion of magnetic data: Geophysics, 72, no. 3, L21-L30. doi:10.1190/1.2711661